

3 Expresiones algebraicas

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

A. Expresar mediante el lenguaje algebraico una relación dada mediante un enunciado.

B. Conocer el grado del polinomio resultante de operar dos polinomios de grado conocido.

C. Sumar, restar, multiplicar y dividir polinomios.

D. Aplicar las igualdades notables en el desarrollo de expresiones algebraicas.

E. Utilizar la regla de Ruffini para calcular el cociente y el resto de la división de un polinomio por un binomio de la forma $x - a$.

F. Utilizar el teorema del resto en el cálculo de valores numéricos de un polinomio.

G. Factorizar polinomios de segundo grado utilizando la fórmula, o de grado superior utilizando la regla de Ruffini.

H. Calcular el m.c.d. y el m.c.m. de dos o tres polinomios.

I. Determinar si dos fracciones algebraicas son equivalentes.

J. Operar con fracciones algebraicas simplificando los resultados.

K. Resolver problemas empleando polinomios y fracciones algebraicas.

ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN

1. Expresa mediante una expresión algebraica las siguientes situaciones:
- El área de un rectángulo de perímetro p cm, en el que el lado mayor es el triple que el lado menor.
 - La suma de los cuadrados de tres números enteros consecutivos es igual a 77.

2. Calcular el grado de los polinomios P y Q si sabemos que el grado de $P \cdot Q$ es 8 y el grado del polinomio cociente al dividir P entre Q es 2.

3. Halla el cociente y el resto de dividir el polinomio $2x^3 + 3x^2 - 5$ entre $x^2 - x + 1$.

4. Simplifica la siguiente expresión algebraica.
 $(2x^2 - 3)^2 + (2x + 3)^2 - 2(2x - 3)(2x + 3)$

5. Calcula el cociente y el resto en la siguiente división de polinomios.
 $(2x^4 - 3x^2 - 5x + 6) : (x + 1)$

6. Aplicando el teorema del resto, calcula el valor numérico del polinomio $P(x) = 3x^4 - 2x^2 + 5x - 7$ para $x = -5$.

7. Factoriza el polinomio $P(x) = 2x^4 - x^3 - 7x^2 + 6x$.

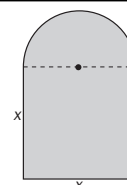
8. Calcula k para que el polinomio $P(x) = x^4 - kx^3 + 2x - 1$ sea divisible por $x - 1$.

9. Calcula el m.c.d. y el m.c.m. de los siguientes polinomios.
 $P(x) = x^3 + x^2 - 5x + 3$ $Q(x) = (x^2 - 9)(x - 1)$

10. Comprueba si las siguientes fracciones son equivalentes:
- $$\frac{x^2 + 3x}{x - 2} \quad \frac{x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 12x}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}$$

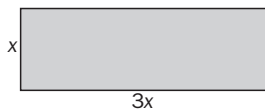
11. Opera y simplifica: $\left(\frac{1}{x^2 - 1} - \frac{x}{x^2 - x}\right) : \left(\frac{x + 1}{(x - 1)^2} + \frac{1}{x - 1}\right)$

12. Se quiere vallar un campo que tiene la forma de la figura. Calcula en función de x el perímetro que hay que vallar.
 ¿Cuántos metros de valla metálica hay que poner si el lateral mide 25 metros?



Soluciones

1. a)



$$p = 8x \Rightarrow x = \frac{p}{8}$$

$$S(x) = x \cdot 3x = 3x^2 = 3\left(\frac{p}{8}\right)^2$$

b) $(x - 1)^2 + x^2 + (x + 1)^2 = 77$

2. $gr(P) = n; \quad gr(Q) = m$

$$gr(P \cdot Q) = gr(P) + gr(Q) = n + m = 8$$

$$gr(P : Q) = gr(P) - gr(Q) = n - m = 2$$

Resolviendo el sistema, resulta:

$$n = 5; \quad m = 3$$

3.
$$\begin{array}{r} 2x^3 + 3x^2 \quad - \quad 5 \quad | \quad x^2 - x + 1 \\ -2x^3 + 2x^2 - 2x \\ \hline 5x^2 - 2x - 5 \\ -5x^2 + 5x - 5 \\ \hline 3x - 10 \end{array}$$

Cociente: $2x + 3$

Resto: $3x - 10$

4.
$$(2x^2 - 3)^2 + (2x + 3)^2 - 2(2x - 3)(2x + 3) =$$

$$= 4x^4 - 12x^2 + 9 + 4x^2 + 12x + 9 - 2(4x^2 - 9) =$$

$$= 4x^4 - 16x^2 + 12x + 36$$

5.
$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & 0 & -3 & -5 & 6 \\ -1 & & -2 & 2 & 1 & 4 \\ \hline & 2 & -2 & -1 & -4 & 10 \end{array}$$

$$C = 2x^3 - 2x^2 - x - 4$$

$$R = 10$$

6.
$$\begin{array}{r|rrrrr} & 3 & 0 & -2 & 5 & -7 \\ -5 & & -15 & 75 & -365 & 1800 \\ \hline & 3 & -15 & 73 & -360 & 1793 \end{array}$$

$$P(-5) = 1793$$

7. $P(x) = x(2x^3 - x^2 - 7x + 6)$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & -1 & -7 & 6 \\ 1 & & 2 & 1 & -6 \\ \hline & 2 & 1 & -6 & 0 \end{array}$$

$$P(x) = x(x - 1)(2x^2 + x - 6)$$

$$2x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow x = -2, x = \frac{3}{2}$$

$$P(x) = x(x - 1)(x + 2)(2x - 3)$$

8. Para que P sea divisible por $(x - 1)$, el resto de la división debe ser 0, por lo que aplicando el teorema del resto:

$$0 = P(1) = 1 - k + 2 - 1$$

$$2 - k = 0 \Rightarrow k = 2$$

9. $P(x) = (x - 1)^2(x + 3)$

$$Q(x) = (x + 3)(x - 3)(x - 1)$$

$$m.c.d.(P(x), Q(x)) = (x + 3)(x - 1)$$

$$m.c.m.(P(x), Q(x)) = (x - 3)(x - 1)^2(x + 3)$$

10.
$$\frac{x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 12x}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8} =$$

$$= \frac{x(x + 3)(x - 2)(x + 2)}{(x - 2)^2(x + 2)} =$$

$$= \frac{x(x + 3)}{x - 2} = \frac{x^2 - 3x}{x - 2}$$

11.
$$\left(\frac{1}{x^2 - 1} - \frac{x}{x^2 - x}\right) : \left(\frac{x + 1}{(x - 1)^2} + \frac{1}{x - 1}\right) =$$

$$= \left(\frac{1}{(x - 1)(x + 1)} - \frac{x}{x(x - 1)}\right) : \left(\frac{x + 1}{(x - 1)^2} + \frac{1}{x - 1}\right) =$$

$$= \left(\frac{1}{(x - 1)(x + 1)} - \frac{(x + 1)}{(x + 1)(x - 1)}\right) : \left(\frac{x + 1}{(x - 1)^2} + \frac{1}{x - 1}\right) =$$

$$= \left(\frac{-x}{(x - 1)(x + 1)}\right) : \left(\frac{2x}{(x - 1)^2}\right) =$$

$$= \frac{-x(x - 1)^2}{2x(x - 1)(x + 1)} =$$

$$= \frac{-(x - 1)}{2(x + 1)}$$

12. $P(x) = \pi\left(\frac{x}{2}\right) + 3x$

$$P(25) = \frac{25\pi}{2} + 75 = \frac{150 + 25\pi}{2} \text{ m}$$