

Logaritmos

1 Calcula:

a) $\log_2 1024$ b) $\log 0,001$ c) $\log_2 \frac{1}{64}$ d) $\log_{\sqrt{3}} 3$

e) $\log_3 \sqrt{3}$ f) $\log_2 \sqrt{8}$ g) $\log_{1/2} \frac{1}{\sqrt{2}}$ h) $\log_{\pi} 1$

a) $\log_2 2^{10} = 10$ b) $\log 10^{-3} = -3$ c) $\log_2 2^{-6} = -6$

d) $\log_{\sqrt{3}} (\sqrt{3})^2 = 2$ e) $\log_3 3^{1/2} = \frac{1}{2}$ f) $\log_2 2^{3/2} = \frac{3}{2}$

g) $\log_{1/2} \left(\frac{1}{2}\right)^{1/2} = \frac{1}{2}$ h) 0

2 Calcula, utilizando la definición de logaritmo:

a) $\log_2 64 + \log_2 \frac{1}{4} - \log_3 9 - \log_2 \sqrt{2}$ b) $\log_2 \frac{1}{32} + \log_3 \frac{1}{27} - \log_2 1$

a) $6 - 2 - 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

b) $-5 - 3 - 0 = -8$

3 Calcula la base de estos logaritmos:

a) $\log_x 125 = 3$ b) $\log_x \frac{1}{9} = -2$

a) $x^3 = 125; x = 5$

b) $x^{-2} = \frac{1}{9}; x = 3$

4 Calcula el valor de x en estas igualdades:

a) $\log 3^x = 2$ $\log x^2 = -2$ $x = 115$ d) $-x = 3$

a) $x = \frac{2}{\log 3} = 4,19$ b) $\log x = -2; x = \frac{1}{10}$

c) $x = \frac{\log 115}{\log 7} = 2,438$ d) $x = -\frac{\log 3}{\log 5} = -0,683$

5 Halla con la calculadora y comprueba el resultado con la potenciación.

a) $\log \sqrt{148}$ b) $\log 2,3 \cdot 10^{11}$ c) $\log 7,2 \cdot 10^{-5}$

d) $\log_3 42,9$ e) $\log_5 1,95$ f) $\log_2 0,034$

a) 1,0 b) $\ln(2,3 \cdot 10^{11}) \approx 26,16 \rightarrow e^{26,16} \approx 2,3 \cdot 10^{11}$

c) $\ln(7,2 \cdot 10^{-5}) \approx -9,54 \rightarrow e^{-9,54} \approx 7,2 \cdot 10^{-5}$ d) 3,

e) 0, f) -4,88

6 Calcula la base de cada caso:

a) $\log_x 1/4 = 2$ b) $\log_x 2 = 1/2$ c) $\log_x 0,04 = -2$ d) $\log_x 4 = -1/2$

☞ *Aplica la definición de logaritmo y las propiedades de las potencias para despejar x .*

En c), $x^{-2} = 0,04 \Leftrightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{4}{100}$.

