

Cuestiones básicas

- Una pelota que está en reposo se sitúa a una altura de 2 m sobre el suelo y después se sube hasta una altura de 10 m.
 - ¿De qué tipo es la energía de la pelota?
 - ¿En qué posición tiene mayor energía?
 - Energía potencial.
 - A 10 m de altura.
- Un coche circula por una carretera horizontal a una velocidad de 72 km/h, acelera hasta alcanzar una velocidad de 90 km/h y después frena hasta pararse.
 - ¿Cuándo tiene mayor energía?
 - ¿De qué tipo es la energía del coche?
 - ¿Cuál es el valor de la energía cinética del coche cuando se para?
 - ¿Por qué no varía su energía potencial gravitatoria?
 - Cuando tiene mayor velocidad, a 90 km/h.
 - El coche tiene energía cinética.
 - Con una velocidad de 0 m/s, su energía es de 0 J.
 - El movimiento es en la horizontal y no hay variación en la altura.

- Describe las transformaciones energéticas que se producen cuando una pila eléctrica hace funcionar una bombilla.

La energía química de la pila crea un campo eléctrico que da una energía cinética a los electrones del cable. La resistencia del material conductor hace que el filamento de la bombilla gane temperatura hasta emitir energía lumínica.

- Describe las transformaciones energéticas que se producen cuando un automóvil está en movimiento.

La energía química que se encuentra almacenada en el combustible se convierte en cinética de los gases en la explosión en el cilindro y después en mecánica que consigue mover las ruedas.

- Si se duplica la velocidad de un cuerpo, ¿qué le sucede a su energía cinética?

Se cuadruplica ya que $E_c = 1/2 m v^2$.

- Un objeto de 5 kg tiene una energía cinética de 250 J. Calcula la velocidad con que se mueve.

La velocidad se obtiene a partir de la fórmula de la energía cinética:

$$v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 250 \text{ J}}{5 \text{ kg}}} = 10 \text{ m s}^{-1}$$

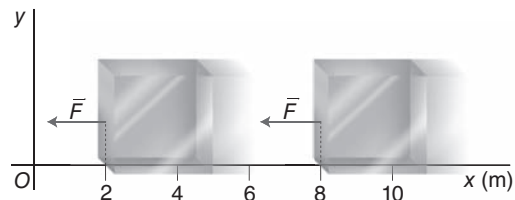
- Ordena de mayor a menor la energía potencial gravitatoria de los siguientes cuerpos:

- Cuerpo de 200 kg apoyado en el suelo.
- Objeto de 5 kg situado a una altura de 15 m.

- Cuerpo de 80 kg a 1,5 m de altura sobre el suelo.
 - Objeto de 8 kg a 25 m de altura.
 - Cuerpo de 6 kg situado a una altura de 35 m.
- a) 0 J < b) 735 J < c) 1176 J < d) 1960 J < e) 2058 J.

Actividades

- El cuerpo de la Fig. 7.9, sobre el que actúa la fuerza \vec{F} , se desplaza desde el punto (8,0) m hasta el punto (2,0) m. El trabajo realizado por la fuerza \vec{F} es igual a 60 J.
 - ¿Cuál es el signo de la fuerza y el desplazamiento? ¿Por qué el trabajo es positivo?
 - ¿Cuánto vale el módulo de \vec{F} ?



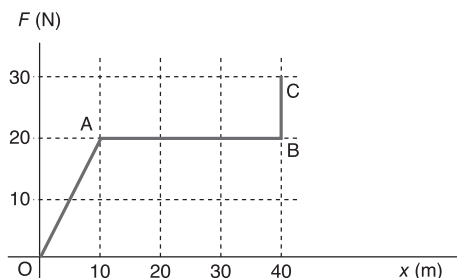
- El trabajo es positivo porque la fuerza y el desplazamiento son negativos.

$$b) F = \frac{W}{\Delta x} = \frac{60 \text{ J}}{-6 \text{ m}} = -10 \text{ N}; \quad \vec{F} = -10 \vec{u}_x \text{ N}$$

- Una grúa levanta un paquete de ladrillos de 500 kg a una altura de 30 m y después desplaza la carga horizontalmente 10 m. ¿Qué trabajo mecánico realiza en cada movimiento?

- $P = mg = 500 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} = 4900 \text{ N}$
 $W = Fh = 4900 \text{ N} \cdot 30 \text{ m} = 1,47 \cdot 10^5 \text{ J}$
- $W = F \Delta x \cos \alpha = 500 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} \cdot 10 \text{ m} \cdot \cos 90^\circ = 0$

- La fuerza aplicada a un cuerpo varía según el gráfico de la Fig. 7.10.



- ¿Qué trabajo realiza la fuerza en cada tramo?
- ¿Cuánto vale el trabajo total?

$$a) W_{OA} = \frac{1}{2} 10 \text{ m} \cdot 20 \text{ N} = 100 \text{ J}$$

$$W_{AB} = 20 \text{ N} \cdot 30 \text{ m} = 600 \text{ J}$$

$$W_{BC} = 0$$

$$b) W_{TOTAL} = 100 \text{ J} + 600 \text{ J} = 700 \text{ J}$$



4. Para elevar un cuerpo con una velocidad constante de $2,5 \text{ m s}^{-1}$ se necesita un motor de 3 CV de potencia. ¿Cuál es el peso del cuerpo?

$$P = Fv; F = \frac{P}{v} = \frac{3 \text{ CV} \cdot 735,5 \text{ W/CV}}{2,5 \text{ m s}^{-1}} = 883 \text{ N} = 90 \text{ kp}$$

5. Un motor de 18 CV eleva un montacargas de 500 kg a 50 m de altura en 25 s. Calcula el trabajo realizado, la potencia útil y el rendimiento.

