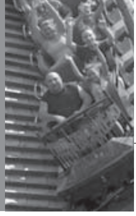


Cuestiones básicas

1. ¿En qué tipo de movimiento la velocidad media coincide con la velocidad instantánea?

En el movimiento rectilineo uniforme constante.

2. Se dice que el guepardo es un animal capaz de llegar a correr a 30 m/s. Calcula su velocidad en km/h.

$$30\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1\ \text{km}}{1000\ \text{m}} \cdot \frac{3600\ \text{s}}{1\ \text{h}} = 108\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

3. ¿Cuánto tiempo tardará el guepardo en recorrer 1 km si mantiene la velocidad de 30 m/s?

$$t = \frac{e}{v} \cdot \frac{1\ \text{km}}{108\ \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 0{,}00925\ \text{horas} = 33{,}3\ \text{s}$$

4. Desde un puente dejas caer un objeto y observas que tarda 1,5 s en llegar al agua. ¿Cuál es la altura del puente?

$$S = v\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 1{,}5^2 = 5 \cdot 1{,}5^2 = 11{,}25\ \text{m}$$

5. Un automóvil pasa de 90 km/h a 115 km/h en 8 s. ¿Qué aceleración tiene el coche?

$v_o = 90$ km/h $= 25$ m/s

$v_f = 115$ km/h $= 31{,}9$ m/s $\qquad a = \dfrac{v_f - v_o}{t} = \dfrac{31{,}9 - 25}{8} = 0{,}87\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$

6. Un coche parte del reposo con aceleración constante de 1,8 m s^{-2}. Después de 20 s de estar acelerando, ¿qué distancia habrá recorrido el vehículo?

$$e = \frac{1}{2}\,a\,t^2\ ;\ \ e = \frac{1}{2} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot (20\ \text{s})^2\ ;\ \ e = 360\ \text{m}$$

7. Un ciclista inicia el movimiento por una calle con aceleración constante hasta alcanzar una velocidad de 36 km/h en 10 s. ¿Cuánto vale la aceleración? ¿Qué distancia ha recorrido en el tiempo indicado?

$$\left.\begin{array}{l} v_o = 0\ \text{m/s} \\ v_f = 36\ \text{km/h} = 10\ \text{m/s} \\ t = 10\ \text{s} \end{array}\right\} \begin{array}{l} a = \dfrac{v_f - v_o}{t} = \dfrac{10 - 0}{10} = 1\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ e = \dfrac{v_f^2 - v_o^2}{2\,a} = \dfrac{10^2}{2 \cdot 1} = 50\ \text{m} \end{array}$$

8. Un avión que parte del reposo acelera uniformemente hasta alcanzar una velocidad de despegue de 75 m/s en 10 s. ¿Con qué velocidad en km/h despega el avión? ¿Qué longitud de pista ha recorrido hasta despegar?

$$75\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1\ \text{km}}{1000\ \text{m}} \cdot \frac{3600\ \text{s}}{1\ \text{h}} = 270\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$e = \frac{1}{2}\,(v + v_o)\,t\ \ ;\ \ e = \frac{1}{2} \cdot 75\ \text{m/s}^2 \cdot 10\ \text{s}\ \ ;\ \ e = 375\ \text{m}$$

9. Un disco gira a 30 rpm. Calcula esta velocidad en radianes por segundo. Calcula la frecuencia y el periodo de este movimiento.

$$\omega = 30\ \text{rpm} = 30\ \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{2\,\pi\ \text{rad}}{1\ \text{rev}} \cdot \frac{1\ \text{min}}{60\ \text{s}} = \pi\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$f = \frac{\omega}{2\,\pi} = \pi\ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \frac{1\ \text{rev}}{2\,\pi\ \text{rad}} = 0{,}5\ \text{rev/s}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1\ \text{rev}}{0{,}5\ \text{rev/s}} = 2\ \text{s}$$

10. Un ciclista recorre la pista circular de 50 m de radio de un velódromo con velocidad constante de 36 km/h. ¿Qué longitud de pista recorre en un minuto? ¿Qué tiempo tarda en dar una vuelta a la pista? ¿Cuántas vueltas da en 10 minutos?

$e = v\,t = 36$ km/h $\cdot$ 1000 m/1 km $\cdot$ 1 h/3600 s $\cdot$ 60 s $= 600$ m

$$v = \frac{2\,\pi\,R}{T}\ ;\ T = \frac{2\,\pi\,R}{v} = \frac{2\,\pi \cdot 50\ \text{m}}{10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 10\,\pi\ \text{s}$$

Una vuelta mide $2\,\pi\,R = 2\,\pi \cdot 50$ m $= 100\,\pi$ m;

en 10 minutos recorre $e = v\,t = 36$ km/h $\cdot$ 1000 m/1 km $\cdot$ $\cdot$ 1 h/3600 s $\cdot$ 6000 m;

Por lo tanto el número de vueltas es:

$$\frac{6000\ \text{m}}{100\,\pi\ \frac{\text{m}}{\text{vuelta}}} = \frac{60}{\pi}\ \text{vueltas}$$

Actividades

Para repasar

1. Indica qué afirmaciones son correctas. El movimiento es:

a) **Un cambio de lugar.**

b) **Un cambio de lugar si el cuerpo que se mueve es un punto material.**

c) **Un desplazamiento.**

d) **Un cambio de posición.**

Son correctas las afirmaciones *b)* y *d)*. El movimiento es, en general, un cambio de posición. Pero si el móvil es un punto material, un cambio de posición implica un cambio de lugar.

2. Escribe tres ejemplos de movimientos absolutos y otros tantos de movimientos relativos.

Por ejemplo: un barco respecto a un faro de la costa, la Tierra respecto del Sol, un coche respecto a un semáforo, el movimiento de un viajero respecto del tren en que viaja, el movimiento de una barca que se desplaza por un río respecto del agua, el movimiento de un ciclista respecto de otro ciclista del pelotón.

3. Señala las afirmaciones correctas. El movimiento de un coche que se desplaza por una carretera es respecto de una gasolinera:

***a)* Rotación.** ***c)* Absoluto.**

***b)* Traslación.** ***d)* Relativo.**

Son correctas las afirmaciones *b)* y *c)*.

4. Indica si el coche de la actividad anterior, respecto de un camión al que pretende adelantar, tiene movimiento absoluto o relativo.

Es relativo; porque el camión está en movimiento respecto del automóvil.

5. Indica si es falso o verdadero:

***a)* Se puede estudiar el movimiento prescindiendo del sistema de referencia.**

***b)* El movimiento es un cambio de lugar.**

***c)* Un punto solamente puede tener movimiento de traslación.**

***d)* La Tierra se puede considerar un punto material cuando se mueve alrededor del Sol.**

a) Falso, porque el sistema de referencia es necesario para estudiar el movimiento.

b) Falso, porque el movimiento consiste en un cambio de posición.

c) Verdadero.

d) Verdadero, porque sus dimensiones son despreciables comparadas con la distancia al Sol.

6. Observa la barca de la Figura 5.5 e indica cuál es la afirmación correcta:

***a)* Tiene movimiento relativo respecto del agua de la orilla.**

***b)* Tiene movimiento absoluto respecto de la orilla y relativo respecto del agua.**

***c)* La barca solamente tiene movimiento absoluto.**

Es correcta la afirmación *b)*.

7. Para determinar la posición de un punto sobre un plano, ¿cuántos ejes cartesianos necesitas?

Se necesitan dos ejes para determinar la posición y la trayectoria en un plano.

8. Para determinar la posición de un barco en el océano, ¿cuántas coordenadas necesitas? ¿Qué nombre reciben?

Se necesitan dos coordenadas: longitud y latitud.

9. Un coche parte desde un semáforo y se mueve por una calle recta. ¿Cuántas coordenadas necesitas para determinar la posición del automóvil respecto al semáforo?

La trayectoria que sigue el coche es una recta. Por tanto, basta una coordenada.

10. Además del punto material, ¿qué otros modelos utilizados por la Física o la Química conoces?

Por ejemplo, un gas perfecto, el sistema solar, la carga eléctrica, etcétera.

11. Escribe los vectores de posición correspondientes a los siguientes puntos respecto al origen:

***a)* P_1 (2, –3, 5).**

***b)* P_2 (–1, 0, 6).**

***c)* P_3 (0, 0, –2).**

$\vec{r}_1 = 2\,\vec{u}_x - 3\,\vec{u}_y + 5\,\vec{u}_z$; $\vec{r}_2 = -\vec{u}_x + 6\,\vec{u}_z$; $\vec{r}_3 = -2\,\vec{u}_z$

12. Un punto móvil se desplaza en el espacio de acuerdo con las siguientes ecuaciones expresadas en el SI:

$$x = t + 2;\ y = 4\,t - 2;\ z = t^2$$

***a)* Completa la siguiente tabla de valores:**

t	0	1	2	3	4
x					
y					
z					

***b)* Halla la posición del punto móvil para t = 15 s.**

***c)* Escribe el vector correspondiente a esa posición.**

a)

t	0	1	2	3	4
x	2	3	4	5	6
y	–2	2	6	10	14
z	0	1	4	9	16

b) (17, 58, 225)

c) $\vec{r} = 17\,\vec{u}_x + 58\,\vec{u}_y + 225\,\vec{u}_z$

13. Carlos sale de su casa a comprar el periódico en una papelería situada a 120 m de la vivienda y luego regresa a su casa. ¿Qué afirmación es la correcta?

