

# 13 Cálculo de probabilidades

## CRITERIOS DE EVALUACIÓN

**A.** Plantear y resolver problemas de recuento que requieran el uso de técnicas o de métodos sistemáticos.

**B.** Plantear y resolver problemas de recuento que requieran el uso de técnicas de combinatoria.

**C.** Formar el espacio muestral y calcular el número de puntos muestrales de un suceso.

**D.** Efectuar operaciones con sucesos y aplicar sus propiedades para efectuar simplificaciones.

**E.** Asignar probabilidades mediante la regla de Laplace, empleando técnicas de recuento directo y recursos combinatorios.

**F.** Calcular la probabilidad condicionada de un suceso en un experimento simple.

**G.** Determinar si dos sucesos son dependientes o independientes.

**H.** Formar el sistema completo de sucesos asociado a un experimento aleatorio compuesto y asignar probabilidades a sucesos mediante el teorema de la probabilidad total.

**I.** Calcular probabilidades a posteriori.

## ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN

**1.** Examinado el color de los ojos y del pelo de 5000 individuos, ha resultado que hay 1225 rubios con ojos claros, 3725 morenos y 3625 con ojos oscuros. ¿Cuántos estudiantes son rubios? ¿Cuántos son morenos y tienen los ojos azules?

**2.** ¿Cuántos números capicúas hay de ocho cifras?

**3.** Utilizando los 7 colores del arco iris, ¿cuántas banderas de tres franjas horizontales iguales en tamaño y de distinto color se pueden formar?

**4.** Un experimento aleatorio consiste en lanzar un dado; si el número obtenido es par se extrae una bola de una urna  $U_1$ , que contiene 5 bolas rojas, 2 verdes y 3 negras; si el resultado en el dado es impar se extrae una bola de una urna  $U_2$  que contiene 5 bolas rojas y 5 negras. Escribe el espacio muestral asociado a dicho experimento.

**5.** Tenemos una urna con ocho bolas numeradas del 2 al 9. Realizamos el experimento consistente en extraer una bola de dicha urna.

a) Escribe los siguientes sucesos:  
 $A = \{\text{sacar un número primo}\}$   
 $B = \{\text{sacar un número cuadrado perfecto}\}$   
 $C = \{\text{sacar un número mayor que 5}\}.$

b) Escribe los sucesos contrarios de  $A$ ,  $B$  y  $C$ .

c) Escribe los siguientes sucesos:  $A \cup B$ ;  $B \cup C$ ,  $A \cap C$ ,  $A \cap B \cap C$ ,  $A \cap B^c$  y  $A \cap B^c \cap C^c$ .

**6.** En el juego de la ruleta, una bola puede caer en cualquiera de las casillas numeradas del 0 al 36. Hay 18 casillas rojas, 18 negras y una blanca (el cero). Se hace girar la ruleta. Calcula la probabilidad de que la bola caiga en las siguientes casillas.

a) Casilla negra.      b) Casilla impar.      c) Casilla par mayor que 29.

**7.** De los 105 alumnos matriculados en 1.º de Bachillerato, 45 cursan la modalidad de Ciencias y Tecnología, 33 Ciencias Sociales y el resto Artes. Se sabe que 33 alumnos cursan francés como primer idioma y que de los alumnos que estudian inglés, 17 estudian Artes y 30 Ciencias y Tecnología. Se escoge un estudiante al azar, sabiendo que estudia inglés, ¿cuál es la probabilidad de que esté matriculado en la modalidad de Ciencias Sociales?

**8.** Dados los sucesos  $A$  y  $B$ , de los que se conoce  $P(A) = 0,6$ ,  $P(B) = 0,5$  y  $P(A \cup B) = 0,8$ , indica si son independientes.

**9.** En una caja hay tres llaveros  $A$ ,  $B$  y  $C$ , el primero con 5 llaves, el segundo con 7 y el tercero con 8, de las que solo una de cada llavero abre la puerta del trastero. Se escoge al azar un llavero y de este una llave y se pide lo siguiente.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la llave escogida abra la puerta del trastero?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el llavero escogido sea el tercero y que la llave no abra?

**10.** Una empresa del ramo de la alimentación elabora sus productos en cuatro factorías  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  y  $F_4$ . El porcentaje de producción total que se fabrica en cada factoría es del 40%, 30%, 20% y 10% respectivamente, y además el porcentaje de envasado incorrecto en cada factoría es del 1%, 2%, 7% y 4%. Tomamos un producto de la empresa al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que se esté defectuosamente envasado? Si tomado un producto al azar resulta defectuoso. ¿Cuál es la probabilidad de que provenga de la factoría  $F_2$ ? ¿Y de la  $F_1$ ?