La fuerza motriz que realiza el trabajo es igual al peso del cuerpo.

El trabajo realizado es igual al trabajo útil:

$$W_u = F \Delta x = m g h = 500 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} \cdot 50 \text{ m} = 2,45 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Potencia útil:

$$P_u = \frac{W_u}{t} = \frac{2,45 \cdot 10^5 \text{ J}}{25 \text{ s}} = 9,8 \cdot 10^3 \text{ W}$$

Rendimiento:

$$\eta = \frac{P_u}{P_m} = \frac{9,8 \cdot 10^3 \text{ W}}{18 \text{ CV} \cdot 735,5 \text{ W CV}^{-1}} = 0,74 = 74\%$$

6. ¿Puede ser negativa la energía cinética?

No, porque el módulo de la velocidad está elevado al cuadrado y la masa siempre es positiva.

7. Si la energía cinética de un cuerpo se mantiene constante, ¿cuánto vale el trabajo realizado sobre el cuerpo?

El trabajo es nulo si no varía tampoco ninguna de las otras energías asociadas al cuerpo.

8. Se lanza un cuerpo de 2,4 kg por una superficie horizontal y se detiene tras recorrer 4 m. Si el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y la superficie es 0,35, ¿con qué velocidad se lanzó el cuerpo?

$$F_r = \mu m g = 0,35 \cdot 2,4 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} = 8,2 \text{ N};$$

$$W_r = F_r \Delta x = -8,2 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} = -32,8 \text{ J}$$

$$E_{c1} + W_r = E_{c2}; \quad \frac{1}{2} \cdot 2,4 \text{ kg} \cdot v^2 - 32,8 \text{ J} = 0; \quad v = 5,2 \text{ m s}^{-1}$$

9. El consumo de agua de una ciudad es de $4,2 \cdot 10^3 \text{ m}^3$ diarios, siendo necesario elevarla a unos depósitos situados a 85 m por encima del río donde tiene lugar la captación. Sin tener en cuenta otras consideraciones, calcula:

a) El trabajo diario que hay que realizar.

b) La potencia de las bombas que elevan el agua.

$$a) m = Vd = 4,2 \cdot 10^3 \text{ m}^3 \cdot 1000 \text{ kg m}^{-3} = 4,2 \cdot 10^6 \text{ kg}$$

$$W = E_p = m g h = 4,2 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} \cdot 85 \text{ m} = 3,5 \cdot 10^9 \text{ J}$$

$$b) P = \frac{W}{t} = \frac{3,5 \cdot 10^9 \text{ J}}{86400 \text{ s}} = 4,05 \cdot 10^4 \text{ W} = 55 \text{ CV}$$

10. Un muelle se alarga 4 cm cuando se cuelga de él un cuerpo de 24 kg de masa. ¿Qué trabajo habría que realizar para comprimirlo 12 cm a partir de su posición de equilibrio?

$$F = m g = 24 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} = 235 \text{ N};$$

$$k = \frac{F}{\Delta x} = \frac{235 \text{ N}}{0,04 \text{ m}} = 5,88 \cdot 10^3 \text{ N m}^{-1}$$

$$W = E_{PE} = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} 5,88 \cdot 10^3 \text{ N m}^{-1} \cdot (0,12 \text{ m})^2 = 42,3 \text{ J}$$

11. Si, al alargar un muelle, su energía potencial elástica es positiva, ¿será negativa al comprimirlo?

También es positiva, porque el acortamiento está elevado al cuadrado.

12. Una pelota de 65 g de masa golpea la pared de un frontón con una velocidad de 25 m s^{-1} y rebota con velocidad de 22 m s^{-1} . ¿Se conserva la energía mecánica de la pelota? Si no es así, ¿qué cantidad de energía cinética ha perdido?

$$E_{c1} = \frac{1}{2} \cdot 0,065 \text{ kg} \cdot (25 \text{ m s}^{-1})^2 = 20,3 \text{ J}$$

$$E_{c2} = \frac{1}{2} \cdot 0,065 \text{ kg} \cdot (-22 \text{ m s}^{-1})^2 = 15,7 \text{ J}$$

No se conserva la energía mecánica.

$$\text{Energía cinética perdida: } 20,3 \text{ J} - 15,7 \text{ J} = 4,6 \text{ J}$$

13. El péndulo de la Fig. 7.21, de 1 m de longitud, se desplaza un ángulo de 12° de su posición vertical de equilibrio, por lo que oscila de un lado a otro. Si se desprecia el rozamiento con el aire, calcula su velocidad cuando pasa por el punto más bajo de su trayectoria.

$$h = 1 - 1 \cdot \cos 12^\circ = 1 - 0,98 = 0,02 \text{ m}$$

$$v = \sqrt{2 g h} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} \cdot 0,02 \text{ m}} = 0,63 \text{ m s}^{-1}$$

14. Un cuerpo de 3 kg de masa inicia el deslizamiento por un plano inclinado desde un punto situado a 4 m de altura sobre el suelo. Su energía cinética, cuando llega al suelo, es de 102 J.