***a)* Carlos se ha desplazado 120 m.**

***b)* Carlos se ha desplazado 240 m.**

***c)* Carlos no se ha desplazado.**

***d)* Carlos ha recorrido 240 m.**

Es correcta la afirmación *c)* porque, al final del recorrido, la posición es la misma que al principio y la *d)* porque efectivamente el espacio recorrido es 240 m.

14. Un ciclista se desplaza en línea recta 750 m. Si su posición final está a 1 250 m del punto de referencia, el ciclista inició su recorrido desde una posición situada a:

***a)* 750 m del punto de referencia.**

***b)* 1 250 m del punto de referencia.**

***c)* 500 m del punto de referencia.**

***d)* No se puede hallar la posición de partida.**

Elige la respuesta correcta.

De la definición de desplazamiento se obtiene que:

$x_0 = x_t$ – desplazamiento = 1 250 m – 750 m = 500 m.

Estrictamente, y como no nos dan el signo del desplazamiento, también podría haber partido a 2 000 m del punto de referencia:

$x_0 = x_t$ – desplazamiento = 1 250 m – (–750 m) = 2 000 m

15. Una vez iniciado el movimiento, ¿el espacio recorrido puede ser cero? ¿Puede ser cero el desplazamiento? Cita un ejemplo en que el espacio recorrido y el desplazamiento tengan el mismo valor.

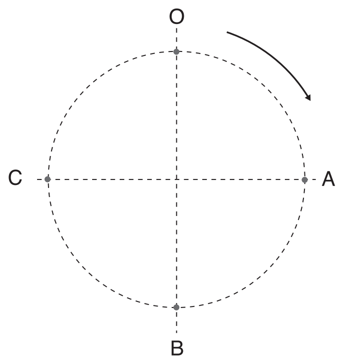
Una vez iniciado el movimiento, el espacio recorrido no puede ser cero:

$$e = |v_m|\, t \neq 0, \text{ puesto que } |v_m| \neq 0;\ t \neq 0$$

El desplazamiento puede ser cero. Esto ocurre cuando la posición inicial coincide con la posición final.

Cuando un objeto cae libremente desde una cierta altura, el espacio recorrido coincide con el desplazamiento.

16. Un ciclista recorre una pista circular de 20 m de radio partiendo del punto O en el sentido que indica la flecha de la Figura 5.18.



Calcula el espacio recorrido y el desplazamiento:

***a)* Cuando el ciclista está en el punto *A*.**

***b)* Cuando se halla en el punto *B*.**

***c)* Cuando se encuentra en *C*.**

***d)* Cuando ha dado una vuelta completa.**

a) Espacio recorrido: $\dfrac{2\,\pi\,R}{4} = \dfrac{6{,}28 \cdot 20}{4} = 31$ m

Desplazamiento: $|\overrightarrow{OA}| = R\sqrt{2} = 20\sqrt{2}$ m = 28 m

b) Espacio recorrido: $\pi\,R = 63$ m

Desplazamiento: $|\overrightarrow{OB}| = 2\,R = 40$ m

c) Espacio recorrido: 3/4 $(2\,\pi\,R) = 94$ m

Desplazamiento: $|\overrightarrow{OC}| = 28$ m

d) Espacio recorrido: $2\,\pi\,R = 126$ m

Desplazamiento: $|\overrightarrow{OO}| = 0$ m

17. La rapidez de un móvil se mide en m/s en el SI, y en la práctica, en km/h. Expresa en m/s la rapidez con la que se mueve un coche que va a 144 km/h.

144 km/h · 1 000 m/km · 1/3 600 h/s = 40 m/s

18. Si la velocidad del sonido en el aire es de 340 m/s, ¿cuál será la velocidad de un avión en km/h cuando rompe la barrera del sonido?

340 m/s · 1 km/1 000 m · 3 600 s/h = 1 224 km/h

19. Cita algún ejemplo en que la velocidad de un vehículo cambia en módulo y dirección.

Por ejemplo, un motorista que frena al tomar una curva en un velódromo.

20. En el movimiento de un péndulo, ¿qué elementos de la velocidad se modifican?

El módulo, la dirección y el sentido.

21. El automóvil anterior toma una curva de forma que al principio de ella el velocímetro marca 90 km/h y al final 30 km/h.

***a)* ¿Tiene aceleración tangencial el coche? ¿Por qué?**

***b)* ¿Tiene aceleración normal? ¿Por qué?**

***c)* ¿Qué tipo de aceleración hubiera tenido el coche si durante toda la curva se hubiera desplazado a 30 km/h?**

***d)* ¿Cuánto vale la aceleración media?**

a) $a = \dfrac{\Delta v}{t} = \dfrac{8 \text{ m/s}}{t} \neq 0$. Si tiene aceleración tangencial.

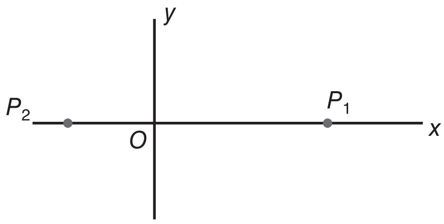
b) También, por ser $a_n = \dfrac{v^2}{R} \neq 0$.

c) Sólo normal, al no haber variación de velocidad.

d) No se puede hallar, puesto que nos falta el dato del tiempo.

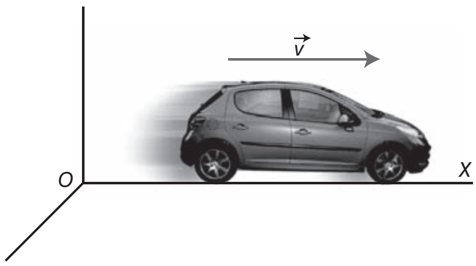
22. Escribe el signo correspondiente a la posición y a la velocidad en los siguientes casos:

a) La partícula de la figura se encuentra en el punto P_1, a 20 m del punto *O* que se toma como referencia.



b) La partícula se halla en P_2, a 10 m del punto *O*.

c) El coche de la Fig. 5.26 se aleja del punto *O* con una rapidez de 20 m/s.



d) Dicho coche retrocede a 2 m/s.

a) Signo (+), porque se encuentra en el semieje positivo de *OX*. La posición sería $x = 20$ m.

b) Signo (–); porque la partícula se encuentra en el semieje negativo *OX*. La posición sería, pues, $x = -10$ m.

c) Signo positivo, porque el móvil se desplaza en el sentido del semieje positivo *OX* (hacia la derecha); $v = 20$ m/s.

d) Signo negativo, porque se desplaza en el sentido del semieje negativo *OX* (hacia la izquierda); $v = -2$ m/s.

23. Un coche pasa por un punto *A* situado a 20 km del punto de referencia. ¿En qué punto se encontrará media hora más tarde si se desplaza con una velocidad media de 100 km/h?

Se pide la posición al cabo de un tiempo, conocemos la posición inicial:

$x_t = x_0 + v_m\, t = 20 \text{ km} + 100 \text{ km/h} \cdot 0{,}5 \text{ h} = 70$ km. Se encontrará, pues, a 70 km del punto de referencia.

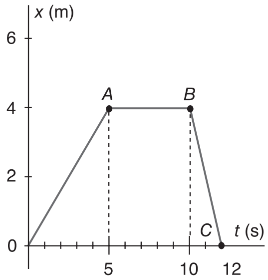
24. Dado el diagrama de la Fig. 5.34, indica qué afirmaciones son falsas:

***a)* En el tramo *OA* la velocidad ha sido 0,8 m/s.**

***b)* En el tramo *AB* la velocidad es 4/5 m/s.**

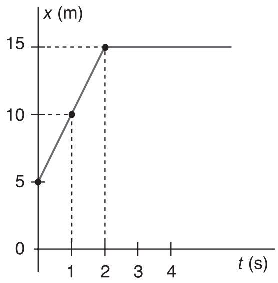
***c)* En el tramo *BC* la velocidad es –2 m/s.**

***d)* En el tramo *AB* el móvil está parado.**



Es falsa la afirmación *b)*, porque en el tramo *AB* el móvil está parado: la posición no varía con el tiempo.

25. El movimiento rectilíneo de una partícula está descrito en el diagrama *x-t* de la Fig. 5.35.



***a)* ¿Qué representa el valor $x = 5$ m?**

***b)* ¿Qué significa el tramo horizontal?**

***c)* ¿Qué velocidad tiene la partícula en los intervalos de $t = 0$ a $t = 2$ s y de $t = 2$ s a $t = 4$ s?**

***d)* ¿Qué distancia recorre la partícula en 4 s?**

a) Representa la posición inicial, es decir, el valor de *x* para $t = 0$.