a) $x^2 = \frac{1}{4} \rightarrow x = \frac{1}{2}$

b) $x^{1/2} = 2 \rightarrow x = 4$

c) $x^{-2} = 0,04 \rightarrow x = 5$

d) $x^{-1/2} = 4 \rightarrow x = \frac{1}{16}$

7 Halla el valor de x en estas expresiones aplicando las propiedades de los logaritmos:

a) $\ln x = \ln 17 + \ln 13$

b) $\log x = \log 36 - \log 9$

c) $\ln x = 3 \ln 5$

d) $\log x = \log 12 + \log 25 - 2 \log 6$

e) $\ln x = 4 \ln 2 - \frac{1}{2} \ln 25$

☞ *a) Por logaritmo de un producto: $\ln x = \ln(17 \cdot 13)$*

a) $\ln x = \ln(17 \cdot 13) \Rightarrow x = 17 \cdot 13 = 221$

b) $\log x = \log \frac{36}{9} \Rightarrow x = \frac{36}{9} = 4$

c) $\ln x = \ln 5^3 \Rightarrow x = 5^3 = 125$

d) $\log x = \log \frac{12 \cdot 25}{6^2} \Rightarrow x = \frac{25}{3}$

e) $\ln x = \ln 2^4 - \ln \sqrt{25}$

$$\ln x = \ln 16 - \ln 5$$

$$\ln x = \ln \frac{16}{5} \Rightarrow x = \frac{16}{5}$$

8 Sabiendo que $\log 3 = 0,477$, calcula el logaritmo decimal de 30; 300; 3 000; 0,3; 0,03; 0,003.

$$\log 30 = \log(3 \cdot 10) = \log 3 + \log 10 = 0,477 + 1 = 1,477$$

$$\log 300 = \log(3 \cdot 10^2) = \log 3 + 2 \log 10 = 2,477$$

$$\log 3000 = 0,477 + 3 = 3,477$$

$$\log 0,3 = \log(3 \cdot 10^{-1}) = 0,477 - 1 = -0,523$$

$$\log 0,03 = \log(3 \cdot 10^{-2}) = 0,477 - 2 = -1,523$$

$$\log 0,003 = 0,477 - 3 = -2,523$$

9 Sabiendo que $\log k = 14,4$, calcula el valor de las siguientes expresiones:

a) $\log \frac{k}{100}$ b) $\log 0,1 k^2$ c) $\log \sqrt[3]{\frac{1}{k}}$ d) $(\log k)^{1/2}$

a) $\log k - \log 100 = 14,4 - 2 = 12,4$

b) $\log 0,1 + 2 \log k = -1 + 2 \cdot 14,4 = 27,8$

c) $\frac{1}{3} (\log 1 - \log k) = -\frac{1}{3} \cdot 14,4 = -4,8$

d) $(14,4)^{1/2} = \sqrt{14,4} = 3,79$

10 Sabiendo que $\ln k = 0,45$, calcula el valor de:

a) $\ln \frac{k}{e}$ b) $\ln \sqrt[3]{k}$ c) $\ln \frac{e^2}{k}$

a) $\ln \frac{k}{e} = \ln k - \ln e = 0,45 - 1 = -0,55$

b) $\ln \sqrt[3]{k} = \frac{1}{3} \ln k = \frac{1}{3} \cdot 0,45 = 0,15$

c) $\ln \frac{e^2}{k} = 2 \ln e - \ln k = 2 - 0,45 = 1,55$

11 Calcula x para que se cumpla

a) $x^{2,7} = 19$ b) $\log_7 3x = 0,5$ c) $3^{2+x} = 172$

a) $\log x^{2,7} = \log 19 \Rightarrow 2,7 \log x = \log 19 \Rightarrow \log x = \frac{\log 19}{2,7} = 0,47$
 $x = 10^{0,47} = 2,98$

b) $7^{0,5} = 3x \Rightarrow x = \frac{7^{0,5}}{3} = 0,88$

c) $\log 3^{2+x} = \log 172 \Rightarrow (2+x) \log 3 = \log 172 \Rightarrow 2+x = \frac{\log 172}{\log 3}$

$x = \frac{\log 172}{\log 3} - 2 = 2,685$

12 Si $\log k = x$, escribe en función de x :

a) $\log k^2$ b) $\log \frac{k}{100}$ c) $\log \sqrt{10k}$

a) $2 \log k = 2x$ b) $\log k - \log 100 = x - 2$ c) $\frac{1}{2} \log 10k = \frac{1}{2} (1+x)$

13 Comprueba que $\frac{\log(1/a) + \log \sqrt{a}}{\log a^3} = -\frac{1}{6}$ (siendo $a \neq 1$).

$\frac{-\log a + 1/2 \log a}{3 \log a} = \frac{-1/2 \log a}{3 \log a} = -\frac{1}{6}$

Ha de ser $a \neq 1$ para que $\log a \neq 0$ y podamos simplificar.