a) ¿Se ha conservado su energía mecánica?

b) ¿Cuánto vale el trabajo de rozamiento?

$$a) E_{m1} = 0 + m g h_1 = 3 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} \cdot 4 \text{ m} = 117,6 \text{ J}$$

$$E_{m2} = 0 + E_{c1} = 102 \text{ J}. \text{ No se conserva la energía mecánica.}$$

$$b) W_r = E_{m2} - E_{m1} = 102 \text{ J} - 117,6 \text{ J} = -15,6 \text{ J}$$

15. Un bloque de 5 kg resbala a lo largo de un plano de 4 m de longitud y 30° de inclinación sobre la horizontal. Si el coeficiente de rozamiento es 0,25, calcula:

a) El trabajo de rozamiento.

b) La energía potencial gravitatoria del bloque cuando está situado en lo alto del plano.

c) La energía cinética y la velocidad del bloque al final del plano.

$$a) F_r = \mu m g \cos \alpha = 0,25 \cdot 5 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} \cdot \cos 30^\circ = 10,6 \text{ N}$$

$$W_r = F_r \Delta x = -10,6 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} = -42,4 \text{ J}$$

$$b) E_p = mgh = 5 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} \cdot 2 \text{ m} = 98 \text{ J}$$

$$c) E_p + W_r = E_c; \quad E_c = 98 \text{ J} - 42,4 \text{ J} = 55,6 \text{ J}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 55,6 \text{ J}}{5 \text{ kg}}} = 4,7 \text{ m s}^{-1}$$

16. ¿Qué cantidad de energía se libera cuando se convierte en energía 1 g de materia?

De acuerdo con la teoría de la relatividad de Einstein, la relación entre masa y energía es la siguiente:

$$E = m c^2 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1})^2 = 9 \cdot 10^{13} \text{ J}$$

17. ¿Por qué se dice que el calor es una energía de peor calidad, menos útil, que el trabajo?

Sólo una parte de la energía térmica puede transformarse en otras energías. Aunque la cantidad total de energía es constante, parece que pierde paulatinamente su capacidad para producir trabajo. La energía se degradará continuamente, convertida en energía térmica inutilizable y cada vez habrá menos energía útil.

18. Haz un breve comentario acerca de la llamada muerte térmica del Universo.

Respuesta libre.

■ Problemas propuestos

■ Para afianzar

1. Una vagoneta se encuentra en una vía recta horizontal. Calcula el trabajo mecánico en los siguientes casos:

a) Se ejerce una fuerza constante de 50 N sobre la vagoneta en la dirección de la vía sin que la vagoneta se mueva.

b) Se ejerce una fuerza de 180 N en la dirección de la vía y se recorren 12 m.

c) Se empuja la vagoneta con una fuerza de 200 N que forma un ángulo de 30° con la vía, de modo que recorre 25 m.

$$a) W = 0$$

$$b) W = 180 \text{ N} \cdot 12 \text{ m} = 2160 \text{ J}$$

$$c) W = 200 \text{ N} \cdot 25 \text{ m} \cdot \cos 30^\circ = 4330 \text{ J}$$

2. ¿Qué trabajo se realiza cuando se desplaza un cuerpo a velocidad constante sobre una superficie horizontal sin rozamiento?

Nulo, porque $F = 0$.

3. ¿Puede ser negativa la energía cinética de un cuerpo? ¿Y la potencial gravitatoria?

La energía cinética no puede ser negativa porque el módulo de la velocidad está elevado al cuadrado. La energía potencial gravitatoria sí depende del nivel de referencia elegido.

4. Cuando un cuerpo en movimiento choca contra un muelle va perdiendo velocidad hasta que se detiene. ¿Qué sucede con su energía cinética?

Se transforma en energía potencial elástica.

5. ¿Qué trabajo mecánico realiza una persona de 60,0 kg cuando sube a una altura de 10,0 m? ¿Qué fuerza ejerce?

$$W = Fh = 588 \text{ N} \cdot 10 \text{ m} = 5880 \text{ J}$$

$$F = P = mg = 60 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} = 588 \text{ N}$$

6. Una grúa desplaza horizontalmente con MRU un contenedor de 400 kg de masa una distancia de 20 m sin que haya rozamientos. ¿Qué trabajo realiza?

$$W = 400 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} \cdot 20 \text{ m} \cdot \cos 90^\circ = 0$$

7. ¿Qué trabajo hay que realizar para elevar un cuerpo de 20,0 kg desde una altura de 10,0 m sobre el suelo hasta una altura de 25,0 m? ¿Qué fuerza hay que realizar?

$$W = F(h_2 - h_1) = 196 \text{ N} \cdot (25 - 10) \text{ m} = 2940 \text{ J}$$

$$F = P = mg = 20 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} = 196 \text{ N}$$

8. Desde una altura de 14 m se lanza verticalmente hacia arriba una pelota de 45 g con una velocidad de 15 m s^{-1} . Calcula:

a) Su energía mecánica cuando alcanza la máxima altura y cuando se encuentra a una altura de 8,0 m sobre el suelo.

b) La velocidad con que llega al suelo.