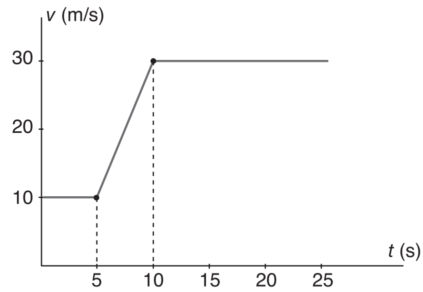
b) La posición no varía con el tiempo. La partícula, pues, no se mueve.

c) $$v_{0-2} = \frac{x_2 - x_0}{2 \text{ s}} = \frac{15 \text{ m} - 5 \text{ m}}{2 \text{ s}} = 5 \text{ m/s}$$

$$v_{2-4} = \frac{x_4 - x_2}{2 \text{ s}} = \frac{15 \text{ m} - 15 \text{ m}}{2 \text{ s}} = 0 \text{ m/s}$$

d) $d = x_4 - x_0 = 15 - 5 = 10$ m

26. Un cuerpo que se mueve en línea recta posee una velocidad que varía con el tiempo, según el diagrama de la Figura 5.39. Indica cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas:



***a)* Durante todo el recorrido ha tenido un MRUA.**

***b)* La aceleración media es 4 m/s^2.**

***c)* La velocidad máxima es 72 km/h.**

***d)* La distancia recorrida en los diez primeros segundos es de 100 m.**

***e)* En el intervalo de 0 a 5 s el cuerpo está parado.**

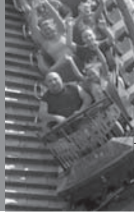
***f)* En el intervalo de 10 s a 15 s el cuerpo se mueve sin aceleración.**

Son correctas las afirmaciones:

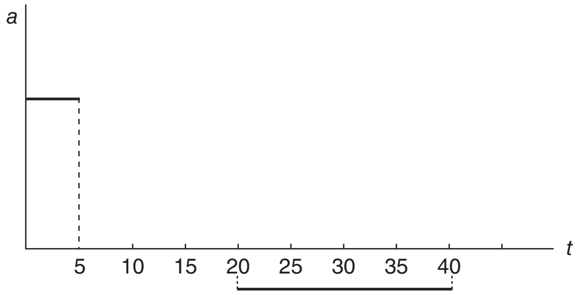
b) Porque la aceleración media ha sido:

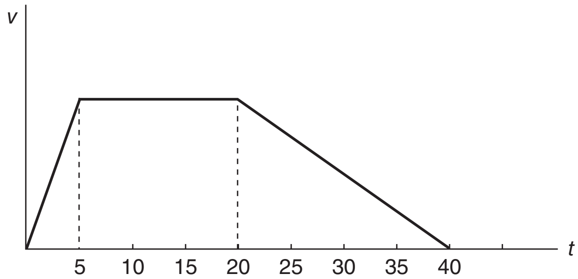
$$a = \frac{v_2 - v_0}{10 \text{ s} - 5 \text{ s}} = \frac{30 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}}{5 \text{ s}} = 4 \text{ m/s}^2$$

f) Porque en el intervalo de 10 s a 15 s la velocidad es constante.

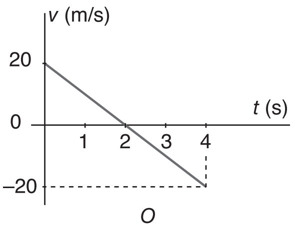


27. Un vehículo se mueve sobre una pista rectilínea durante 5 s con aceleración constante. Sigue con velocidad constante durante 15 s y luego frena de manera constante hasta parar, lo que consigue en 20 s. Dibuja los diagramas *a-t* y *v-t* de este movimiento.





28. En la Figura 5.41 está representado el diagrama *v-t* del movimiento de un objeto lanzado verticalmente hacia arriba desde el suelo.



Tomando para la gravedad el valor 10 m/s², indica qué afirmaciones son falsas:

***a)* La aceleración cambia de sentido a los 2 s.**

***b)* La velocidad cambia de sentido a los 2 s.**

***c)* La altura máxima se alcanza a los 2 s.**

***d)* El objeto a los 3 s se encuentra a 10 m del suelo.**

***e)* La máxima altura alcanzada fue de 20 m.**

***f)* A los 4 s llega al suelo.**

Son falsas las afirmaciones:

a) Porque la aceleración de la gravedad no cambia de sentido: es siempre negativa.

d) Porque a los 3 s se encuentra a 15 m del suelo:

$$y = v_0\, t + 1/2\, g\, t^2 = 20 \text{ m/s} \cdot 3 \text{ s} - 5 \text{ m/s}^2 \cdot 9 \text{ s}^2 = 15 \text{ m}$$

29. Calcula la aceleración centrípeta de un objeto que se mueve sobre una circunferencia de 10 m de radio a 90 km/h.

La aceleración centrípeta viene dada por:

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{(25 \text{ m/s})^2}{10 \text{ m}} = 62{,}5 \text{ m/s}^2$$

30. Una piedra se ata a una cuerda de 1 m de longitud y se la hace girar describiendo circunferencias con una frecuencia de cinco vueltas por segundo.

Calcula:

***a)* La velocidad angular en rpm.**

***b)* La rapidez, en km/h, con que gira la piedra.**

***c)* La aceleración centrípeta a que está sometido el cuerpo.**

a) $\omega = \dfrac{2\,\pi}{T} = 2\,\pi\, f = 10\,\pi = 31{,}42 \text{ rad/s} = 300 \text{ rpm}$

b) La rapidez con que gira será:

$v = \omega\, R = 31 \text{ rad/s} \cdot 1 \text{ m/rad} = 31 \text{ m/s} = 112 \text{ km/h}$

c) $a = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{(31 \text{ m/s})^2}{1 \text{ m}} = 961 \text{ m/s}^2$

31. Calcula la velocidad de la barca del Ejemplo 15 en el caso de que el barquero:

***a)* Reme a favor de la corriente.**

***b)* Reme contra la corriente.**

a) Las velocidades tienen la misma dirección y sentido. Por tanto, la velocidad resultante será:

$$v = v_1 + v_2 = 2 \text{ m/s} + 1 \text{ m/s} = 3 \text{ m/s}$$

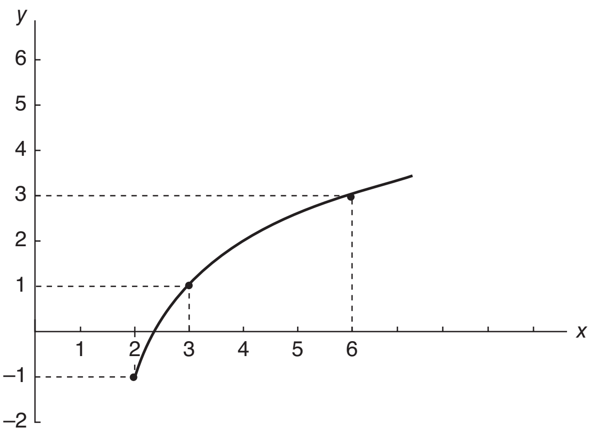
b) Si rema contracorriente, las velocidades tienen la misma dirección pero sentido contrario, y la velocidad resultante es:

$$v = v_1 - v_2 = 2 \text{ m/s} - 1 \text{ m/s} = 1 \text{ m/s}$$

32. Representa gráficamente la trayectoria del movimiento definido por:

$$\boldsymbol{x = 2 + t^2}$$
$$\boldsymbol{y = -1 + 2\,t}$$

t	0	1	2
x	2	3	6
y	–1	1	3



33. ¿Cuáles de los siguientes objetos tendrán una trayectoria parabólica aproximada?

***a)* Una pelota lanzada en una dirección arbitraria.**

b) **Un avión a reacción.**

c) **Un paquete que se suelta desde el avión anterior.**

d) **Un cohete que sale de la plataforma de lanzamiento.**

e) **La lámpara que se desprende del techo de un vagón del AVE cuando éste se mueve a 200 km/h.**

a) Una pelota lanzada en una dirección arbitraria.

c) Un paquete que se suelta desde un avión en vuelo.

e) La lámpara que se desprende del techo de un vagón.

34. Desde lo alto de una torre de 50 m se deja caer un objeto; en el mismo instante se dispara contra él una bala a 200 m/s desde un punto del suelo situado a 100 m de la base de la torre. ¿Hará blanco la bala? En caso afirmativo, ¿en qué punto?

