Examen de Matemáticas Ciencias Sociales I – 1º de Bachillerato

1. Determinar, usando la regla de Ruffini, el cociente y el resto de las siguientes divisiones: **(2 puntos, 1 por apartado)**:

a) $(x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x + 1) : (x - 1)$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ \hline & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & \boxed{2} \end{array}$$

Cociente: $x^4 + 2x^3 + x^2 + 2x + 1$

Resto: 2

b) $(3x^4 - 4x^2 + 8) : (x + 2)$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 3 & 0 & -4 & 0 & 8 \\ -2 & & -6 & 12 & -16 & 32 \\ \hline & 3 & -6 & 8 & -16 & \boxed{40} \end{array}$$

Cociente: $3x^3 - 6x^2 + 8x - 16$

Resto: 40

2. Realiza la factorización de los siguientes polinomios y señala en cada caso cuáles son sus raíces: **(2 puntos, 1 por apartado)**:

a) $x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$

Las posibles raíces enteras son los divisores de 6: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -1 & -7 & 1 & 6 \\ 1 & & 1 & 0 & -7 & -6 \\ \hline & 1 & 0 & -7 & -6 & \boxed{0} \\ -1 & & -1 & 1 & +6 & \\ \hline & 1 & -1 & -6 & \boxed{0} & \\ -2 & & -2 & 6 & & \\ \hline & 1 & -3 & \boxed{0} & & \\ 3 & & 3 & & & \\ \hline & 1 & \boxed{0} & & & \end{array}$$

Raíces: $\boxed{1, -1, -2, 3}$

Factorización:

$x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6 =$

$= \boxed{(x-1)(x+1)(x+2)(x-3)}$

b) $2x^3 + 5x^2 + x - 2$

Las posibles raíces enteras son los divisores de -2: $\pm 1, \pm 2$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & 5 & 1 & -2 \\ -1 & & -2 & -3 & +2 \\ \hline & 2 & 3 & -2 & \boxed{0} \\ -2 & & -4 & +2 & \\ \hline & 2 & -1 & \boxed{0} & \end{array}$$

Raíces enteras: $-1, -2, (1/2)$

Factorización:

$2x^3 + 5x^2 + x - 2 =$

$\boxed{(x+1)(x+2)(2x-1) = 2(x+1)(x+2)\left(x-\frac{1}{2}\right)}$

$x = 1/2$

3. Halla el valor de n para que el polinomio $2x^3 + nx^2 - 7$ sea divisible por $x + 1$ **(1 punto)**.

Por el teorema de resto el valor numérico de $2x^3+nx^2-7$ para $x=-1$, tiene que ser $0 \Rightarrow P(-1)=0 \Rightarrow$

$P(-1) = 2\cdot(-1)^3 + n(-1)^2 - 7 = -2 + n - 7 = n - 9 \Rightarrow n - 9 = 0$

$\Rightarrow \boxed{n = 9}$

4. Halla el valor de m para que el resto de la división del polinomio $x^2 - 5x + m$ entre $x - 1$ sea igual a 3. **(1 punto)**

Igual que el anterior: $P(1) = 3$

$P(1) = 1^2 - 5\cdot 1 + m = m - 4 \Rightarrow m - 4 = 3 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{m = 7}$

5. Simplifica la siguiente fracción algebraica: $\dfrac{2x^2-2}{3x^2-6x+3}$ **(1 punto)**.

Factorizamos ambos polinomios:

$2x^2-2 = 2(x^2-1) = 2(x+1)(x-1)$

$3x^2-6x+3 = 3(x^2-2x+1) = 3(x-1)^2$

} Expresiones notables

Por tanto:

$$\frac{2x^2-2}{3x^2-6x+3} = \frac{2(x+1)\cancel{(x-1)}}{3(x-1)^{\cancel{2}}} = \boxed{\frac{2(x+1)}{3(x-1)}}$$

6. Efectúa la siguiente operación con fracciones algebraicas **(1 punto)**:

$$\frac{2x}{x^2-4}+\frac{x+1}{x^2+x-2} = \frac{2x(x-1)}{(x-1)(x+2)(x-2)} + \frac{(x+1)(x-2)}{(x-1)(x+2)(x-2)} =$$

$$= \frac{2x^2-2x+x^2-2x+x-2}{(x-1)(x+2)(x-2)} = \frac{3x^2-3x-2}{(x-1)(x+2)(x-2)} = \boxed{\frac{3x^2-3x-2}{x^3-x^2-4x+4}}$$

Para operar con fracciones algebraicas descomponemos factorialmente los denominadores y así calculamos el m.c.m.

$x^2-4 = (x+2)(x-2)$

$x^2+x-2 = (x-1)(x+2)$

m.c.m. $= (x-1)(x+2)(x-2)$

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & 1 & -2 \\ 1 & & 1 & 2 \\ \hline & 1 & 2 & \underline{0} \\ -2 & & -2 & \\ \hline & 1 & \underline{0} & \end{array}$$

7. Resuelve las siguientes ecuaciones **(2 puntos; 1 por apartado)**:

a) $\frac{2x-2}{3}+\frac{x+3}{4}=\frac{3x-3}{5}+2-x$ $\Rightarrow$ Reducimos a común denominador todos los términos de esta ecuación

m.c.m. $(3, 4, 5) = 60$

$$\frac{20(2x-2)}{\cancel{60}}+\frac{15(x+3)}{\cancel{60}}=\frac{12(3x-3)}{\cancel{60}}+\frac{60(2-x)}{\cancel{60}}$$

$$40x-40+15x+45=36x-36+120-60x$$

$$55x+5=-24x+84$$

$$79x=84-5$$

$$79x=79 \Longrightarrow x=\frac{79}{79} \Rightarrow \boxed{x=1}$$

b) $\frac{9}{x+1}-\frac{8}{x+2}=\frac{1}{x-1}$ $\Rightarrow$ m.c.m. $(x+1; x+2; x-1) = (x+1)(x+2)(x-1)$

$$\frac{9(x+2)(x-1)}{\cancel{(x+1)(x+2)(x-1)}}-\frac{8(x+1)(x-1)}{\cancel{(x+1)(x+2)(x-1)}}=\frac{(x+1)(x+2)}{\cancel{(x+1)(x+2)(x-1)}}$$

$$9(x^2-x+2x-2)-8(x^2-1)=x^2+2x+x+2$$

$$\cancel{9x^2}+9x-18-\cancel{8x^2}+8=\cancel{x^2}+3x+2$$

$$9x-3x=2+18-8$$

$$6x=12 \Longrightarrow x=\frac{12}{6} \Rightarrow \boxed{x=2}$$