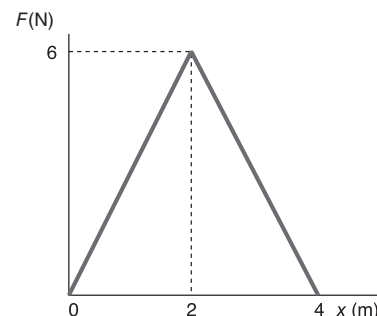
$$a) E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} \cdot 0,045 \text{ kg} \cdot (15 \text{ m s}^{-1})^2 + 0,045 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} \cdot 14 \text{ m} = 11 \text{ J. Es la misma.}$$

$$b) v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 11 \text{ J}}{0,045 \text{ kg}}} = 22 \text{ m s}^{-1}$$

9. ¿Qué altura máxima puede alcanzar una pelota de masa m lanzada verticalmente hacia arriba desde el suelo con una velocidad de 12 m s^{-1} ?

$$E_c = E_{p_f}; \quad \frac{1}{2} m v_1^2 = m g h_f; \quad h_f = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{(12 \text{ m s}^{-1})^2}{2 \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2}} = 7,3 \text{ m}$$

10. Calcula gráficamente el trabajo realizado por una fuerza que varía de la forma que representa la Fig. 7.27 al desplazar un móvil a lo largo de los 4 m iniciales.



$$W = \frac{1}{2} 4 \text{ m} \cdot 6 \text{ N} = 12 \text{ J}$$



11. Calcula el trabajo de rozamiento desprendido en forma de calor por un objeto de masa 150 kg que se desliza 12,0 m por el suelo de una nave industrial con el que tiene un coeficiente de rozamiento 0,25. ¿Y si el suelo estuviera inclinado exactamente 5°?

$$W_1 = \mu m g \Delta x = 0,25 \cdot 150 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} \cdot 12 \text{ m} = 4410 \text{ J} = 4,41 \text{ kJ}$$

$$W_2 = \mu m g \cos \alpha \Delta x = 0,25 \cdot 150 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} \cdot \cos 5^\circ \cdot 12 \text{ m} = 4390 \text{ J} = 4,39 \text{ kJ}$$

12. ¿Qué potencia tiene que ejercer una máquina que levanta 1000 kg de mineral a una velocidad media de 5,0 m s⁻¹?

$$P = Fv = 1000 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} \cdot 5 \text{ m s}^{-1} = 4,9 \cdot 10^4 \text{ W} = 49 \text{ kW}$$

13. ¿Cuánto vale la energía cinética de un automóvil de masa 800 kg que se mueve a 35 m s⁻¹?

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 800 \text{ kg} \cdot (35 \text{ m s}^{-1})^2 = 4,9 \cdot 10^5 \text{ J}$$

14. ¿Qué cantidad de energía se encuentra almacenada en un muelle de constante k = 625 N m⁻¹ que se encuentra comprimido 45 cm?

$$E_{pe} = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} \cdot 625 \text{ N m}^{-1} \cdot (0,45 \text{ m})^2 = 63 \text{ J}$$

Para repasar

15. Calcula la energía producida en un año por un parque eólico de 20 MW de potencia media. Expresa el resultado en kW h.

$$E = Pt = 20 \cdot 10^6 \text{ W} \cdot (365 \cdot 24 \cdot 3600) \text{ s} = 6,3 \cdot 10^{14} \text{ J} = 1,75 \cdot 10^8 \text{ kW h}$$

16. Un saltador de pértiga de 72 kg de masa sobrepasa el listón cuando está colocado a 6,05 m.

a) ¿Cuál es su energía potencial gravitatoria en ese instante?

b) ¿Con qué velocidad llega a la colchoneta cuya superficie superior está situada a 75 cm del suelo?

a) $E_p = mgh = 72 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} \cdot 6,05 \text{ m} = 4270 \text{ J} = 4,3 \text{ kJ}$

b) $E_m = E_c + E_{pz} \quad 4270 \text{ J} = \frac{1}{2} 72 \text{ kg} \cdot v^2 + 72 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} \cdot 0,75 \text{ m}; \quad v = 10,2 \text{ m s}^{-1}$

17. Al colgar un cuerpo de 5,00 kg de un muelle vertical se produce un alargamiento de 12,5 cm. Calcula:

a) La constante elástica del muelle.

b) La energía potencial elástica almacenada.

a) $P = mg = 5 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} = 49 \text{ N};$

$$k = \frac{F}{\Delta x} = \frac{49 \text{ N}}{0,125 \text{ m}} = 392 \text{ N m}^{-1}$$

b) $E_e = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} \cdot 392 \text{ N m}^{-1} \cdot (0,125 \text{ m})^2 = 3,1 \text{ J}$

18. Una bala de 20 g de masa atraviesa una pared de 12 cm de anchura. La bala incide en la pared con una velocidad de 250 m s⁻¹ y sale con una velocidad de 120 m s⁻¹. ¿Qué resistencia media (fuerza de rozamiento) opone la pared?

$$W = E_{cf} - E_{ci} = F \Delta x; \quad F = \frac{\frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)}{\Delta x} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 0,02 \text{ kg} \cdot (120^2 - 250^2) \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}}{0,12 \text{ m}} = -4 \cdot 10^3 \text{ N}$$

19. Se lanza un cuerpo a lo largo de un plano horizontal con una velocidad inicial de 5,0 m s⁻¹. El coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano es 0,30. ¿Qué distancia recorre hasta pararse?