$g_{0b} = (0, -9{,}8)$ $\qquad g_{ba} = (0, -9{,}8)$

$v_{0b} = (0, -9{,}8\, t)$ $\qquad v_{ba} = (-200 \cos \alpha, 200 \operatorname{sen} \alpha - 9{,}8\, t)$

$r_{0b} = (0, 50 - 4{,}9\, t^2)$ $\qquad r_{ba} = (100 - 200\, t \cos \alpha, 200\, t \operatorname{sen} \alpha - 4{,}9\, t^2)$

Se encuentran si:

$$0 = 100 - 200\, t \cos \alpha \qquad [1]$$

$$50 - 4{,}9\, t^2 = 200\, t \operatorname{sen} \alpha - 4{,}9\, t^2 \qquad [2]$$

De la [2] $\quad 50 = 200\, t \operatorname{sen} \alpha \quad \dfrac{1}{4} = t \operatorname{sen} \alpha \qquad [3]$

De la [1] $\quad 100 = 200\, t \cos \alpha \quad \dfrac{1}{2} = t \cos \alpha$

Elevando al cuadrado y sumando:

$$\frac{1}{16} + \frac{1}{4} = t^2 \operatorname{sen}^2 \alpha + t^2 \cos^2 \alpha = t^2 (\operatorname{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = t^2$$

$$\frac{5}{16} = t^2 \qquad t = \frac{\sqrt{5}}{4} = 0{,}55 \text{ s}$$

$$\text{de [3]} \quad \frac{\sqrt{5}}{4} \operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{4} \qquad \operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \alpha = 26{,}5°$$

Sí, si se lanza con un ángulo de 26,5°.

$$h_{0b} = 50 - 4{,}9 \cdot \left(\frac{\sqrt{5}}{4}\right)^2 = 50 - 4{,}9\, \frac{5}{16} = 48{,}5 \text{ m}$$

Se encuentran en la pared de la torre y a 48,5 m de altura.

Problemas propuestos

Para afianzar

1. Indica qué afirmaciones son verdaderas. La velocidad media de una partícula en un intervalo de tiempo es:

a) **El cociente entre el desplazamiento y el intervalo de tiempo.**

b) **El cociente entre el espacio recorrido y el intervalo de tiempo.**

c) **Es igual cualquiera que sea la trayectoria.**

d) **Depende de la trayectoria.**

Son correctas las respuestas *a)* y *c)*, como se deduce de la propia definición de velocidad media.

2. Un automóvil toma una curva de 100 m de radio con una rapidez constante de 36 km/h. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas?

a) **El coche no tiene aceleración porque su velocidad es constante.**

b) **El coche tiene aceleración tangencial.**

c) **La aceleración del coche vale 1 m/s².**

Las soluciones *b)* y *c)* son verdaderas, porque cuando un móvil toma una curva, su vector velocidad cambia de dirección y por esto aparece la aceleración centrípeta, cuyo valor es:

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{(10 \text{ m/s})^2}{100 \text{ m}} = 1 \text{ m/s}^2$$

3. En un campeonato de esquí alpino un esquiador realiza el descenso haciendo muchas «eses», mientras que otro lo realiza en línea recta. Señala las afirmaciones falsas:

a) **Los dos han realizado el mismo desplazamiento.**

b) **Los dos han recorrido la misma distancia.**

c) **Los dos han seguido la misma trayectoria.**

d) **Bajaron con la misma velocidad media si tardaron el mismo tiempo.**

Las afirmaciones *b)* y *c)* son falsas, porque es evidente que los dos no corren la misma distancia ni han seguido la misma trayectoria.

4. Un automóvil toma una curva disminuyendo el módulo de su velocidad. Indica qué afirmaciones son verdaderas:

a) **Solamente existe aceleración tangencial.**

b) **Solamente existe aceleración normal.**

c) **Existen las dos aceleraciones anteriores.**

d) **La aceleración normal es constante.**

Cuando un móvil toma una curva disminuyendo la rapidez, aparecen la aceleración tangencial, debida a la variación del módulo, y la aceleración centrípeta, debida a la variación de la dirección.

5. Un compañero te dice: «Lanza una piedra verticalmente hacia arriba con todas tus fuerzas y te diré la altura que has alcanzado utilizando un cronómetro.» Lanzas la piedra y tu compañero observa que la piedra tarda 8 s en volver al suelo.

a) **¿Con qué velocidad lanzaste la piedra?**

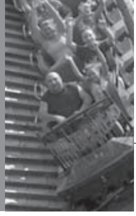
b) **¿Qué altura alcanzó ésta?**

La piedra volverá al suelo cuando se cumpla que $y = y_0 = 0$. Por tanto, la ecuación del movimiento tomará la forma $0 = v_0\, t + 1/2\, g\, t^2$

De donde $v_0 = -1/2\, g\, t = -1/2 \cdot (-9{,}8 \text{ m/s}^2) \cdot 8 \text{ s} = 39 \text{ m/s}$

La altura máxima se alcanza cuando $v_t = 0$, y se puede calcular a partir de $v_t^2 - v_0^2 = 2\, g\, h$

$$h = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2\, g} = \frac{0 - (39 \text{ m/s})^2}{-19{,}6 \text{ m/s}^2} = 78 \text{ m}$$



6. De las siguientes afirmaciones, indica cuáles son falsas:

a) **Si la velocidad de un cuerpo es nula, la aceleración también lo es.**

b) **Si la aceleración de un cuerpo es nula, la velocidad también lo es.**

c) **La velocidad y la aceleración son vectores que tienen siempre la misma dirección, aunque su sentido puede ser diferente.**

Se pueden citar ejemplos que demuestran que las tres afirmaciones son falsas.

a) Cuando se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba, su velocidad es cero cuando alcanza el punto más alto. Sin embargo, está sometido a la aceleración de la gravedad. Cuando un péndulo se encuentra en los extremos de la oscilación no tiene velocidad; en cambio, su aceleración es máxima.

b) En el movimiento rectilíneo y uniforme la aceleración es cero; en cambio, la velocidad no lo es.

c) Los vectores velocidad y aceleración tienen distinta dirección en los movimientos curvilíneos.

7. Un tren marcha a una cierta velocidad y en un momento dado se desprende del techo de un vagón una lámpara. Di cómo observaría este fenómeno:

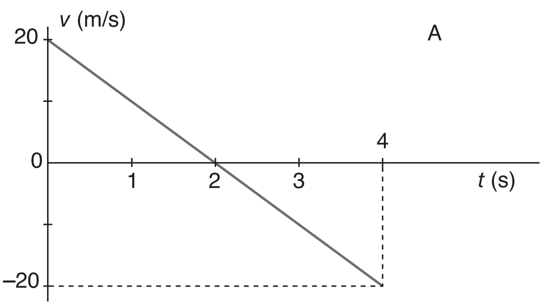
a) **Un observador que va en el tren.**

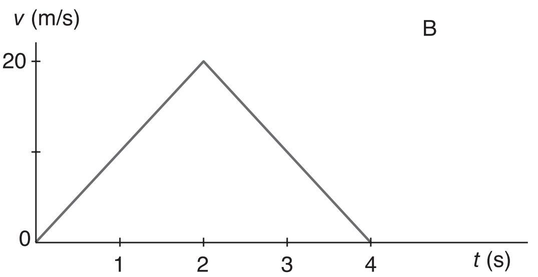
b) **Un observador que estuviera parado fuera del tren.**

El observador que va en el tren solamente percibe el movimiento de caída libre.

El observador que está parado fuera del tren percibe los dos movimientos independientes de la lámpara: el del tren, que por inercia tiende a conservar, y el movimiento de caída libre. La composición de los dos movimientos da como resultado el movimiento parabólico.

8. En una de las Fig. 5.62 y 5.63 está representado el diagrama *v-t* del movimiento de un objeto lanzado verticalmente hacia arriba desde el suelo.





Indica qué afirmaciones son falsas:

a) **El diagrama que representa dicho movimiento es B, no es A.**

b) **La aceleración cambia de sentido a los 2 s.**

c) **La velocidad cambia de sentido a los 2 s.**

d) **La altura máxima se alcanza a los 2 s.**

e) **El móvil a los 3 s se encuentra a 10 m de altura.**

f) **La altura máxima alcanzada fue de 20 m.**

g) **A los 4 s llega al suelo.**

Datos: $g = 10\ \text{m/s}^2$

El diagrama correcto es el representado en la figura A. Por tanto, es falsa la afirmación *a)*. En efecto, la figura A responde a las condiciones del problema: se lanza el cuerpo con velocidad inicial positiva. Esta velocidad disminuye uniformemente con el tiempo, hasta que se anula a los dos segundos. Esto ocurre en el punto más alto. A partir de ahí inicia el descenso (velocidad negativa) partiendo del reposo y llega al suelo con la misma rapidez con que salió, empleando dos segundos en caer.

Es falsa la afirmación *b)*, porque el sentido de la aceleración de la gravedad no ha variado.

Es falsa la afirmación *e)*, porque el móvil a los tres segundos se encuentra a 15 m de altura.

9. Un móvil describe una trayectoria circular de 1,0 m de radio treinta veces por minuto. Calcula:

a) **El periodo.**

b) **La frecuencia.**

c) **La velocidad angular.**

d) **La velocidad tangencial y la aceleración centrípeta de este movimiento.**

a) Periodo es el tiempo empleado en dar una vuelta.

