

Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{a}{\ln x} \right)$ es finito, calcula a y el valor del límite (\ln denota el logaritmo neperiano).

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Determina una función derivable $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sabiendo que $f(1) = 1$ y que

$$f'(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{si } x < 0 \\ e^x - 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Ejercicio 3.- Se sabe que el determinante de la matriz $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ vale -3. Calcula, indicando las propiedades que utilices, los siguientes determinantes:

a) [1 punto] $\det(-2A)$ y $\det(A^{-1})$.

b) [1,5 puntos] $\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 7a_{11} & 7a_{12} & 7a_{13} \\ 2a_{31} & 2a_{32} & 2a_{33} \end{vmatrix}$ y $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} + 2a_{31} & 5a_{31} \\ a_{12} & a_{22} + 2a_{32} & 5a_{32} \\ a_{13} & a_{23} + 2a_{33} & 5a_{33} \end{vmatrix}$

Ejercicio 4.- Sean los vectores $\vec{u} = (1, -1, 3)$, $\vec{v} = (1, 0, -1)$ y $\vec{w} = (\lambda, 1, 0)$.

- [0,75 puntos] Calcula los valores λ que hacen que \vec{u} y \vec{v} sean ortogonales.
- [0,75 puntos] Calcula los valores λ que hacen que \vec{u} , \vec{v} y \vec{w} sean linealmente independientes.
- [1 punto] Para $\lambda = 1$ escribe el vector $\vec{r} = (3, 0, 2)$ como combinación lineal de \vec{u} , \vec{v} y \vec{w} .

Instrucciones:

- f) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- g) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- h) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- i) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- j) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- Considera la función derivable $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - e^{-x}}{2x} & \text{si } x < 0 \\ ax + b & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- a) [1'75 puntos] Calcula a y b .
- b) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -1$.

Ejercicio 2.- Considera el recinto limitado por las siguientes curvas: $y = x^2$, $y = 2 - x^2$, $y = 4$

- a) [1 punto] Haz un esbozo del recinto y calcula los puntos de corte de las curvas.
- b) [1'5 puntos] Calcula el área del recinto.

Ejercicio 3.- Considera las matrices, $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 3 & -1 & -3 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$

- a) [0'5 puntos] Calcula A^{-1} .
- b) [2 puntos] Hallar la matriz X que verifica $A^t X + B = I$, siendo I la matriz identidad y A^t la matriz transpuesta de A .

Ejercicio 4.- Sea \mathcal{r} la recta definida por $(x + 2)/2 = y + 1 = (z - 1)/(-3)$ y sea S la recta dada por

$$\begin{cases} x - y - 3 = 0 \\ 3y - z + 6 = 0 \end{cases}$$

- a) [1 puntos] Determina la posición relativa de \mathcal{r} y S .
- b) [1,5 puntos] Halla la ecuación general del plano que contiene a \mathcal{r} y es paralelo a S .