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (5 \text{ m s}^{-1})^2 = 12,5 \cdot m \text{ J}$$

$$F_r = \mu mg = 0,3 \cdot m \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} = 2,94 \cdot m \text{ J}$$

$$E_c = W_r; \quad 12,5 \cdot m = 2,94 \cdot m \cdot \Delta x; \quad \Delta x = \frac{12,5 \cdot m}{2,94 \cdot m} = 4,25 \text{ m}$$

20. Un cuerpo de 10,0 kg resbala a lo largo de un plano inclinado 30° sobre la horizontal. La longitud del plano es de 7,0 m y el coeficiente de rozamiento 0,30.

Calcula:

a) El trabajo de rozamiento.

b) La energía mecánica del cuerpo cuando está en reposo en lo alto del plano.

c) La energía cinética y la velocidad del cuerpo al final del plano.

a) $F_r = \mu mg \cos \alpha = 0,3 \cdot 10 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} \cdot \cos 30^\circ = 25,5 \text{ N}$
 $W_r = -F_r \cdot \Delta x = -25,5 \text{ N} \cdot 7 \text{ m} = -178 \text{ J}$

b) $h = 7 \text{ m} \cdot \sin 30^\circ = 3,5 \text{ m};$

$$E_m = E_p = mgh = 10 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} \cdot 3,5 \text{ m} = 343 \text{ J}$$

c) $E_c = E_p + W_r = 343 \text{ J} - 178 \text{ J} = 165 \text{ J}$

$$v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 165 \text{ J}}{10 \text{ kg}}} = 5,7 \text{ m s}^{-1}$$

21. Un camión de 30 t se mueve con una aceleración constante de 1,2 m s⁻² sobre una superficie horizontal en la que la fuerza de rozamiento tiene un valor constante de 9 · 10³ N. ¿Qué trabajo realiza el motor del camión al recorrer 100 m?

$$F = ma + F_r = 30 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 1,2 \text{ m s}^{-2} + 9 \cdot 10^3 \text{ N} = 4,5 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$W = F \Delta x = 4,5 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot 100 \text{ m} = 4,5 \cdot 10^6 \text{ J}$$

22. Un bloque de 5,0 kg desciende desde el reposo por un plano inclinado 30° con la horizontal. La longitud del plano es 10 m y el coeficiente de rozamiento, 0,10. Halla la pérdida de energía a causa del rozamiento y la velocidad del bloque en la base del plano inclinado.

$$F_r = \mu mg \cos \alpha = 0,1 \cdot 5 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} \cdot \cos 30^\circ = 4,24 \text{ N}$$

$$W_r = -F_r \cdot \Delta x = -4,24 \text{ N} \cdot 10 \text{ m} = -42,4 \text{ J}$$

$$E_i + W_r = E_f; \quad E_{c_i} = 0; \quad h = l \cdot \sin \alpha = 10 \text{ m} \cdot 0,5 = 5 \text{ m}$$

$$E_{p_i} = m g h = 5 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} \cdot 5 \text{ m} = 245 \text{ J}$$

$$E_f = E_i + W_r = 245 \text{ J} + (-42,4 \text{ J}) = 203 \text{ J}$$

$$E_f = E_{c_f} = \frac{1}{2} m v^2; \quad v = \sqrt{\frac{2 E_f}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 203 \text{ J}}{5 \text{ kg}}} = 9,0 \text{ m s}^{-1}$$

Para profundizar

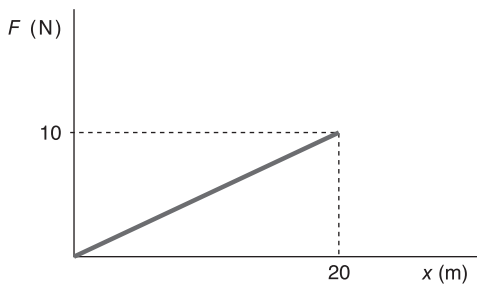
23. Un automóvil de 1,4 t inicia el ascenso de una cuesta con una velocidad de 36 km h⁻¹. Cuando se ha elevado a una altura vertical de 20 m sobre la base de la rampa alcanza una velocidad de 25 m s⁻¹, invirtiendo para ello un tiempo de 40 s. Calcula:

- a) El aumento experimentado por la energía mecánica del coche.
b) La potencia media del motor necesaria para suministrar esa energía.

$$\begin{aligned} a) \Delta E_m &= E_{c_f} + E_{p_f} - (E_{c_i} + E_{p_i}) = \frac{1}{2} \cdot 1,4 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \\ &\cdot (25 \text{ m s}^{-1})^2 + 1,4 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} \cdot 20 \text{ m} - \\ &- \frac{1}{2} \cdot 1,4 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot (10 \text{ m s}^{-1})^2 = 6,4 \cdot 10^5 \text{ J} \end{aligned}$$

$$b) P = \frac{\Delta E_m}{t} = \frac{6,4 \cdot 10^5 \text{ J}}{40 \text{ s}} = 1,6 \cdot 10^4 \text{ W} = 16 \text{ kW}$$

24. Una masa de 3,0 kg se mueve inicialmente con una velocidad de 5 m s⁻¹. Sobre ella empieza a actuar una fuerza en la dirección y sentido de su movimiento que varía a lo largo del recorrido de la forma que indica la Fig. 7.28. ¿Cuánto valdrá su velocidad cuando haya recorrido 20 m?



