2 Matemática financiera

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN
A. Aplicar las propiedades de los logaritmos en la resolución de problemas de cálculo aritmético.	**1.** Sabiendo que log 2 = 0,301030 y que log 3 = 0,4774; calcula, utilizado las propiedades de los logaritmos, los siguientes casos. a) log 6 b) log 72 c) $\log \sqrt[5]{\frac{432}{9}}$
B. Calcular las cantidades iniciales o finales de los porcentajes en situaciones de incrementos y disminuciones porcentuales.	**2.** María ha pagado por su nuevo ordenador 699,60 euros. Si en la tienda le han aplicado un descuento del 12%, ¿cuál era el precio inicial del ordenador? **3.** Un líquido se evapora a razón del 5% cada hora. Si en un recipiente hay 200 litros: a) ¿Cuántos quedarán al cabo de 5 horas? b) ¿Al cabo de cuántas horas quedarán menos de 100 litros?
C. Calcular las cantidades iniciales o finales o de los porcentajes en situaciones de varios incrementos o disminuciones porcentuales sucesivas	**4.** Cierto producto, que el 1 de enero estaba marcado con un precio de 170 euros, ha sufrido las siguientes variaciones en su precio: con motivo de las rebajas de enero se le rebajó un 20%; en el mes de marzo subió un 15 % y por último, en las rebajas de verano, que fue cuando lo compramos, estaba rebajado un 10%. a) ¿A qué precio lo compramos? b) ¿Qué porcentaje de subida o bajada ha experimentado el producto desde el 1 de enero hasta el día en que lo compramos?
D. Determinar el término general de una progresión geométrica.	**5.** Calcula el término general y la suma de los seis primeros términos de la progresión: $1, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \ldots$
E. Calcular la suma de *n* términos de una progresión geométrica.	**6.** Sabiendo que el quinto término de una progresión geométrica es $\frac{2}{81}$ y la razón $\frac{1}{3}$, halla la suma de los 6 primeros términos de la sucesión.
F. Determinar capitales finales, iniciales, intereses o tiempos de imposición en problemas de interés simple y compuesto.	**7.** Calcula el tanto por ciento anual de interés simple al que se ha invertido, durante 5 meses, un capital de 36 000 euros, con abono mensual de intereses, si se ha convertido en 37 200 euros. **8.** Calcula el capital que se obtendrá al cabo de 10 años al colocar en una entidad financiera 20 000 euros a interés compuesto del 5% anual, si los intereses se abonan semestralmente.
G. Determinar anualidades de amortización y capitalización.	**9.** Una persona recibe un préstamo de 10 000 euros que se compromete a devolver en tres pagos iguales, que se harán al finalizar cada uno de los tres años sucesivos que siguen al préstamo, conviniendo que los intereses se calcularán al 5%. Calcula la anualidad a pagar cada año. **10.** ¿Qué suma debe depositar a principio de cada año, en un fondo de inversiones que abona el 6%, una persona de 50 años para que cuando se jubile a los 65 años haya reunido un capital de 65 000 euros? **11.** Se solicita un préstamo de 18 000 euros que se devolverá en tres anualidades a un tipo de interés del 6,5%. Calcula el capital amortizado en el segundo año.
H. Calcular la TAE a partir del tipo de interés y viceversa.	**12.** Manolo y Araceli están pensando en cambiar de banco su hipoteca. En el folleto de publicidad de un banco ven que ofrecen una hipoteca con una T.A.E. de 5,69% si los periodos de capitalización son mensuales. Si en el banco actual están pagando las mensualidades a un interés anual del 5%, ¿les es rentable cambiar de banco?

Soluciones

1. a) $\log 6 = \log (2 \cdot 3) = \log 2 + \log 3 =$

$= 0{,}3010 + 0{,}4774 = 0{,}7784$

b) $\log 72 = \log (2^3 \cdot 3^2) = \log 2^3 + \log 3^2 =$

$= 3 \log 2 + 2 \log 3 =$

$= 3 \cdot 0{,}3010 + 2 \cdot 0{,}4774 =$

$= 0{,}9030 + 0{,}9548 = 1{,}8578$

c) $\log \sqrt[5]{\dfrac{432}{9}} = \log \left(\dfrac{432}{9}\right)^{\frac{1}{5}} = \dfrac{1}{5} \log \dfrac{432}{9} =$

$= \dfrac{1}{5} \log 48 = \dfrac{1}{5} \log (2^4 \cdot 3) =$

$= \dfrac{1}{5}(4 \log 2 + \log 3) = 0{,}33628$

2. Llamando x al precio inicial del ordenador:

$0{,}88x = 699{,}60 \Rightarrow x = \dfrac{699{,}60}{0{,}88} = 795$ €

3. a) $F = 200(1 - 0{,}05)^5 = 200 \cdot 0{,}95^5 = 154{,}76$ L

b) $F \leqslant 100 \Rightarrow 200(1 - 0{,}05)^n \leqslant 100 \Rightarrow$

$\Rightarrow 0{,}95^n \leqslant 0{,}5;\ (\log 0{,}95 < 0) \Rightarrow$

$\Rightarrow n \log 0{,}95 \geqslant \log 0{,}5 \Rightarrow$

$\Rightarrow n \geqslant \dfrac{\log 0{,}5}{\log 0{,}95} = 13{,}51$

Habrá menos de 100 L al cabo de 13 horas y media.