Por tanto, vale: $T = \dfrac{60\ \text{s}}{30\ \text{vueltas}} = 2\ \text{s/vuelta}$.

b) La frecuencia es inversa del periodo: $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{2\ \text{s/vuelta}} =$

$= 0{,}5\ \text{vueltas/s}$

c) La velocidad angular viene dada por:

$$\omega = \frac{2\ \pi\ \text{rad/vuelta}}{2\ \text{s/vuelta}} = 3{,}14\ \text{rad/s}$$

d) La velocidad tangencial y la aceleración centrípeta son respectivamente:

$v = \omega\ R = 3{,}14\ \text{rad/s} \cdot 1{,}0\ \text{m/rad} = 3{,}14\ \text{m/s}$

$a = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{(3{,}14\ \text{m/s})^2}{1{,}0\ \text{m}} = 9{,}9\ \text{m/s}^2$

Para repasar

10. Un avión se ha desplazado 600 km hacia el norte, 1 000 km hacia el sur y 500 km hacia el norte.

a) **¿Cuál ha sido el desplazamiento total del avión?**

b) **¿Qué distancia ha recorrido?**

c) **¿Cuál ha sido su velocidad media si ha empleado 5 h en el recorrido?**

El desplazamiento es una magnitud vectorial. Los tres desplazamientos han sido en la misma dirección, pero en sentido contrario. El desplazamiento total será:

600 km – 1000 km + 500 km = 100 km hacia el norte.

La distancia es una magnitud escalar. Por tanto, se suman los recorridos anteriores:

600 km + 1000 km + 500 km = 2100 km

La velocidad con que se ha desplazado es:

100 km/5 h = 20 km/h

11. Una persona está sentada en un banco del parque público. En un momento dado decide dar un pequeño paseo: recorre 100 m hacia el oeste, se para y luego recorre 60 m hacia el este.

a) **¿Cuál es la posición final de la persona respecto del banco?**

b) **¿Cuál es el desplazamiento?**

c) **¿Qué espacio ha recorrido?**

a) 100 m – 60 m = 40 m al oeste del punto de partida.

b) 40 m hacia el oeste.

c) 160 m.

12. Un ciclista acelera durante 10 s pasando de 5 m/s a 36 km/h. Calcula su aceleración media.

Aplicamos la definición operativa de aceleración media:

$$a = \frac{v_t - v_0}{t} = \frac{10\ \text{m/s} - 5\ \text{m/s}}{10\ \text{s}} = 0{,}5\ \text{m/s}^2$$

13. Una pelota de tenis llega a un jugador con una rapidez de 20 m/s. Este jugador golpea la pelota de manera que ésta sale en la misma dirección, pero en sentido contrario, a 35 m/s. Si la pelota ha estado en contacto con la raqueta durante 0,2 s, calcula:

a) **¿Cuánto ha variado la rapidez de la pelota?**

b) **¿Cuánto vale el módulo de la aceleración media?**

a) $|\vec{v}_2| - |\vec{v}_1| = 35\ \text{m/s} - 20\ \text{m/s} = 15\ \text{m/s}$

b) $$\vec{a} = \frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_2}{t} = \frac{-35\ \text{m/s} - (+\,20\ \text{m/s})}{0{,}2\ \text{s}} =$$

$$= \frac{-55\ \text{m/s}}{0{,}2\ \text{s}} = -275\ \text{m/s}^2$$

$$|\vec{a}| = 275\ \text{m/s}^2$$

14. Un automóvil que se mueve en línea recta acelera en un momento dado a razón de 2 m/s². ¿Durante cuánto tiempo debe estar acelerando para que el velocímetro pase de 90 km/h a 120 km/h?

Incremento de velocidad: 30 km/h = 8,3 m/s

Tiempo empleado: $t = \dfrac{8{,}3\ \text{m/s}}{2{,}0\ \text{m/s}^2} = 4{,}2\ \text{s}$

15. Un automóvil, al pasar por un punto *A*, tiene una velocidad de 128 km/h, y cuando pasa por otro punto *B*, distante 120 m del anterior, la velocidad es de 35 km/h. Calcula:

a) **El valor de la aceleración.**

b) **Cuánto tiempo tarda el auto en pasar de *A* hasta *B*.**

c) **A qué distancia de *A* se detendrá el automóvil.**

Tomamos el punto *A* como referencia. Conocemos los siguientes datos:

— Velocidad inicial $v_0 = v_A = 128$ km/h = 35,6 m/s

— Velocidad final $v_t = v_B = 35$ km/h = 9,7 m/s

— Desplazamiento $x = x_t - x_0 = x_B - x_A = 120$ m

a) La aceleración la obtenemos de: $v_t^2 - v_0^2 = 2\,a\,x$

$$a = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2\,x} = \frac{(9{,}7\ \text{m/s})^2 - (35{,}6\ \text{m/s})^2}{240\ \text{m}} = -4{,}9\ \text{m/s}^2$$

b) Tiempo empleado $t = \dfrac{v_t - v_0}{a} =$

$$= \frac{9{,}7\ \text{m/s} - 35{,}6\ \text{m/s}}{-4{,}9\ \text{m/s}^2} = 5{,}3\ \text{s}$$

c) Se detiene en un punto *C*, cuando se cumple:

$$v_t = v_C = 0$$

De la ecuación $v_t^2 - v_0^2 = 2\,a\,(x_C - x_A)$ despejamos la distancia entre los puntos *A* y *C*.

$$x_C - x_A = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2\,a} = \frac{0 - (35{,}6\ \text{m/s})^2}{-9{,}8\ \text{m/s}^2} = 129\ \text{m}$$

16. Un avión que parte del reposo acelera uniformemente hasta alcanzar una velocidad de despegue de 75 m/s en 5,0 s.

a) **¿Con qué velocidad en km/h despega el avión?**

b) **¿Cuál es su aceleración?**

c) **¿Qué longitud de pista ha recorrido hasta despegar?**

d) **¿Qué distancia recorre en el último segundo?**

a) $75\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3\,600\ \dfrac{\text{s}}{\text{h}} \cdot \dfrac{1}{1\,000} \cdot \dfrac{\text{km}}{\text{m}} = 270\ \text{km/h}$

b) $a = \dfrac{v_t - v_0}{t} = \dfrac{75\ \text{m/s} - 0\ \text{m/s}}{5{,}0\ \text{s}} = 15\ \text{m/s}^2$

c) $x = v_0\,t + 1/2\,a\,t^2 = 0{,}5 \cdot 15\ \text{m/s}^2 \cdot (5{,}0\ \text{s})^2 = 188\ \text{m}$

d) $x_{4-5} = 188\ \text{m} - 0{,}5 \cdot 15\ \text{m/s}^2 \cdot (4{,}0\ \text{s})^2 = 68\ \text{m}$

17. Un ventilador gira a 360 rpm. En un momento dado se desenchufa de la corriente y tarda 35 s en pararse.

a) **¿Qué aceleración angular tiene?**

b) **¿Con qué velocidad gira 15 s después de apagarlo?**

c) **¿Cuántas vueltas da hasta que se para?**

Velocidad angular inicial:

$$\omega_0 = 360\ \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{1\ \text{min}}{60\ \text{s}} \cdot 2\,\pi\ \frac{\text{rad}}{\text{rev}} = 37{,}7\ \text{rad/s}$$

a) $\alpha = \dfrac{\omega_t - \omega_0}{t} = \dfrac{0 - 37{,}7\ \text{rad/s}}{35\ \text{s}} = -1{,}1\ \text{rad/s}^2$

b) $\omega = \omega_0 + \alpha t = 37{,}7$ rad/s $- 1{,}1$ rad/s$^2 \cdot 15$ s $= 22$ rad/s

c) $\theta = \omega_0 t + 1/2\ \alpha t^2 = [37{,}7 \text{ rad/s} \cdot 35 \text{ s}] -$

$$- \left[0{,}5 \cdot 1{,}1 \text{ rad/s}^2 \cdot (35 \text{ s})^2 \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2\,\pi \text{ rad}}\right] = 105 \text{ vueltas}$$

18. Una fuente tiene el caño a una distancia vertical del suelo 0,50 m. El chorro del líquido, que sale horizontalmente, da en el suelo a 0,80 m del pie de la vertical. ¿Con qué velocidad sale el agua?

El agua tiene dos movimientos independientes:

— Uno horizontal, debido a la presión, $x = v\,t$.

— Otro vertical de caída libre, $y = y_0 + 1/2\ g\,t^2$.

De la composición de estos dos movimientos resulta el movimiento parabólico que se observa.