$$W = \frac{1}{2} (\text{base}) \cdot (\text{altura}) = \frac{1}{2} 20 \text{ m} \cdot 10 \text{ N} = 100 \text{ J}$$

$$W = \Delta E_c = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

$$100 \text{ J} = \frac{1}{2} 3 \text{ kg} \cdot v_f^2 - \frac{1}{2} 3 \text{ kg} \cdot (5 \text{ m s}^{-1})^2$$

$$v_f = 9,6 \text{ m s}^{-1}$$

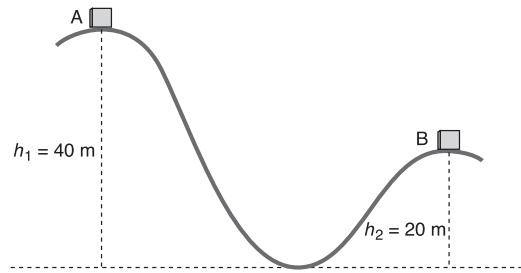
25. Un bloque de 25,0 kg de masa se desplaza sobre una superficie horizontal con una velocidad constante de 8,0 m s⁻¹. El coeficiente de rozamiento del cuerpo con el plano es 0,20.

¿Qué trabajo realiza la fuerza aplicada al cuerpo si recorre 4,0 m en su misma dirección?

$$F_r = \mu m g = 0,2 \cdot 25 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} = 49 \text{ N}$$

$$W = F \Delta x = 49 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} = 196 \text{ J}$$

26. En la cima de la montaña rusa de la Fig. 7.29 el coche con sus ocupantes (masa total 1000 kg) está a una altura del suelo de 40 m y lleva una velocidad de 5,0 m s⁻¹. Suponiendo que no hay rozamientos, calcula la energía cinética del coche cuando está en la segunda cima, que tiene una altura de 20 m.

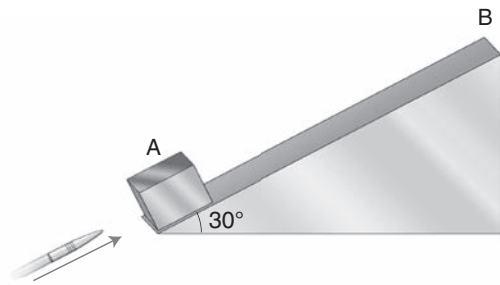


$$E_{m_A} = E_{m_B}; \quad E_{c_A} + E_{p_A} = E_{c_B} + E_{p_B}$$

$$E_{c_B} = \frac{1}{2} m v_A^2 + m g h_1 - m g h_2$$

$$\begin{aligned} E_{c_B} &= \frac{1}{2} m v_A^2 + m g (h_1 - h_2) = \frac{1}{2} \cdot 1000 \text{ kg} \cdot (5 \text{ m s}^{-1})^2 + \\ &+ 1000 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} (40 - 20) \text{ m} = 2,1 \cdot 10^5 \text{ J} \end{aligned}$$

27. Sobre un bloque de madera de 2 kg, que se encuentra al comienzo de un plano inclinado 30° (Fig. 7.30) se dispara un proyectil de 100 g con una velocidad de 100 m s⁻¹ incrustándose en él. Si el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0,10, calcula la distancia que recorre el bloque sobre el plano.



$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v; \quad v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{0,1 \text{ kg} \cdot 100 \text{ m s}^{-1}}{2,1 \text{ kg}} = 4,76 \text{ m s}^{-1}$$

$$E_{m_A} + W_r = E_{m_B}; \quad h_B = x \cdot \sin 30^\circ$$

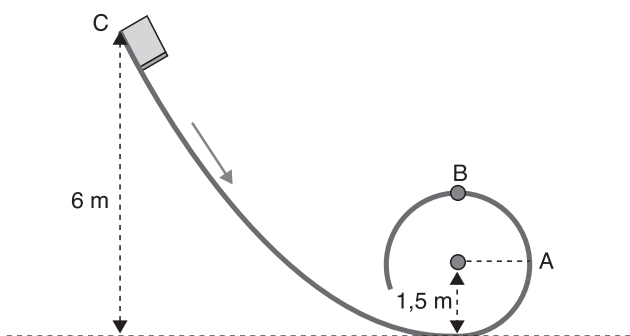
$$\frac{1}{2} m v_A^2 - \mu m g \cos \alpha \cdot x = m g h_B = m g x \sin \alpha$$

$$\frac{1}{2} v_A^2 - g x \sin \alpha = \mu g x \cos \alpha$$

$$x = \frac{\frac{1}{2} v_A^2}{g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha} =$$

$$= \frac{0,5 \cdot (4,76 \text{ m s}^{-1})^2}{9,8 \text{ m s}^{-2} \cdot 0,5 + 0,1 \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} \cdot 0,866} = 2 \text{ m}$$

28. Un cuerpo se desliza desde el reposo sin rozamiento por una vía en forma de rizo, como indica la Fig. 7.31.



Calcula:

- La velocidad del cuerpo cuando pasa por el punto A.
- La velocidad del cuerpo cuando pasa por el punto B.
- ¿Desde qué altura se debe dejar caer el cuerpo para que al pasar por el punto B la fuerza centrípeta sea igual al peso del cuerpo?

$$a) E_{mC} = E_{mA}; \quad mgh_C = mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$v_A = \sqrt{2g(h_C - h_A)}$$

$$v_A = \sqrt{2 \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} \cdot (6 - 1,5) \text{ m}} = 9,4 \text{ m s}^{-1}$$

$$b) E_{mC} = E_{mB}; \quad mgh_C = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_B = \sqrt{2g(h_C - h_B)}$$

$$v_B = \sqrt{2 \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} \cdot (6 - 3) \text{ m}} = 7,7 \text{ m s}^{-1}$$