4. a) $P_F = 170(1 - 0{,}20)(1 + 0{,}15)(1 - 0{,}10) =$

$= 170 \cdot 0{,}8 \cdot 1{,}15 \cdot 0{,}9 = 170 \cdot 0{,}828 = 140{,}76$ €

b) El índice de variación ha sido de 0,828; lo que equivale a una rebaja en el precio del 17,2%.

5. $\dfrac{2}{3} : 1 = \dfrac{2}{3};\ \dfrac{4}{9} : \dfrac{2}{3} = \dfrac{2}{3};\ \dfrac{8}{27} : \dfrac{4}{9} = \dfrac{2}{3}$

Es una progresión geométrica de razón $\dfrac{2}{3}$; por tanto:

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = 1 \cdot \left(\dfrac{2}{3}\right)^{n-1} = \left(\dfrac{2}{3}\right)^{n-1}$

6. $a_5 = \dfrac{2}{81}$ $\qquad r = \dfrac{1}{3}$

$a_5 = a_1 \cdot r^4 \Rightarrow \dfrac{2}{81} = a_1 \cdot \left(\dfrac{1}{3}\right)^4 \Rightarrow a_1 = 2$

$S_6 = \dfrac{a_6 \cdot r - a_1}{r - 1} = \dfrac{2 \cdot \left(\dfrac{1}{3}\right)^6 - 2}{\dfrac{1}{3} - 1} = \dfrac{2\left(\dfrac{1 - 729}{729}\right)}{-\dfrac{2}{3}} =$

$= \dfrac{\dfrac{728}{729}}{\dfrac{1}{3}} = \dfrac{728}{243}$

7. $C_f = 37\,200$ € $\qquad C_i = 36\,000$ €

$r = 5\%$ $\qquad t = 5$ meses $= \dfrac{5}{12}$ años

$I = \dfrac{C \cdot r \cdot t}{1200}$

$I = C_f - C_i = 37\,200 - 36\,000 = 1200$ €

$1200 = \dfrac{36\,000 \cdot r \cdot 5}{1200} \Rightarrow 144\,000 = 180\,000r$

$\Rightarrow r = \dfrac{144}{18} = 8\%$

8. $C_i = 20\,000$ € $\qquad t = 10$ años $\qquad r = 5\%$

Período capitalización: semestral

$C_f = C_i\left(1 + \dfrac{r}{k}\right)^{2k}$

$C_f = 20\,000\left(1 + \dfrac{5}{200}\right)^{20} =$

$= 20\,000 \cdot 1{,}025^{20} = 32\,772{,}33$ €

9. $C = 10\,000$ € $\qquad t = 3$ años $\qquad r = 0{,}05$

$a = \dfrac{Cr(1 + r)^n}{(1 + r)^n - 1}$

$a = \dfrac{10\,000 \cdot 0{,}05 \cdot (1 + 0{,}05)^3}{(1 + 0{,}05)^3 - 1} = 3672{,}86$ €

10. $C = 65\,000$ € $\qquad t = 15$ años $\qquad r = 0{,}06$

$C = \dfrac{a((1 + r)^{n+1} - (1 + r))}{r}$

$a = \dfrac{Cr}{(1 + r)^{n+1} - (1 + r)} = \dfrac{65\,000 \cdot 0{,}06}{1{,}06^{16} - 1{,}06} =$

$= 2654{,}31$ €

11. $C = 18\,000$ € $\qquad t = 3$ años $\qquad r = 0{,}065$

$a = \dfrac{Cr(1 + r)^n}{(1 + r)^n - 1}$

$a = \dfrac{18\,000 \cdot 0{,}065 \cdot (1 + 0{,}065)^3}{(1 + 0{,}065)^3 - 1} = 6796$ €

Primer pago:

Intereses: $18\,000 \cdot 0{,}065 = 1170$ €

Capital amortizado: $6796 - 1170 = 5626$ €

Deuda pendiente: $18\,000 - 5626 = 12\,374$ €

Segundo pago:

Intereses: $12\,374 \cdot 0{,}065 = 804{,}31$ €

Capital amortizado: $6796 - 804{,}31 = 5991{,}69$ €

12. TAE = 5,69%

$5{,}69 = \left[\left(1 + \dfrac{r}{12}\right)^{12} - 1\right]100 \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{5{,}69}{100} + 1 = \left(1 + \dfrac{r}{12}\right)^{12}$

$\sqrt[12]{1{,}0569} - 1 = \dfrac{r}{12} \Rightarrow r = 0{,}0555$

El interés que ofrece el banco del folleto es de 5,55%, por lo tanto les conviene mantener la hipoteca en el banco actual.