12 Distribuciones bidimensionales

CRITERIOS DE EVALUACIÓN / ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN

A. Elaborar e interpretar tablas estadísticas bidimensionales.

1. Se ha realizado una encuesta preguntando por el número de personas que habitan el hogar familiar y el número de habitaciones que tiene la casa. La tabla siguiente recoge la información obtenida.

N.º personas (x_i)	3	5	4	6	2	2	2	5	4	7	2	6	1	2	3
N.º habitaciones (Y_i)	2	3	4	4	2	3	2	3	3	4	3	3	1	3	2

Construye, con los datos anteriores, una tabla de doble entrada en la que figuren las frecuencias marginales de cada variable.

B. Hallar las distribuciones marginales de una variable bidimensional y calcular e interpretar sus parámetros estadísticos.

2. Los valores de dos variables X, Y, estudiadas en 60 individuos, se distribuyen según la siguiente tabla.

Y \ X	1	3	5	
2	7		6	
4		9		17
6			3	20

a) Completa la tabla.

b) ¿Cuál es la moda de Y?

c) Calcula la media de X

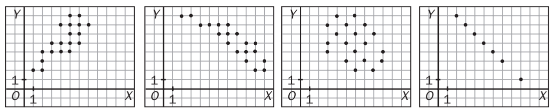
C. Calular la covarianza.

3. Halla la covarianza de la variable bidimensional cuyos datos se recogen en la siguiente tabla.

X	2	2	3	4	5
Y	6	5	5	4	3

D. Representar gráficamente los datos contenidos en una tabla de doble entrada, y a la vista de la nube de puntos determinar la existencia de correlación entre ambas variables indicando el tipo y la fortaleza de la misma.

4. Analiza las siguientes nubes de puntos indicando en cada caso si existe o no correlación entre las variables X e Y, y de qué tipo es.



E. Calcular el coeficiente de correlación e interpretar el grado de relación existente entre las variables.

5. Se ha medido el número medio de horas de entrenamiento a la semana de un grupo de 10 atletas y el tiempo, en minutos, que han hecho en una carrera, obteniendo los siguientes resultados.

X (horas entrenamiento)	5	6	6	5	8	6	8	10	7	4
Y (tiempo carrera)	30	23	24	24	22	21	24	20	23	28

Calcula el coeficiente de correlación.

F. Hallar las rectas de regresión y efectuar estimaciones con ella, estableciendo la fiabilidad de las estimaciones realizadas.

6. La media de los pesos de los individuos de una población es de 65 kg y la de sus estaturas, 170 cm.

Las desviaciones típicas son 5 kg y 10 cm, respectivamente, y la covarianza de ambas variables es 40.

a) ¿Cuál es el coeficiente de correlación?

b) Calcula la recta de regresión de los pesos respecto de las estaturas.

c) ¿Cuánto estimas que pesará un individuo de 180 cm de estatura?

7. De una distribución bidimensional (x, y) conocemos los siguientes resultados:

- Recta de regresión de Y sobre X: $y = 8{,}7 - 0{,}76x$
- Recta de regresión de X sobre Y: $y = 11{,}36 - 1{,}3x$

a) Calcula el centro de gravedad de la distribución.

b) Halla el coeficiente de correlación.

G. Calcular la ecuación de la recta de Tukey.

8. Considera la siguiente tabla correspondiente a los valores que toman dos variables estadísticas X e Y.

X	1	3	4	5	7	8	9	10	11	12	14	16	23
Y	7	11	13	15	15	17	16	18	3	18	20	21	4

a) Representa la nube de puntos.

b) A la vista de la gráfica anterior ¿crees que existe correlación? ¿De qué tipo?

c) Justifica los datos anteriores y calcula la ecuación de la recta de Tukey.

1.

Y \ X	1	2	3	4	5	6	7	$f(Y)$
1	1	0	0	0	0	0	0	1
2	0	2	2	0	0	0	0	4
3	0	3	0	1	2	1	0	7
4	0	0	0	1	0	1	1	3
$f(X)$	1	5	2	2	2	2	1	15

2. a)

Y \ X	1	3	5	
2	7	10	6	23
4	3	9	5	17
6	6	11	3	20
	16	30	14	60

b) 2.

c) $x = \dfrac{1 \cdot 16 + 3 \cdot 30 + 5 \cdot 14}{60} = 2{,}93$

3.

x_i	y_i	$x_i\,y_i$
2	6	12
2	5	10
3	5	15
4	4	16
5	3	15
16	23	68

$\bar{x} = \dfrac{16}{5} = 3{,}2$

$\bar{y} = \dfrac{23}{5} = 4{,}6$

$S_{XY} = \dfrac{68}{5} - 3{,}2 \cdot 4{,}6 = -1{,}12$

4. En el primer caso se observa que existe correlación lineal positiva fuerte.

En el segundo caso se observa que existe correlación lineal negativa fuerte.