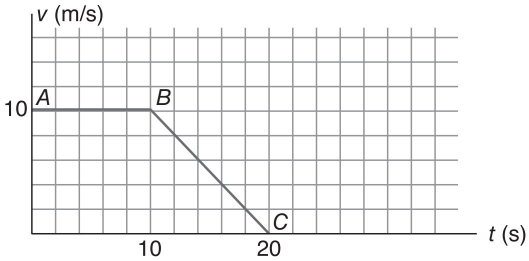
Si tomamos el suelo como referencia, se tiene que: $y = 0$, $y_0 = 0{,}50$ m. Si eliminamos el tiempo en las ecuaciones anteriores, se obtiene la ecuación cartesiana de la trayectoria parabólica:

$$y = y_0 + \frac{1}{2}\, g \left(\frac{x}{v}\right)^2$$

De donde despejamos la velocidad:

$$v = \sqrt{\frac{g\,x^2}{2\,(y - y_0)}} = \sqrt{\frac{-9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot (0{,}80 \text{ m})^2}{2\,(0 - 0{,}50) \text{ m}}} = 2{,}5 \text{ m/s}$$

19. Teniendo en cuenta el diagrama de la Fig. 5.64, indica qué afirmaciones son correctas:



***a)* En el tramo *AB* el móvil está parado.**

***b)* En el tramo *BC* la aceleración es 1 m/s^2.**

***c)* La distancia recorrida en el tramo *BC* es de 50 m.**

***d)* En el tramo *BC* el movimiento es uniforme.**

La afirmación correcta es la *c)*.

En el tramo *BC* el movimiento se realiza con aceleración

$$a = \frac{v_t - v_0}{t} = \frac{0 - 10 \text{ m/s}}{10 \text{ s}} = -1 \text{ m/s}^2$$

Por lo tanto, la distancia recorrida será:

$x = v_0\,t + 1/2\ a\,t^2$

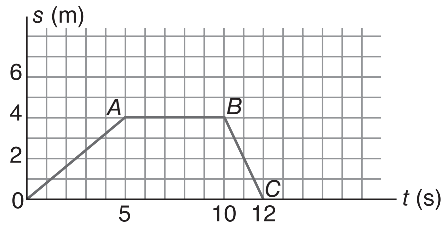
$x = 10 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ s} - 0{,}5 \cdot 1 \text{ m/s}^2 \cdot (10 \text{ s})^2 = 50$ m

Las demás afirmaciones son falsas, porque:

— En el tramo *AB* el móvil se desplaza con velocidad constante de 10 m/s. Por lo tanto, no está parado.

— En el tramo *BC* la aceleración no es 1 m/s^2, sino -1 m/s^2. Por tanto, el movimiento no es uniforme.

20. Dado el diagrama de la Fig. 5.65, indica qué afirmaciones son falsas:



***a)* En el tramo *OA* la velocidad ha sido 0,8 m/s.**

***b)* En el tramo *AB* la velocidad es 0,8 m/s.**

***c)* En el tramo *BC* la velocidad es –2 m/s.**

***d)* En el tramo *AB* el móvil está parado.**

Es falsa la afirmación *b)*, porque en el tramo *AB* la posición permanece constante. Por tanto, la velocidad es cero.

Las demás afirmaciones son verdaderas:

— En el tramo *OA* la velocidad media es 4 m/5 s = 0,8 m/s

— En el tramo *BC* la velocidad es $\dfrac{0 - 4 \text{ m}}{2 \text{ s}} = -2$ m/s

— En el tramo *AB* el móvil está parado.

21. Un avión vuela horizontalmente a 900 m del suelo con una velocidad constante de 540 km/h. ¿A qué distancia de la vertical sobre un claro de la selva debe lanzar una caja de ayuda humanitaria para que llegue a su destino?

La caja, al abandonar el avión, está sometida a dos movimientos: el del avión y el de caída libre:

$x = v\,t$, siendo $v = 540$ km/h $= 150$ m/s

$y = y_0 + 1/2\ g\,t^2$

Si tomamos el suelo como nivel de referencia $y_0 = 900$ m, $y = 0$ cuando la caja llega al suelo.

Tiempo que tarda en caer:

$0 = 900 \text{ m} - 0{,}5 \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$

De donde se obtiene que $t = 13{,}6$ s

Luego la distancia será:

$x = v\,t = 150 \text{ m/s} \cdot 13{,}6 \text{ s} = 2\,040$ m

22. El récord mundial de salto de altura vertical está en 2,44 m. ¿Cuál debe ser la velocidad mínima del saltador para sobrepasar dicha altura?

En el punto más alto $v = 0$; despejamos la velocidad inicial en la ecuación $v^2 - v_0^2 = 2\,g\,h$

$v = \sqrt{-2\,g\,h} = \sqrt{-2 \cdot (-9{,}8 \text{ m/s}^2) \cdot 2{,}44 \text{ m}} = 6{,}92$ m/s

23. El récord mundial de salto de longitud está en 8,95 m. ¿Cuál debe ser la velocidad mínima de un saltador, cuya trayectoria forma un ángulo de 45° respecto al suelo, para sobrepasar dicha distancia?

Se puede considerar un tiro oblicuo de ecuaciones:

$x = v_0 \cos \alpha\, t$

$y = v_0 \operatorname{sen} \alpha\, t - 1/2\ g\,t^2$

Cuando vuelve a tocar el suelo se cumple que $y = 0$.

El tiempo que el saltador está en el aire:

$$t = \frac{2\, v_0 \text{ sen } \alpha}{g}$$

El alcance horizontal será:

$$x = v_0 \cos \alpha \frac{2\, v_0 \text{ sen } \alpha}{g} = \frac{2\, v_0^2\, 2 \text{ sen } \alpha \cos \alpha}{g} =$$

$$= \frac{v_0^2 \text{ sen } 2\alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g}, \text{ para } \alpha = 45°$$

Luego la velocidad será $v = \sqrt{x\, g} = \sqrt{8{,}95 \text{ m} \cdot 9{,}81 \text{ m/s}^2} = 9{,}37$ m/s

Para profundizar

24. Un vehículo viaja por una calle a 50 km/h. De repente un niño atraviesa corriendo la calzada. Si el conductor tarda 0,8 s en reaccionar y oprimir los frenos:

***a)* ¿Cuántos metros recorrerá antes de empezar a frenar?**

***b)* Una vez que pisa los frenos, ¿podrá parar en 0,5 m, supuesta una aceleración de frenado de –20 m/s²?**

a) Durante los 0,8 s el coche se mueve con la velocidad que tenía, y recorrerá una distancia:

$$x = v\, t = 13{,}9 \text{ m/s} \cdot 0{,}8 \text{ s} = 11 \text{ m}$$

b) El espacio de frenado se obtiene de la ecuación:

$$2\, a\, x = v_f^2 - v_0^2 \iff x = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2\, a} =$$

$$= \frac{0^2 - \left(50 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}}\right)^2}{2 \cdot \left(-20 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = 4{,}8 \text{ m}$$

No puede parar en 0,5 m

25. Un conductor que viaja de noche en un automóvil a 100 km/h ve de repente las luces de señalización de una valla que se encuentra a 40 m en medio de la calzada. Si tarda 0,75 s en pisar el pedal de los frenos y la deceleración máxima del automóvil es de 10 m/s²:

***a)* ¿Chocará con la valla? Si es así, ¿a qué velocidad?**

***b)* ¿Cuál será la velocidad máxima a la que puede viajar el automóvil sin que colisione con la valla?**

a) Distancia recorrida antes de frenar:

$x = v\, t = 27{,}8 \text{ m/s} \cdot 0{,}75 \text{ s} = 20{,}8 \text{ m}$

Cuando empieza a frenar, la valla se encuentra a una distancia de 40 m – 20,8 m = 19,2 m.

Velocidad del coche después de recorrer esa distancia:

$v^2 = (27{,}8 \text{ m/s})^2 - 2 \cdot (10 \text{ m/s}^2) \cdot 19{,}2 \text{ m} = 388{,}84 \text{ m}^2/\text{s}^2$

$v = 19{,}7 \text{ m/s} = 70 \text{ km/h}$

b) Para parar sin colisionar con la valla, el vehículo debe tener la velocidad:

$$v_0 \cdot 0{,}75 \text{ s} + \frac{v_0^2}{2 \cdot 10} = 40 \text{ m}$$

$v_0^2 + 15\, v_0 - 800 = 0$

De donde $v_0 = 21{,}76 \text{ m/s} \Rightarrow 78 \text{ km/h}$

26. Un camión y un automóvil inician el movimiento en el mismo instante, en la misma dirección y sentido desde dos semáforos contiguos de la misma calle. El camión tiene una aceleración constante de 1,2 m/s², mientras que el automóvil acelera con 2,4 m/s². El automóvil alcanza al camión después de que éste ha recorrido 50 m.

***a)* ¿Cuánto tiempo tarda el automóvil en alcanzar al camión?**

***b)* ¿Qué distancia separa los dos semáforos?**

***c)* ¿Qué velocidad posee cada vehículo cuando están emparejados?**

a) Tiempo transcurrido desde que se inicia el movimiento hasta ser alcanzado por el automóvil:

$$x = 1/2\; a\, t^2;\; t = \sqrt{\frac{2\, x}{a}} = \sqrt{\frac{100 \text{ m}}{1{,}2 \text{ m/s}^2}} = 9{,}1 \text{ s}$$

b) Durante ese tiempo el automóvil ha recorrido la distancia $x = x_0 + 50$ m, siendo x_0 la distancia que separa los dos semáforos.

