

1.30. Calcula: $\log_2 16$, $\log_3 \sqrt{27}$ y $\log_5 \sqrt[3]{25}$.

$$\log_2 16 = \log_2 2^4 = 4$$

$$\log_3 \sqrt{27} = \log_3 \sqrt{3^3} = \log_3 3^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$$

$$\log_5 \sqrt[3]{25} = \log_5 \sqrt[3]{5^2} = \log_5 5^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}$$

1.31. Sabiendo que $\log 2 \approx 0,301$ y que $\log 3 \approx 0,477$, halla:

a) $\log_3 8$

b) $\log \sqrt{0,012}$

$$a) \log_3 8 = \frac{\log 8}{\log 3} = \frac{\log 2^3}{\log 3} = \frac{3 \log 2}{\log 3} \approx 1,893$$

$$b) \log \sqrt{0,012} = \log \sqrt{\frac{12}{1000}} = \log \left(\frac{12}{1000} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log \frac{12}{1000} = \frac{1}{2} (\log 12 - \log 1000) = \frac{1}{2} (\log(2^2 \cdot 3) - 3) = \\ = \frac{1}{2} (2 \log 2 + \log 3 - 3) \approx -0,9605$$

1.32. Toma logaritmos en la expresión $A = (x^x)^x$.

$$\log A = \log [(x^x)^x] = x \log(x^x) = x \cdot x \log x = x^2 \log x$$

1.33. Pasa a forma algebraica la siguiente expresión logarítmica.

$$\log A = 2 + 2 \log x - \log y$$

$$\log A = \log 100 + \log x^2 - \log y \Rightarrow \log A = \log \frac{100x^2}{y} \Rightarrow A = \frac{100x^2}{y}$$

1.34. (TIC) Halla el valor de los siguientes logaritmos con la calculadora.

a) $\log_3 21$

b) $\log_{0,01} 12$

c) $\log_{\sqrt{3}} 19$

$$a) \log_3 21 = \frac{\ln 21}{\ln 3} = 2,771$$

$$b) \log_{0,01} 12 = \frac{\ln 12}{\ln 0,01} = -0,540$$

$$c) \log_{\sqrt{3}} 19 = \frac{\ln 19}{\ln \sqrt{3}} = 5,360$$

1.35. En un cultivo de bacterias, el número se duplica cada dos días. Un día se contabilizan 3000 bacterias.

a) Calcula el número de bacterias que habrá 15 días después.

b) ¿Cuántos días han de pasar para que haya el triple de bacterias?

c) Si el número inicial fuera de 6000, ¿cuántos días tendrían que transcurrir para que hubiera el triple?

d) Se supone que la población se estabiliza al alcanzar las 20000 bacterias. ¿Cuánto tiempo ha de pasar para ello?

El número de bacterias cuando han pasado t días es $N = 3000 \cdot 2^{\frac{t}{2}}$.

$$a) \text{ Para } t = 15 \Rightarrow N = 3000 \cdot 2^{7,5} = 543058$$

$$b) 3N = N \cdot 2^{\frac{t}{2}} \Rightarrow 2^{\frac{t}{2}} = 3 \Rightarrow \log 2^{\frac{t}{2}} = \log 3 \Rightarrow \frac{t}{2} \log 2 = \log 3 \Rightarrow t = 2 \cdot \frac{\log 3}{\log 2} = 3,17 \text{ días}$$

c) El resultado anterior es independiente del número inicial de bacterias.

$$d) 20000 = 3000 \cdot 2^{\frac{t}{2}} \Rightarrow 2^{\frac{t}{2}} = \frac{20000}{3000} \Rightarrow \log 2^{\frac{t}{2}} = \log \frac{20}{3} \Rightarrow \frac{t}{2} \log 2 = \log \frac{20}{3} \Rightarrow t = 2 \cdot \frac{\log \frac{20}{3}}{\log 2} = 5,47 \text{ días}$$