En el tercer caso no se observa correlación.

En el cuarto caso hay una correlación funcional (lineal) negativa.

5.

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i\,y_i$
5	30	25	900	150
6	23	36	529	138
6	24	36	576	144
5	24	25	576	120
8	22	64	484	176
6	21	36	441	126
8	24	64	576	192
10	20	100	400	200
7	23	49	529	161
4	28	16	784	112
65	239	451	5795	1519

$\bar{x} = \dfrac{65}{10} = 6{,}5$

$s_X = \sqrt{\dfrac{451}{10} - 6{,}5^2} = 1{,}69$

$\bar{y} = \dfrac{239}{10} = 23{,}9$

$s_Y = \sqrt{\dfrac{5795}{10} - 23{,}9^2} = 2{,}88$

$S_{XY} = \dfrac{1519}{10} - 6{,}5 \cdot 23{,}9 = -4{,}45 = -4{,}45$

$r = \dfrac{-4{,}45}{11{,}69 \cdot 2{,}88} = -0{,}91$

6. a) $r = \dfrac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \dfrac{40}{5 \cdot 10} = 0{,}8$

b) $y - 65 = \dfrac{40}{100}(x - 170) \Rightarrow y = 0{,}4x - 3$

c) $y = 0{,}4 \cdot 180 - 3 = 69$ kg

7. a) El centro de gravedad será el punto de corte entre las dos rectas.

$-0{,}76x + 8{,}7 = -1{,}3x + 11{,}36$

$0{,}54x = 2{,}66$

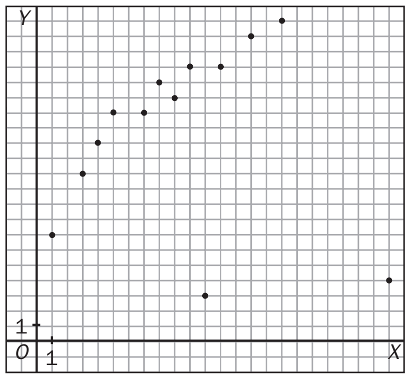
$x = 4{,}93 \Rightarrow y = -0{,}76 \cdot 4{,}93 + 8{,}7 = 4{,}95$

El centro de gravedad es: (4,93; 4,95).

b) Para hallar r tenemos en cuenta que el producto de las pendientes de las dos rectas de regresión es igual a r^2

$r^2 = -0{,}76 \cdot (-1{,}3) = 0{,}988 \qquad r = 0{,}99$

8. a)



b) En el apartado anterior hemos representado la nube de puntos y del análisis de la misma, si obviamos los dos puntos muy alejados del resto, parece deducirse que si existe una correlación lineal positiva y bastante fuerte entre esas dos variables.

c) 1.º Ordenamos los puntos en orden creciente de abcisas.

2.º Se subdivide el conjunto S en tres grupos, $G1$, $G2$ y $G3$. Como hay 13 puntos $G1$ y $G3$ tendrán 4 puntos y $G2$, 5.

3.º Calculamos para cada grupo Gi (i = 1, 2, 3) el punto Pi, cuyas coordenadas (x_i, y_i) son respectivamente las medianas de las abscisas y ordenadas de los puntos del grupo. En nuestro caso son:

$G1 = \{(1,\ 7)(3,\ 11)(4,\ 13)(5,\ 15)\} \qquad P1 = (3{,}5; 12)$

$G2 = \{(7, 15)(8, 17)(9, 16)(10, 18)(11, 3)\}\ P2 = (9, 16)$

$G3 = \{(12, 18)(14, 20)(16, 21)(23, 4)\}\ \ P3 = (15, 19).$

4.º Calculamos la pendiente de la recta que pasa por $P1$ y $P3$.

$$m = \frac{19 - 12}{15 - 3{,}5} = \frac{7}{11{,}5} = 0{,}61$$

5.º Por último calculamos la ecuación de la recta que pasa por el baricentro B de ($P1$, $P2$, $P3$) y tiene de pendiente m.

$$B = \left(\frac{3{,}5 + 9 + 15}{3}, \frac{12 + 16 + 19}{3}\right) = (9{,}16; 15{,}66)$$

$$y - 15{,}66 = \frac{7}{11{,}5}(x - 9{,}16) \Rightarrow y = 0{,}61x - 10{,}08$$

y esa es la ecuación de la recta de Tukey.