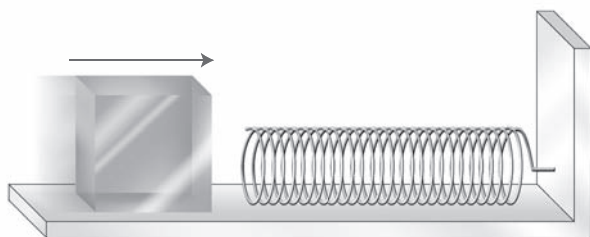
$$c) F_c = mg; \quad \frac{mv_B^2}{R} = mg; \quad v_B^2 = Rg$$

$$E_{mh} = E_{mB}; \quad mgh = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$gh = gh_B + \frac{1}{2}Rg$$

$$h = h_B + \frac{1}{2}R = 3 \text{ m} + \frac{1}{2} \cdot 1,5 \text{ m} = 3,75 \text{ m}$$

29. Un bloque de 5,0 kg choca con una velocidad de 10 m s⁻¹ contra un muelle de constante elástica $k = 25 \text{ N m}^{-1}$. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y la superficie horizontal es 0,20 (Fig. 7.32). Calcula la longitud que se comprime el muelle.



$$E_{m_0} + W_r = E_{m_f}; \quad \frac{1}{2}mv_0^2 - \mu mgx = \frac{1}{2}kx^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 25 \text{ N m}^{-1} \cdot x^2 - \frac{1}{2} \cdot 5 \text{ kg} \cdot (10 \text{ m s}^{-1})^2 + 0,2 \cdot 5 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} \cdot x = 0$$

$$12,5x^2 + 9,8x - 250 = 0; \quad x = 4,1 \text{ m}$$

30. Se lanza verticalmente hacia arriba un cuerpo de 225 g con una velocidad de 100 m s⁻¹ y vuelve al punto de partida con una velocidad de 95 m s⁻¹. Calcula la fuerza media de rozamiento con el aire si alcanzó una altura de 495 m.

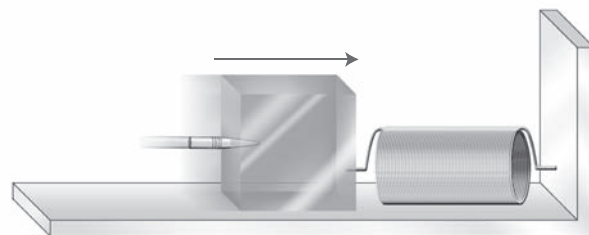
$$\Delta E_m = W_r = F_r \cdot 2h; \quad F_r = \frac{\Delta E_m}{2h} = \frac{E_{c_f} - E_{c_i}}{2h} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \cdot 0,225 \text{ kg} \cdot (95 \text{ m s}^{-1})^2 - \frac{1}{2} \cdot 0,225 \text{ kg} \cdot (100 \text{ m s}^{-1})^2}{2 \cdot 495 \text{ m}} =$$

$$F_r = -0,11 \text{ N}$$

31. Un bloque de madera está unido al extremo de un resorte como indica la Fig. 7.33. Contra el bloque de 1,00 kg se dispara horizontalmente un proyectil de 200 g con una velocidad de 100 m s⁻¹ quedando incrustado en el bloque. Si la constante elástica del muelle vale $k = 200 \text{ N m}^{-1}$, calcula:

- La velocidad con que inicia el movimiento el sistema bloque-proyectil después del impacto.
- La longitud que se comprime el muelle.



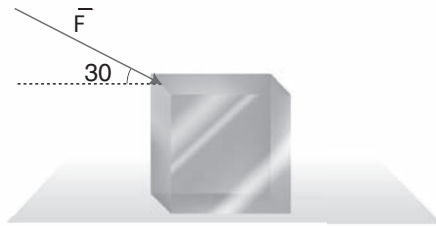
$$a) m_1v_1 = (m_1 + m_2)v; \quad v = \frac{m_1v_1}{m_1 + m_2} = \frac{0,2 \text{ kg} \cdot 100 \text{ m s}^{-1}}{1,2 \text{ kg}} = 16,7 \text{ m s}^{-1}$$

$$b) \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 = \frac{1}{2}kx^2; \quad x = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)v^2}{k}} =$$

$$= \sqrt{\frac{1,2 \text{ kg} \cdot (16,7 \text{ m s}^{-1})^2}{200 \text{ N m}^{-1}}} = 1,29 \text{ m}$$

32. Un bloque de 50 kg es empujado por una fuerza que forma un ángulo de 30°, como se indica en la Fig. 7.34. El cuerpo se mueve con aceleración constante de 0,50 m s⁻². Si el coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y el suelo es 0,20, calcula:

- El módulo de la fuerza aplicada.
- El trabajo realizado por esta fuerza cuando el bloque se desplaza 20 m.
- La energía cinética del bloque cuando se ha desplazado la distancia anterior.



$$\begin{aligned}
 a) \quad & F \cos 30^\circ - \mu (mg + F \sin 30^\circ) = ma \\
 & 0,866 F - 0,2 (50 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} - 0,2 \cdot 0,5 F) = \\
 & = 50 \text{ kg} \cdot 0,5 \text{ m s}^{-2} \\
 & F = 161 \text{ N} \\
 b) \quad & W = F \Delta x \cos \alpha = 161 \text{ N} \cdot 20 \text{ m} \cdot \cos 30^\circ = 2,8 \text{ kJ} \\
 c) \quad & E_c = \frac{1}{2} m v^2 = m a \Delta x = 50 \text{ kg} \cdot 0,5 \text{ m s}^{-2} \cdot 20 \text{ m} = 500 \text{ J}
 \end{aligned}$$

33. Se tiene un plano inclinado 60° respecto a la horizontal cuya longitud es de 10 m. ¿Qué velocidad paralela al plano debe comunicarse a un cuerpo para que éste llegue a la parte superior del plano inclinado con velocidad nula? El coeficiente de rozamiento vale 0,100.

