4 Ecuaciones y sistemas de ecuaciones

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN
A. Resolver ecuaciones de segundo grado completas e incompletas.	**1.** Resuelve la siguiente ecuación. $(x - 2)^2 + x = 2\,[2 - (1 - x)^2]$
B. Determinar, sin resolverla, el número de soluciones de una ecuación de segundo grado.	**2.** Dada la ecuación de segundo grado $3x^2 - 6x + k = 0$, determina el valor de k para que dicha ecuación tenga una única solución.
C. Aplicar las fórmulas de Cardano-Vieta.	**3.** Halla un polinomio de segundo grado tal que la suma de sus raíces sea $\frac{10}{3}$ y el producto $-\frac{25}{3}$.
D. Resolver ecuaciones bicuadradas transformándolas en ecuaciones de segundo grado mediante el cambio de variable $z = x^2$.	**4.** Resuelve la siguiente ecuación. $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$
E. Resolver ecuaciones mediante factorización, empleando la regla de Ruffini.	**5.** Resuelve la siguiente ecuación polinómica. $x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x = 6$
F. Resolver ecuaciones racionales y comprobar la validez de las soluciones obtenidas.	**6.** Resuelve la siguiente ecuación racional. $\frac{-1}{x + 1} - \frac{2}{x - 1} = \frac{3}{x^2 - 1}$
G. Resolver ecuaciones irracionales y comprobar la validez de las soluciones obtenidas.	**7.** Resuelve la siguiente ecuación irracional. $\sqrt{2x} - \sqrt{1 + x} = 1$
H. Resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas por sustitución y reducción, y de forma gráfica.	**8.** Resuelve algebraica y gráficamente el siguiente sistema de ecuaciones. $\begin{cases} 2x + 3y = -4 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$
I. Resolver sistemas de segundo grado por sustitución o reducción.	**9.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} x - 2xy = 10 \\ 2x + 5y = 11 \end{cases}$
J. Resolver sistemas lineales de tres ecuaciones con tres incógnitas por el método de Gauss.	**10.** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones lineales: $\begin{cases} 3x + 4y - z = 3 \\ 3x - 3y + z = -8 \\ x - y + 2z = -6 \end{cases}$
K. Plantear y resolver problemas mediante las ecuaciones o sistemas de ecuaciones de los estudiados en esta unidad.	**11.** Reunidos todos los alumnos de 1.º de Bachillerato de un centro escolar, cinco séptimos de los mismos se apuntan para participar en el viaje de estudios que organiza el centro. La quinta parte de los alumnos apuntados no obtienen el permiso de sus padres para participar en el viaje y, por último, el día de la salida no se presentan 5 alumnos, con lo que al final son 115 los alumnos que emprenden el viaje. ¿Cuántos alumnos hay matriculados en 1.º de Bachillerato? **12.** El mercado de cierto producto presenta las siguientes funciones de oferta y demanda en función del precio p al que se vende el producto $O(p) = 3(10 - p)^2 - 273$; $D(p) = (15 - 8p)6$. El mercado se encontrará en equilibrio cuando la oferta sea igual a la demanda. Calcula el valor de p para que el mercado esté en equilibrio.

1. $(x - 2)^2 + x = 2[2 - (1 - x)^2]$

$x^2 - 4x + 4 + x = 2[2 - (1 - 2x + x^2)]$

$x^2 - 4x + 4 + x = -2x^2 + 4x + 2$

$3x^2 - 7x + 2 = 0$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{6} = \frac{7 \pm 5}{6} \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \dfrac{1}{3} \end{cases}$$

2. Para que la ecuación tenga solución única el discriminante debe valer 0

$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 3 \cdot k = 36 - 12k;\ \Delta = 0 \Rightarrow k = 3$

3. $x^2 - \dfrac{10}{3}x - \dfrac{25}{3}$

4. $x^4 - 5x^2 - 36 = 0;\ z = x^2$

$z^2 - 5z - 36 = 0$

$$z = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 144}}{2} = \frac{5 \pm 13}{2}$$

$$\begin{cases} z = 9 \rightarrow x = \pm\sqrt{9} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases} \\ z = -4 \rightarrow x = \pm\sqrt{-4} \Rightarrow x \notin \mathbb{R} \end{cases}$$

