

1 Números reales

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

A. Encontrar la fracción generatriz de una expresión decimal exacta o periódica.

B. Saber distinguir números racionales de números irracionales utilizando las caracterizaciones decimales.

C. Ordenar un conjunto de números reales y aplicar los distintos métodos de representarlos en la recta real.

D. Operar con aproximaciones decimales por exceso y por defecto y determinar, o al menos acotar, los errores cometidos.

E. Manejar con fluidez y simplificar expresiones en las que intervengan potencias y radicales. Usar indistintamente expresiones radicales y sus equivalentes en forma potencial.

F. Realizar operaciones con cantidades dadas en notación científica.

G. Conocer el significado del valor absoluto y emplearlo en la descripción de algunos subconjuntos de la recta real (entornos, intervalos y semirrectas).

H. Utilizar los números reales para representar e intercambiar información, y para resolver problemas cotidianos o que tengan relación con otras disciplinas.

ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN

1. Encuentra la fracción generatriz de los siguientes números decimales.

- a) 3,456 b) $5,\overline{3}$ c) $0,2\overline{14}$

2. a) La suma de dos números irracionales ¿puede ser racional?
 b) El producto de dos números irracionales ¿puede ser racional?
 c) La suma de dos números racionales ¿puede ser irracional?
 d) El producto de dos números racionales ¿puede ser irracional?
 Pon ejemplos que aclaren cada una de tus respuestas.

3. Ordena de menor a mayor y representa en la recta real los siguientes números reales.

$$\sqrt{5} \quad \frac{3}{7} \quad -\sqrt{7} \quad -\frac{4}{3} \quad 1,28 \quad \frac{-\pi}{3} \quad 2,\overline{6} \quad \frac{\pi}{2}$$

4. a) Da las aproximaciones por defecto y por exceso, con una, dos, tres y cuatro cifras decimales de $\sqrt{7}$ y π .

b) Calcula aproximaciones de tres cifras por exceso y por defecto de:

$$\sqrt{7} + \pi \quad \sqrt{7} \cdot \pi$$

5. Expresa $\frac{9^{-\frac{1}{3}} \cdot 3^4 \cdot 27^{-\frac{5}{6}}}{(\sqrt[3]{3})^2}$ en forma de radical.

6. Efectúa las siguientes operaciones, simplificando tanto como puedas los resultados.

a) $\frac{1}{3}\sqrt{45} + 2\sqrt{125} - 4\sqrt{20} - \sqrt{5} + \frac{3}{7}\sqrt{245}$

b) $\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[6]{\frac{3}{4}}$

7. Opera, expresando el resultado en notación científica:

$$\frac{3,15 \cdot 10^7 + 1,2 \cdot 10^8 - 9 \cdot 10^6}{1,5 \cdot 10^{-2}}$$

8. Escribe en forma de intervalo y representa en la recta real los siguientes conjuntos numéricos.

a) $|x| > 5$ b) $|x + 2| \leq 2$ c) $\{x \in \mathbb{R} / -3 \leq x < 5\}$

9. Calcula los valores de x que satisfacen la igualdad $x - |3x - 5| = -1$

10. a) La masa de la Tierra es $5,98 \cdot 10^{24}$ kg y la de Júpiter $1,90 \cdot 10^{27}$. ¿Cuántas veces es mayor la masa de Júpiter que la de la Tierra?

b) Se conoce como unidad astronómica (UA) a la distancia media de la Tierra al Sol, y equivale aproximadamente a $1,5 \cdot 10^8$ km. Sabiendo que Venus se encuentra a una distancia media del sol de 0,723332 UA calcula, en km, su distancia media al Sol.

Soluciones

1. a) $3,456 = \frac{3456}{1000} = \frac{432}{125}$

b) $10x = 53,3333\dots$
 $x = 5,3333\dots$
 $\hline 9x = 48$

$x = \frac{48}{9}$

c) $x = 0,2141414\dots$
 $10x = 2,1414141\dots$
 $1000x = 214,1414141\dots$
 $\hline 990x = 212$

$x = \frac{212}{990} = \frac{106}{495}$

2. a) Sí.

Ej: π y $1 - \pi$; $\pi + (1 - \pi) = 1 \in \mathbb{Q}$

b) Sí.

Ej: $\sqrt{5} \in \mathbb{I}$ y $\sqrt{20} \in \mathbb{I}$;

$\sqrt{5} \cdot \sqrt{20} = \sqrt{100} = 10 \in \mathbb{Q}$

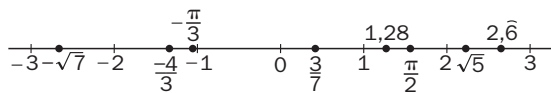
c) No.

Todo número racional admite una expresión fraccionaria y la suma de dos fracciones es una fracción.

d) No.

