CEAH FORMACIÓN

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

SOLUCIONES

Examen de Matemáticas I (1º Bachillerato)

UNIDAD 1: LOS NÚMEROS REALES

Fecha:

Notas:
1) El examen ha de hacerse limpio, ordenado y sin faltas de ortografía.
2) El examen ha de realizarse en bolígrafo, evitando tachones en la medida de lo posible.
3) Debe aparecer todas las operaciones, no vale con indicar el resultado.
4) Los problemas deben contener: Datos, Planteamiento y Resolución, respondiendo a lo que se pregunte, no vale con indicar un número como solución del problema.

1. Clasifica los siguientes números como naturales, enteros, racionales o reales:

$$-3 \qquad 2,7 \qquad \frac{3}{7} \qquad \sqrt{4} \qquad \sqrt{7} \qquad \sqrt[3]{9} \qquad 1,020020002...$$

Solución:

- Naturales: $\sqrt{4}$

- Enteros: $-3;\ \sqrt{4}$

- Racionales: $-3;\ 2,7;\ \frac{3}{7};\ \sqrt{4}$

- Reales: Todos

2. Expresa en forma de potencia los siguientes radicales y simplifica:

a) $\sqrt[3]{a^2}\cdot\sqrt{a}$ b) $\sqrt[4]{x^5}:\sqrt{x}$

Solución:

a) $\sqrt[3]{a^2}\cdot\sqrt{a}=a^{2/3}\cdot a^{1/2}=a^{7/6}=\sqrt[6]{a^7}=a\sqrt[6]{a}$

b) $\sqrt[4]{x^5}:\sqrt{x}=x^{5/4}:x^{1/2}=x^{3/4}=\sqrt[4]{x^3}$

3. Utilizando la definición de logaritmo, calcula:

$$log_2 32+log_3\sqrt[3]{81}-ln\frac{1}{e^2}$$

Solución:

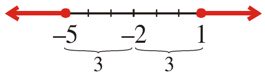
$$log_2 32+log_3\sqrt[3]{81}-ln\frac{1}{e^2}=log_2 2^5+log_3 3^{4/3}-ln\, e^{-2}=5+\frac{4}{3}-(-2)=5+\frac{4}{3}+2=\frac{25}{3}$$

4. Escribe en forma de intervalos los valores de x que cumplen:

$$|x+2| \geq 3$$

Solución:

Son los números de $(-\infty, -5\,] \cup [\,1, +\infty)$.



5. Halla y simplifica al máximo:

a) $\sqrt{\dfrac{30}{45}}\sqrt{\dfrac{12}{10}}$ b) $\sqrt{147} - 2\sqrt{243}$ c) $\dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+1}$

Solución:

a) $\sqrt{\dfrac{30}{45}}\sqrt{\dfrac{12}{10}} = \sqrt{\dfrac{30 \cdot 12}{45 \cdot 10}} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2^2 \cdot 3}{3^2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5}} = \sqrt{\dfrac{2^2}{5}} = \dfrac{2}{\sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

b) $\sqrt{147} - 2\sqrt{243} = \sqrt{3 \cdot 7^2} - 2\sqrt{3^5} = 7\sqrt{3} - 18\sqrt{3} = -11\sqrt{3}$

c) $\dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+1} = \dfrac{\sqrt{2}\left(2\sqrt{2}-1\right)}{\left(2\sqrt{2}+1\right)\left(2\sqrt{2}-1\right)} = \dfrac{4-\sqrt{2}}{8-1} = \dfrac{4-\sqrt{2}}{7}$

6. Si sabemos que log x = 0,85, calcula:

$$\boldsymbol{log\,100\,x - log\,\frac{\sqrt[3]{x}}{1000}}$$

Solución:

$log\,100\,x - log\,\dfrac{\sqrt[3]{x}}{1000} = log\,100 + log\,x - \left(log\,\sqrt[3]{x} - log\,1000\right) =$

$= log\,10^2 + log\,x - \dfrac{1}{3}log\,x + log\,10^3 = 2 + 0{,}85 - \dfrac{1}{3} \cdot 0{,}85 + 3 = 5{,}567$

7. Halla, utilizando la calculadora, el valor de:

a) $\sqrt[7]{16384}$ **b)** $\dfrac{5{,}25 \cdot 10^{9} + 2{,}32 \cdot 10^{8}}{2{,}5 \cdot 10^{-12}}$ **c)** $log_3 58$

Solución:

a) 16 384 SHIFT [$x^{1/y}$] 7 = 4

Por tanto:

$\sqrt[7]{16384} = 4$

b) (5.25 EXP 9 + 2.32 EXP 8) ÷ 2.5 EXP 12 +/- = 2.1928^{21}

Por tanto:

$$\frac{5{,}25 \cdot 10^{9} + 2{,}32 \cdot 10^{8}}{2{,}5 \cdot 10^{-12}} \approx 2{,}19 \cdot 10^{21}$$

c) log 58 ÷ log 3 = 3.695974506

Por tanto:

$\log_3 58 \approx 3{,}70$

8. Indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones. Si es falsa, indica un contra-ejemplo.

a) Todo número real es racional.

b) Todo número decimal se puede expresar en forma de fracción.

c) Todo número racional es real.

d) Hay números irracionales que son naturales.

Solución:

a) Falso, $\sqrt{3}$ es real pero no es racional.

b) Falso, solo se pueden expresar en forman de fracción los números decimales exactos o periódicos.

c) Verdadero, el conjunto de los números reales lo forman los racionales y los irracionales.

d) Falso, los naturales son 0, 1, 2, …, que se pueden expresar en forma de fracción, $\frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \ldots$
Luego son también racionales y, por tanto, no irracionales.

9. Simplifica aplicando las propiedades de las potencias:

$$\frac{\sqrt[4]{27}\cdot\sqrt[3]{9}\cdot\left(\sqrt[3]{\sqrt{3}}\right)^{5}}{\sqrt{\sqrt[3]{81}}}$$

Solución:

$$\sqrt[4]{27} = \sqrt[4]{3^3} = 3^{\frac{3}{4}}$$

$$\sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{3^2} = 3^{\frac{2}{3}}$$

$$\left(\sqrt[3]{\sqrt{3}}\right)^{5} = \left(\sqrt[6]{3}\right)^{5} = 3^{\frac{5}{6}}$$

$$\sqrt{\sqrt[3]{81}} = \sqrt[6]{3^4} = 3^{\frac{4}{6}} = 3^{\frac{2}{3}}$$

Por tanto:

$$\frac{\sqrt[4]{27}\cdot\sqrt[3]{9}\cdot\left(\sqrt[3]{\sqrt{3}}\right)^{5}}{\sqrt{\sqrt[3]{81}}} = \frac{3^{\frac{3}{4}}\cdot 3^{\frac{2}{3}}\cdot 3^{\frac{5}{6}}}{3^{\frac{2}{3}}} = 3^{\frac{3}{4}}\cdot 3^{\frac{5}{6}} = 3^{\frac{3}{4}+\frac{5}{6}} = 3^{\frac{19}{12}}$$