5. Factorizamos el polinomio

	1	−5	5	5	6
1		1	−4	1	−6
	1	−4	1	6	0
−1		−1	5	−6	
	1	−5	6	0	
2		2	−6		
	1	−3	0		

$(x - 1)(x + 1)(x - 2)(x - 3) = 0$

Solución: $x = 1,\ x = -1,\ x = 2,\ x = 3$

6. $\dfrac{-1}{x + 1} - \dfrac{2}{x - 1} = \dfrac{3}{x^2 - 1}$

$$\frac{-x + 1}{(x - 1)(x + 1)} - \frac{2x + 2}{(x - 1)(x + 1)} = \frac{3}{(x - 1)(x + 1)}$$

$$\frac{-3x - 1}{x^2 - 1} = \frac{3}{x^2 - 1}$$

$-3x = 4$

$x = -\dfrac{4}{3}$

7. $\sqrt{2x} - \sqrt{1 + x} = 1$

$\left(\sqrt{2x} - 1\right)^2 = \left(\sqrt{1 + x}\right)^2$

$2x + 1 - 2\sqrt{2x} = 1 + x \rightarrow x = 2\sqrt{2x} \rightarrow x^2 = 8x \rightarrow$

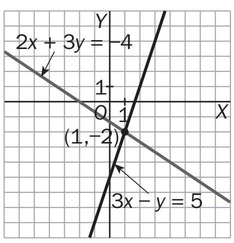
$\rightarrow x = 0,\ x = 8 \Rightarrow$ Solución válida: $x = 8$

8. $\begin{cases} 2x + 3y = -4 \\ 3x - y = 5 \end{cases};\ \begin{cases} 2x + 3y = -4 \\ 9x - 3y = 15 \end{cases}$

$11x = 11$

$x = 1$

$y = 3 \cdot 1 - 5 = -2$



9. $\begin{cases} x - 2xy = 10 \\ 2x + 5y = 11 \end{cases} \Rightarrow 2x + 5y = 11 \Rightarrow y = \dfrac{11 - 2x}{5}$

$$x - 2\left(\frac{11 - 2x}{5}\right)x = 10 \Rightarrow 4x^2 - 17x - 50 = 0$$

$$x = \frac{17 \pm \sqrt{289 + 800}}{8} = \frac{17 \pm 33}{8}$$

Soluciones: $x = \dfrac{25}{4},\ y = -\dfrac{3}{10}$

$x = -2,\ y = 3$

10. $\begin{cases} 3x + 4y - z = 3 \\ 3x - 3y + z = -8 \\ x - y + 2z = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y + 2z = -6 \\ 3x + 4y - z = 3 \\ 3x - 3y + z = -8 \end{cases}$

$$\begin{cases} E_1 \\ E_2 - 3E_1 \\ E_3 - 3E_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y + 2z = -6 \\ 7y - 7z = 21 \\ -5z = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_1 \\ \dfrac{E_2}{7} \\ \dfrac{E_3}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y + 2z = -6 \\ y - z = 3 \\ z = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \\ z = -2 \end{cases}$$

11. Sea x el número de alumnos de 1.º de Bachillerato.

Alumnos apuntados al viaje: $\dfrac{5}{7}x$

No obtienen permiso: $\dfrac{1}{5} \cdot \dfrac{5}{7}x = \dfrac{1}{7}x$

Van al viaje: $\dfrac{5}{7}x - \dfrac{1}{7}x - 5$

$\dfrac{5}{7}x - \dfrac{1}{7}x - 5 = 115$

$\dfrac{4}{7}x = 120$

$x = \dfrac{840}{4} = 210$

Hay 210 alumnos matriculados.

12. $O(p) = 3(10 - p)^2 - 273 = 3p^2 - 60p + 27$

$D(p) = (15 - 8p)6 = -48p + 90$

$3p^2 - 60p + 27 = -48p + 90$

$p^2 - 4p - 21 = 0$

$$p = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 84}}{2} = \frac{4 \pm 10}{2}$$

$p = 7$

$p = -3$ (solución no válida)

El punto de equilibrio se alcanza para $p = 7$.