# Soluciones

1. Completamos la siguiente tabla de contingencia:

	Rubios	Morenos	
Ojos claros	1225	150	1375
Ojos oscuros	50	3575	3625
	1275	3725	500

Hay 1275 rubios y 150 morenos con ojos claros.

2. Un número capicúa de 8 cifras tendrá la forma  $ABCDDCBA$ , en donde  $A$  no puede ser cero ya que entonces el número tendría sólo 7 cifras; por tanto tenemos 9 posibles valores para  $A$  (unidades y decenas de millones) y 10 posibles valores para  $B, C$  y  $D$ ; por lo que, aplicando el principio multiplicativo, el número de capicúas de ocho cifras será:

$$9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 9000$$

3. Debemos elegir 3 colores, de entre los 7 del arco iris, para colorear cada una de las tres franjas horizontales e iguales en que está dividida la bandera.

Claramente el orden influye pues son distintas una bandera Azul-Roja-Verde, que una Azul-Verde-Roja.

Por tanto, el número de banderas distintas será igual a  $V_7^3 = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$

4.  $E = \{(2,R), (2,V), (2,N), (4,R), (4,V), (4,N), (6,R), (6,V), (6,N), (1,R), (1,N), (3,R), (3,N), (5,R), (5,N)\}$

5. a)  $A = \{2, 3, 5, 7\}$

$$B = \{4, 9\}$$

$$C = \{6, 7, 8, 9\}$$

b)  $A^c = \{4, 6, 8, 9\}$

$$B^c = \{2, 3, 5, 6, 7, 8\};$$

$$C^c = \{2, 3, 4, 5\}.$$

c)  $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 7, 9\}$

$$B \cup C = \{4, 6, 7, 8, 9\}$$

$$A \cap C = \{7\}$$

$$A \cap B \cap C = \emptyset$$

$$A \cap B^c = A$$

$$A \cap B^c \cap C^c = A \cap C^c = \{2, 3, 5\}$$

6.  $P(N) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

$$P(I) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

$$P(P > 29) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

7. Formamos la siguiente tabla de contingencia:

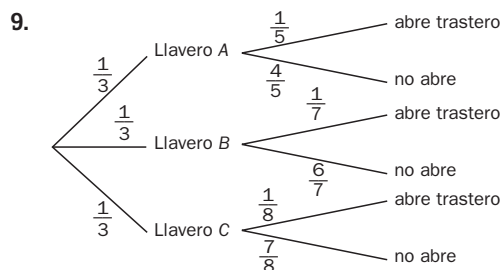
	Artes	C. S.	C. y T.	
Francés	10	8	15	33
Inglés	17	25	30	72
	27	33	45	105

$$P(C. S./Inglés) = \frac{25}{72} = 0,347\bar{2}$$

8.  $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0,6 + 0,5 - 0,8 = 0,3$

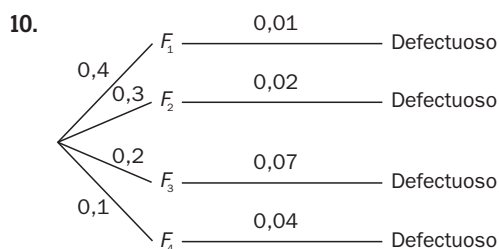
$$P(A) \cdot P(B) = 0,6 \cdot 0,5 = 0,3$$

Son independientes.



a)  $P(T) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{7} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8} = \frac{56 + 40 + 35}{840} = \frac{131}{840}$

b)  $P(C \cap NT) = P(C) \cdot P(NT/C) = \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{8} = \frac{7}{24}$



$$P(D) = 0,4 \cdot 0,01 + 0,3 \cdot 0,02 + 0,2 \cdot 0,07 + 0,1 \cdot 0,04 = 0,028$$

$$P(F_2/D) = \frac{P(D|F_2) \cdot P(F_2)}{P(D)} = \frac{0,02 \cdot 0,3}{0,028} = \frac{6}{28} = \frac{3}{14}$$

$$P(F_1/D) = \frac{P(D|F_1) \cdot P(F_1)}{P(D)} = \frac{0,01 \cdot 0,4}{0,028} = \frac{4}{28} = \frac{1}{7}$$