Todo número racional admite una expresión fraccionaria y el producto de dos fracciones es una fracción.

3. $-\sqrt{7} < -\frac{4}{3} < -\frac{\pi}{3} < \frac{3}{7} < 1,28 < \frac{\pi}{2} < \sqrt{5} < 2,6$



4. a)

| | | | | |
|------------|-------|-----|------|-------|
| $\sqrt{7}$ | s_d | 2,6 | 2,64 | 2,645 |
| | s_e | 2,7 | 2,65 | 2,646 |
| π | s_d | 3,1 | 3,14 | 3,141 |
| | s_e | 3,2 | 3,15 | 3,142 |

b)

| | | | | |
|----------------------|-------|------|--------|----------|
| $\sqrt{7} + \pi$ | s_d | 5,7 | 5,78 | 5,786 |
| | s_e | 5,9 | 5,80 | 5,788 |
| | E | 0,2 | 0,02 | 0,002 |
| $\sqrt{7} \cdot \pi$ | s_d | 8,06 | 8,2896 | 8,307945 |
| | s_e | 8,64 | 8,3475 | 8,313732 |
| | E | 0,58 | 0,0579 | 0,005787 |

5. $\frac{9^{-\frac{1}{3}} \cdot 3^4 \cdot 27^{-\frac{5}{6}}}{(\sqrt[3]{3})^2} = \frac{3^{-\frac{2}{3}} \cdot 3^4 \cdot 3^{-\frac{15}{6}}}{3^{\frac{2}{3}}} = \frac{3^{\frac{5}{6}}}{3^{\frac{2}{3}}} = 3^{\frac{5-4}{6}} = 3^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{3}$

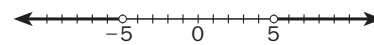
6. a) $\frac{1}{3}\sqrt{45} + 2\sqrt{125} - 4\sqrt{20} - \sqrt{5} + \frac{3}{7}\sqrt{245} =$
 $= \frac{1}{3}\sqrt{3^2 \cdot 5} + 2\sqrt{5^3} + 4\sqrt{2^2 \cdot 5} - \sqrt{5} + \frac{3}{7}\sqrt{5 \cdot 7^2} =$
 $= \sqrt{5} + 10\sqrt{5} - 8\sqrt{5} - \sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$

b) $\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[6]{\frac{3}{4}} = \sqrt[12]{\frac{2^6}{3^6}} \cdot \sqrt[12]{2^3} \cdot \sqrt[12]{\frac{3^2}{2^4}} =$
 $= \sqrt[12]{\frac{2^6 \cdot 2^3 \cdot 3^2}{3^6 \cdot 2^4}} = \sqrt[12]{\frac{2^5}{3^4}}$

7. $\frac{3,15 \cdot 10^7 + 1,2 \cdot 10^8 - 9 \cdot 10^6}{1,5 \cdot 10^{-2}} =$
 $= \frac{3,15 \cdot 10^6 + 120 \cdot 10^6 - 9 \cdot 10^6}{1,5 \cdot 10^{-2}} =$
 $= \frac{142,5 \cdot 10^6}{1,5 \cdot 10^{-2}} = 95 \cdot 10^8 = 9,5 \cdot 10^9$

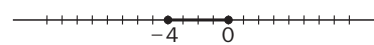
8. a) $|x| > 5 \Rightarrow$

$\Rightarrow \{x/x < -5\} \cup \{x/x > 5\} = (-\infty, -5) \cup (5, \infty)$

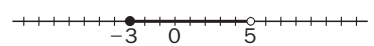


b) $|x + 2| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x + 2 \leq 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow -4 \leq x \leq 0 \Rightarrow [-4, 0]$



c) $-3 \leq x < 5 \Rightarrow [-3, 5)$



9. $x - |3x - 5| = \begin{cases} x + 3x - 5 & \text{si } 3x < 5 \\ x - 3x + 5 & \text{si } 3x \geq 5 \end{cases} =$

$= \begin{cases} 4x - 5 & \text{si } x < \frac{5}{3} \\ -2x + 5 & \text{si } x \geq \frac{5}{3} \end{cases}$

$4x - 5 = -1 \Rightarrow x = 1$

$-2x + 5 = -1 \Rightarrow x = 3$

Las dos soluciones son válidas.

10. a) $\frac{1,90 \cdot 10^{27}}{5,98 \cdot 10^{24}} = 317,72575 \cdot 10^3 = 3,1772575 \cdot 10^5$

La masa de La Tierra es, aproximadamente $3,18 \cdot 10^5$ mayor que la de Júpiter.

b) $(0,723332) \cdot (1,5 \cdot 10^8) = 1,084998 \cdot 10^8$

La distancia de Venus al Sol es de aproximadamente 108499800 km.