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} m v_1^2 + W_r &= m g h; \quad \frac{1}{2} m v_1^2 - \mu m g \cos \alpha x = m g h \\
 \frac{v_1^2}{2} &= \mu g \cos \alpha \cdot x + g x \sin \alpha \\
 v_1 &= \sqrt{2 g x (\mu \cos \alpha + \sin \alpha)} \\
 v_1 &= \sqrt{2 \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} \cdot 10 \text{ m} \cdot (0,1 \cdot \cos 60^\circ + \sin 60^\circ)} = \\
 &= 13,4 \text{ m s}^{-1}
 \end{aligned}$$

34. Un coche tiene una potencia de 125 CV y una masa de 1250 kg. El libro del usuario comenta que la velocidad máxima que puede mantener en llano es de 205 km h⁻¹. Si lo lleváramos a un mundo ideal donde no hubiera rozamiento con el aire, ¿cuál sería la velocidad máxima que podría alcanzar el coche si su coeficiente de rozamiento con el suelo es 0,020?

$$\begin{aligned}
 P &= 125 \text{ CV} \cdot 735,5 \frac{\text{W}}{\text{CV}} = 91940 \text{ W} \\
 F_r &= \mu m g = 0,02 \cdot 1250 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} = 245 \text{ N} \\
 P &= F v; \quad v = \frac{P}{F} = \frac{91940 \text{ W}}{245 \text{ N}} = 375 \text{ m s}^{-1} = 1350 \text{ km h}^{-1}
 \end{aligned}$$

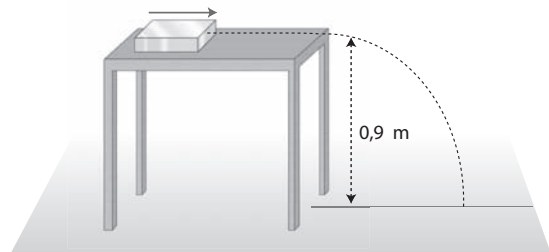
35. Un automóvil de 750 kg necesita una potencia de 20 CV para mantener una velocidad constante de 60 km h⁻¹ por una carretera horizontal. Calcula:

- a) La fuerza de rozamiento que se opone al movimiento.
 b) La potencia que necesita este automóvil para subir con la misma velocidad una pendiente que forma un ángulo de $5,7^\circ$ con la horizontal, suponiendo que la fuerza de rozamiento es la misma que en el tramo horizontal.

$$\begin{aligned}
 a) \quad & \sum \vec{F} = 0; \quad F = F_r; \quad F = \frac{P}{v} = \frac{20 \text{ CV} \cdot 735,5 \text{ W/CV}}{16,7 \text{ m s}^{-1}} = 880 \text{ N} \\
 b) \quad & F = F_r + F_x = 880 \text{ N} + m g \sin \alpha = 880 \text{ N} + \\
 & + 750 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} \cdot \sin 5,7^\circ = 1610 \text{ N} \\
 & P = F v = 1610 \text{ N} \cdot 16,7 \text{ m s}^{-1} = 26900 \text{ W} = 36,6 \text{ CV}
 \end{aligned}$$

36. Un objeto de masa 250 g se lanza con velocidad de 3,2 m s⁻¹ sobre una mesa horizontal (Fig. 7.35). El extremo de la mesa está a una distancia de 1,4 m y el coeficiente de rozamiento cinético entre el objeto y la mesa es 0,21.

- a) Explica si el objeto caerá o no al suelo.
 b) En caso afirmativo, y suponiendo que la altura de la mesa sobre el suelo es de 0,9 m, ¿a qué distancia de la mesa caerá?



$$a) \quad E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,25 \text{ kg} \cdot (3,2 \text{ m s}^{-1})^2 = 1,3 \text{ J}$$

$$F_r = \mu m g = 0,21 \cdot 0,25 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m s}^{-2} = 0,52 \text{ N}$$

$$W_r = -F_r \Delta x = -0,52 \text{ N} \cdot 1,4 \text{ m} = -0,72 \text{ J}$$

Como $E_c > W_r$, el objeto sí cae al suelo.

$$b) \quad E_{c_{\text{final}}} = 1,3 \text{ J} - 0,72 \text{ J} = 0,58 \text{ J}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,58 \text{ J}}{0,25 \text{ kg}}} = 2,2 \text{ m s}^{-1}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,9 \text{ m}}{9,8 \text{ m s}^{-2}}} = 0,43 \text{ s}$$

$$x = v_1 t = 2,2 \text{ m s}^{-1} \cdot 0,43 \text{ s} = 0,95 \text{ m}$$