$x_0 + 50 \text{ m} = 1/2 \cdot 2{,}4 \text{ m/s}^2 \cdot (9{,}13 \text{ s})^2$

$x_0 = 50 \text{ m}$

c) Camión: $v_1 = a_1\, t = 1{,}2 \text{ m/s}^2 \cdot 9{,}1 \text{ s} = 10{,}9 \text{ m/s} = 39 \text{ km/h}$

Automóvil: $v_2 = 2{,}4 \text{ m/s}^2 \cdot 9{,}1 \text{ s} = 21{,}8 \text{ m/s} = 79 \text{ km/h}$

27. Dos jóvenes se mueven en la misma dirección, dirigiéndose el uno al encuentro del otro. Inician el movimiento al mismo tiempo desde las porterías de un campo de fútbol con velocidades medias respectivas $v_1 = 3{,}5$ m/s y $v_2 = 5{,}0$ m/s. Sabiendo que el encuentro tiene lugar a 28 m de la posición de partida del primero, determina:

***a)* El tiempo transcurrido hasta que se encuentran.**

***b)* La longitud del campo de fútbol.**

a) Tiempo transcurrido $t = \dfrac{e_1}{v_1} = \dfrac{28 \text{ m}}{3{,}5 \text{ m/s}} = 8 \text{ s}$

Distancia recorrida por el segundo: $e_2 = v_2\, t = 5{,}0 \text{ m/s} \cdot 8 \text{ s} = 40 \text{ m}$

b) La longitud del campo de fútbol será: 28 m + 40 m = 68 m

28. Un tren del metro sale de una estación *A;* acelera a razón de 0,5 m/s² durante 10,0 s y luego con 2,0 m/s² hasta alcanzar la velocidad de 54 km/h. El tren mantiene la misma velocidad hasta que se acerca a la estación *B.* En ese momento frena uniformemente hasta pararse en 10,0 s. El tiempo total desde *A* hasta *B* ha sido de 60,0 s. ¿Qué distancia hay entre las estaciones *A* y *B*?

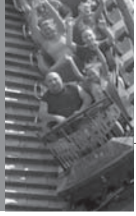
Primera fase:

$x_1 = 1/2\; a\, t^2 = 1/2 \cdot 0{,}5 \text{ m/s}^2 \cdot (10{,}0 \text{ s})^2 = 25 \text{ m}$

$v = a\, t = 0{,}5 \text{ m/s}^2 \cdot 10{,}0 \text{ s} = 5 \text{ m/s}$

Segunda fase:

$$x_2 = \frac{v^2 - v_0^2}{2\text{ a}} = \frac{(15 \text{ m/s})^2 - (5 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 2{,}0 \text{ m/s}^2} = 50 \text{ m}$$



$t = \dfrac{(15 - 5)\ \text{m/s}}{2{,}0\ \text{s}} = 5\ \text{s}$

Tercera fase:

$x_3 = v\,t = 15\ \text{m/s} \cdot 35\ \text{s} = 525\ \text{m}$

siendo $t = 60\ \text{s} - 25\ \text{s} = 35\ \text{s}$

Cuarta fase:

$a = \dfrac{v_t - v_0}{t} = \dfrac{0 - 15\ \text{m/s}}{10\ \text{s}} = 1{,}5\ \text{m/s}^2$

$x_4 = \dfrac{0 - (15\ \text{m/s})^2}{2\ (-1{,}5\ \text{m/s}^2)} = 75\ \text{m}$

La distancia entre las dos estaciones es la suma de las distancias recorridas en las distintas fases:

$25\ \text{m} + 50\ \text{m} + 525\ \text{m} + 75\ \text{m} = 675\ \text{m}$

29. Desde lo alto de una torre de altura *h* se deja caer un objeto. ¿A qué distancia del suelo tendrá una velocidad igual a la mitad de la que tiene cuando llega al suelo?

Velocidad cuando llega al suelo: $v^2 = 2\ g\ h$

Velocidad cuando se halla en el punto y, que se pide:

$\left(\dfrac{v}{2}\right)^2 = 2\ g\ (h - y)$

$2\ g\ h = 8\ g\ (h - y) \quad \Rightarrow \quad y = \dfrac{3}{4}\ h$

30. Lanzas un cuerpo verticalmente hacia arriba de forma que tiene una velocidad de 8,0 m/s cuando ha alcanzado la mitad de la altura máxima a la que puede subir:

***a)* ¿Con qué velocidad se lanzó?**

***b)* ¿A qué altura sube?**

***c)* ¿Qué velocidad posee un segundo después de ser lanzado?**

Altura máxima alcanzada $h = \dfrac{0 - v_0^2}{2\ g}$

A la mitad de dicha altura se cumple:

$\dfrac{h}{2} = \dfrac{(8{,}0\ \text{m/s})^2 - v_0^2}{2\ g}$

De las dos igualdades anteriores se obtiene:

$\dfrac{-v_0^2}{2\ g} = \dfrac{64{,}0\ \text{m}^2/\text{s}^2 - v_0^2}{g}$

De donde $v_0^2 = 128\ \text{m}^2/\text{s}^2$; $v_0 = 11{,}3\ \text{m/s}$

Altura alcanzada $h = \dfrac{0 - v_0^2}{2\ g} = \dfrac{-128\ \text{m}^2/\text{s}^2}{-19{,}6\ \text{m/s}} = 6{,}5\ \text{m}$

$v = v_0 + g\,t = 11{,}3\ \text{m/s} - 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 1\ \text{s}^2 = 1{,}5\ \text{m/s}$

31. Se lanza una piedra verticalmente hacia arriba desde un punto sobre un puente situado a 35 m del agua. Si la piedra golpea el agua 4 s después de soltarla, calcula:

***a)* La velocidad con que se lanzó.**

***b)* La velocidad con que golpeó el agua.**

Tomamos como referencia el punto del puente que se indica en el problema. De acuerdo con esto, el agua está a 35 m por debajo de dicho punto. Por tanto, la piedra toca el agua cuando se encuentra en la posición $y = -35$ m; además $y_0 = 0$.

a) Sustituimos estos valores en la ecuación del movimiento de caída libre:

$-35\ \text{m} = v_0 \cdot 4\ \text{s} - 0{,}5 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 16\ \text{s}^2$

De donde $v_0 = 11\ \text{m/s}$

b) $v = v_0 + g\,t = 11\ \text{m/s} - 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 4\ \text{s} = -28\ \text{m/s}$

32. Se lanza desde el suelo hacia arriba un objeto al mismo tiempo que se deja caer otro desde una altura de 45 m. ¿Con qué velocidad se debe lanzar el primero para que los dos lleguen al suelo al mismo tiempo?

Se trata de dos movimientos de caída libre. Tomamos el suelo como referencia:

$y_0 = 0$ para el primer objeto

$y_0 = 45$ m $\qquad v_0 = 0$ para el segundo objeto.

Tiempo que tarda el segundo objeto en llegar al suelo:

$0 = 45\ \text{m} - 1/2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot t^2 \qquad t = 3\ \text{s}$

Sustituyendo este valor en la ecuación del primer objeto obtenemos la velocidad inicial:

$0 = v_0\ t + 12\ g\ t^2$

$v_0 = -1/2\ g\ t = -1/2 \cdot (-9{,}8\ \text{m/s}^2) \cdot 3\ \text{s} = 15\ \text{m/s}$

33. Se deja caer una piedra desde el brocal de un pozo y tarda 2,3 s en percibirse el sonido producido en el choque con el agua. Si la velocidad del sonido en el aire es de 340 m/s, ¿a qué profundidad está el agua?

El problema trata de dos movimientos: el de la piedra en caída libre, y el del sonido que es rectilíneo y uniforme.

El tiempo total de los dos movimientos es 2,3 s. Tomamos el nivel del agua como referencia y llamamos h a la profundidad a la que está el agua.

Movimiento de la piedra: $0 = h + 1/2\ g\ t^2$

Movimiento del sonido: $h = v\ (2{,}3\ \text{s} - t)$

De este sistema de ecuaciones se obtiene: $t = 2{,}23$ s, que es el tiempo empleado por la piedra en llegar al agua. Si lo sustituimos en la 1.ª ecuación, obtenemos el valor de h:

$h = -1/2\ g\ t^2 = -1/2 \cdot (-9{,}8\ \text{m/s}^2) \cdot (2{,}23\ \text{s})^2 = 24\ \text{m}$

34. Un ciclista parte del reposo en un velódromo circular de 50 m de radio, y va moviéndose con movimiento uniformemente acelerado hasta que, a los 50 s de iniciada la marcha, alcanza una velocidad de 36 km/h; desde este momento conserva su velocidad. Calcula:

***a)* La aceleración tangencial y la aceleración angular en la primera etapa del movimiento.**

***b)* La aceleración normal en el momento de cumplirse los 50 s.**

***c)* La longitud de pista recorrida en los 50 s.**

***d)* El tiempo que tarda en dar una vuelta a la pista con velocidad constante.**

e) **El número de vueltas que da en 10 minutos contados desde que inició el movimiento.**

a) $a_t = \dfrac{v_t - v_0}{t} = \dfrac{10 \text{ m/s} - 0}{50 \text{ s}} = 0{,}2 \text{ m/s}^2$

$\alpha = \dfrac{a}{R} = \dfrac{0{,}2 \text{ m/s}^2}{50 \text{ m/rad}} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}^2$

b) $a_n = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{(10 \text{ m/s})^2}{50 \text{ m}} = 2 \text{ m/s}^2$

c) $e = 1/2\, a\, t^2 = 1/2 \cdot 0{,}2 \text{ m/s}^2 \cdot (50 \text{ s})^2 = 250 \text{ m}$

d) $t = \dfrac{2\,\pi\,R}{v} = \dfrac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \text{ m}}{10 \text{ m/s}} = 31 \text{ s}$

e) Número de vueltas en los 50 s iniciales:

$n = \dfrac{e}{2\,\pi\,R} = \dfrac{250 \text{ m}}{314 \text{ m/vuelta}} = 0{,}8 \text{ vueltas}$

Número de vueltas en el tiempo 600 s – 50 s = 550 s

$n = \dfrac{v\,t}{2\,\pi\,R} = \dfrac{10 \text{ m/s} \cdot 550 \text{ s}}{314 \text{ m/vuelta}} = 17{,}5 \text{ vueltas}$

Número total de vueltas: 17,5 + 0,8 = 18

35. Se dispara un proyectil con una velocidad inicial de 500 m/s batiendo un objetivo situado a 1 200 m en la misma horizontal del punto de lanzamiento. Calcula el ángulo de elevación.

El movimiento del proyectil viene determinado por las ecuaciones:

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha\, t \\ y = y_0 + v_0 \operatorname{sen} \alpha\, t + 1/2\, g\, t^2 \end{cases}$$

Alcanza el blanco cuando $y = y_0 = 0$

El sistema de ecuaciones toma la forma:

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha\, t \\ 0 = v_0 \operatorname{sen} \alpha\, t + 1/2\, g\, t^2 \end{cases}$$

Eliminamos el tiempo:

$$\frac{x}{v_0 \cos \alpha} = \frac{-2\, v_0 \operatorname{sen} \alpha}{g}$$

$2 \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha = \dfrac{x\,g}{-v_0^2} = \dfrac{-9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 1\,200 \text{ m}}{-250\,000 \text{ m}^2/\text{s}^2} = 0{,}046$

$\operatorname{sen} 2\,\alpha = 0{,}046$; $2\,\alpha = 2{,}696°$; $\alpha = 1{,}34°$

$2\,\alpha = 177{,}304°$; $\alpha = 88{,}66°$

36. Se lanza desde el suelo una pelota bajo un ángulo de 30° con la horizontal y cae en la terraza de un edificio situado a 30 m de distancia. Si la terraza está a una altura de 10 m, calcula la velocidad con que se lanzó.

Ecuaciones del movimiento:

$x = v_0 \cos \alpha\, t$

$y = y_0 + v_0 \operatorname{sen} \alpha\, t + 1/2\, g\, t^2$

Tomamos el suelo como referencia; por tanto, $y_0 = 0$

La pelota cae en la terraza cuando $x = 30$ m, $y = 10$ m

$30 \text{ m} = v_0 \cos \alpha\, t$

$10 \text{ m} = v_0 \operatorname{sen} \alpha\, t + 1/2\, g\, t^2$

Al eliminar el tiempo se obtiene:

$10 \text{ m} = 30 \text{ m} \cdot \operatorname{tg} \alpha + 1/2\, g \left(\dfrac{30 \text{ m}}{v_0 \cos \alpha}\right)^2$

$v_0 = \sqrt{\dfrac{g \cdot 900}{2 \cos^2 \alpha\, (10 - 30 \cdot \operatorname{tg} \alpha)}} = 29 \text{ m/s}$

37. Un motorista asciende por una rampa de 20° y cuando está a 2 m sobre el nivel del suelo «vuela» a fin de salvar un río de 10 m de ancho. ¿Con qué velocidad debe despegar si quiere alcanzar la orilla sin mojarse?

Si eliminamos el tiempo en el sistema de ecuaciones

$x = v_0 \cos \alpha\, t$

$y = y_0 + v_0 \operatorname{sen} \alpha\, t + 1/2\, g\, t^2$, se obtiene:

$y = y_0 + x \operatorname{tg} \alpha + 1/2\, g \left(\dfrac{x}{v_0 \cos \alpha}\right)^2$

Tomamos el suelo como nivel de referencia: $y_0 = 2$ m

Cuando alcanza la orilla opuesta, $y = 0$; $x = 10$ m

Teniendo en cuenta estos valores y despejando v_0, tenemos:

$v_0 = \sqrt{\dfrac{100 \text{ m}^2 \cdot 4{,}9 \text{ m/s}^2}{493 \text{ m}}} = 10 \text{ m/s}$

38. Desde la cima de un acantilado se lanza horizontalmente un proyectil y se observa que tarda 3 s en tocar el agua en un punto que dista 60 m de la base del acantilado. Calcula:

a) **La altura que tiene el acantilado.**

b) **Con qué velocidad se lanzó el proyectil.**

c) **Con qué velocidad llega al agua.**

Ecuaciones del movimiento:

$x = v\,t$

$y = y_0 + 1/2\, g\, t^2$

Tomamos el nivel del agua como referencia.

Por tanto, y_0 es la altura del acantilado; $y = 0$; $x = 60$ m

a) $y_0 = -1/2\, g\, t^2 = -1/2 \cdot (-9{,}8 \text{ m/s}^2) \cdot 9 \text{ s}^2 = 44 \text{ m}$

b) $v = \dfrac{x}{t} = \dfrac{60 \text{ m}}{3 \text{ s}} = 20 \text{ m/s}$

c) $v_y = v_0 + g\,t = 0 - 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 3 \text{ s} = -29{,}4 \text{ m/s}$

$\vec{v} = v_x\, \vec{u}_x + v_y\, \vec{u}_y = 20\, \vec{u}_x - 29{,}4\, \vec{u}_y \text{ m/s}$

$v = 36 \text{ m/s}$

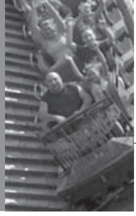
39. Una bola que rueda sobre una mesa horizontal de 0,90 m de altura cae al suelo en un punto situado a una distancia horizontal de 1,5 m del borde de la mesa. ¿Qué velocidad tenía la bola en el momento de abandonar la mesa?

Ecuaciones del movimiento:

$$\begin{cases} x = v\,t \\ y = y_0 + 1/2\, g\, t^2 \end{cases}$$

Tomamos el suelo como referencia. Por tanto, $y_0 = 0{,}90$ m

Cuando la bola llega al suelo se cumple: $y = 0$; $x = 1{,}5$ m



El tiempo que tarda en caer vale:

$$t = \sqrt{\frac{2\,(y - y_0)}{g}} = \sqrt{\frac{2\,(0 - 0{,}90\ \text{m})}{-9{,}8\ \text{m/s}^2}} = 0{,}43\ \text{s}$$

$$v = \frac{x}{t} = \frac{1{,}5\ \text{m}}{0{,}43\ \text{s}} = 3{,}5\ \text{m/s}$$

40. Un atleta quiere batir el récord del mundo de lanzamiento de peso, establecido en 23,0 m. Sabe que el alcance máximo se consigue con un ángulo de 45°. Si impulsa el peso desde una altura de 1,75 m, ¿con qué velocidad mínima debe lanzar?

En este caso las ecuaciones del movimiento son:

$x = v_0 \cos \alpha\, t$

$y = y_0 + v_0 \,\text{sen}\, \alpha\, t + 1/2\, g\, t^2$

En donde y_0 (tomamos el suelo como referencia) = 1,75 m; $y = 0$; $x = 23{,}0$ m; $\alpha = 45°$

Eliminando el tiempo se obtiene la ecuación de la trayectoria:

$$y = y_0 + x \,\text{tg}\, \alpha + 1/2\, g \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha}\right)^2$$

Sustituimos en ella los valores conocidos:

$$0 = 1{,}75\ \text{m} + 23{,}0\ \text{m} - 4{,}9\ \text{m/s}^2 \cdot \left(\frac{23{,}0\ \text{m}}{v_0 \cdot 0{,}7}\right)^2$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{529\ \text{m}^2 \cdot 4{,}9\ \text{m/s}^2}{24{,}75\ \text{m} \cdot 0{,}5}} = 14{,}5\ \text{m/s}$$