SOLUCIONES

Examen de Matemáticas I (1º Bachillerato)

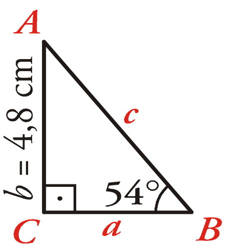
UNIDAD 4: RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS

Fecha:

Notas:
1) El examen ha de hacerse limpio, ordenado y sin faltas de ortografía.
2) El examen ha de realizarse en bolígrafo, evitando tachones en la medida de lo posible.
3) Debe aparecer todas las operaciones, no vale con indicar el resultado.
4) Los problemas deben contener: Datos, Planteamiento y Resolución, respondiendo a lo que se pregunte, no vale con indicar un número como solución del problema.

1. Uno de los catetos de un triángulo rectángulo mide 4,8 cm y el ángulo opuesto a este cateto mide 54º. Halla la medida del resto de los lados y de los ángulos del triángulo. (1.25p)

Solución:
Como el triángulo es rectángulo, los ángulos son:



$$\hat{A} = 90^\circ - \hat{B} = 90^\circ - 54^\circ = 36^\circ$$
$$\hat{C} = 90^\circ$$

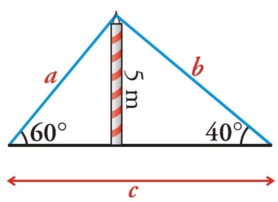
Hallamos los lados:

$$sen\,\hat{B} = \frac{b}{c} \rightarrow sen\,54^\circ = \frac{4,8}{c} \rightarrow c = \frac{4,8}{sen\,54^\circ} = 5,93 \text{ cm}$$
$$tg\,\hat{B} = \frac{b}{a} \rightarrow tg\,54^\circ = \frac{4,8}{a} \rightarrow a = \frac{4,8}{tg\,54^\circ} = 3,49 \text{ cm}$$

Por tanto:

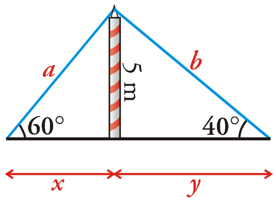
$$a = 3,49 \text{ cm};\ \hat{A} = 36^\circ$$
$$b = 4,8 \text{ cm};\ \hat{B} = 54^\circ$$
$$c = 5,93 \text{ cm};\ \hat{C} = 90^\circ$$

2. Un mástil de 5 metros se ha sujetado al suelo con un cable como muestra la figura: (1.5p)



Halla el valor de c y la longitud del cable.

Solución:



$$sen\,60^\circ = \frac{5}{a} \quad \rightarrow \quad a = \frac{5}{sen\,60^\circ} = 5{,}77 \ \text{ m}$$
$$tg\,60^\circ = \frac{5}{x} \quad \rightarrow \quad x = \frac{5}{tg\,60^\circ} = 2{,}89 \ \text{ m}$$

Por otra parte, si consideramos el otro triángulo:

$$sen\,40^\circ = \frac{5}{b} \quad \rightarrow \quad b = \frac{5}{sen\,40^\circ} = 7{,}78 \ \text{ m}$$
$$tg\,40^\circ = \frac{5}{y} \quad \rightarrow \quad y = \frac{5}{tg\,40^\circ} = 5{,}96 \ \text{ m}$$

Por tanto:

La longitud del cable es a + b = 5,77 + 7,78 = 13,55 metros.
El valor de c es x + y = 2,89 + 5,96 = 8,85 metros.

3. Sabiendo que sen 25º = 0,42, cos 25º = 0,91 y tag 25º = 0,47, halla:
sin utilizar las teclas trigonométricas de la calculadora, las razones trigonométricas de 155º y de 205º. Describe el proceso seguido, justificando así tu respuesta. (1p)

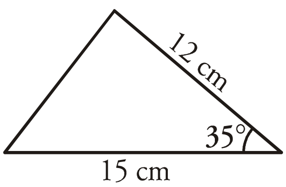
Solución:

Como $155^\circ = 180^\circ - 25^\circ$ y $205^\circ = 180^\circ + 25^\circ$, entonces:

$$sen\,155^\circ = sen\,25^\circ = 0{,}42$$
$$cos\,155^\circ = -\,cos\,25^\circ = -0{,}91$$
$$tg\,155^\circ = -\,tg\,25^\circ = -0{,}47$$

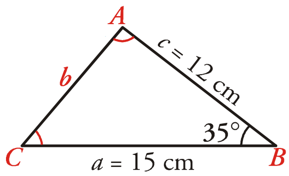
$$sen\,205^\circ = -\,sen\,25^\circ = -0{,}42$$
$$cos\,205^\circ = -\,cos\,25^\circ = -0{,}91$$
$$tg\,205^\circ = tg\,25^\circ = 0{,}47$$

4. Halla los lados y los ángulos del triángulo: (1.25p)



Solución:

Hallamos el lado b con el teorema del coseno:



$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\hat{B}$

$b^2 = 15^2 + 12^2 - 2 \cdot 15 \cdot 12 \cdot \cos 35^\circ$

$b^2 = 225 + 144 - 294{,}89$

$b^2 = 74{,}11 \quad \rightarrow \quad b = 8{,}61 \text{ cm}$

Como conocemos los tres lados, la solución es única.

Hallamos el ángulo $\hat{C}$:

$$\frac{c}{sen\,\hat{C}} = \frac{b}{sen\,\hat{B}} \quad \rightarrow \quad \frac{12}{sen\,\hat{C}} = \frac{8{,}61}{sen\,35^\circ} \quad \rightarrow \quad sen\,\hat{C} = \frac{12\,sen\,35^\circ}{8{,}61}$$

$sen\,\hat{C} = 0{,}799 \quad \rightarrow \quad \hat{C} = 53^\circ\,4'26''$

Por último, hallamos el ángulo $\hat{A}$:

$\hat{A} = 180^\circ - \left(\hat{B} + \hat{C}\right) = 91^\circ\,55'34''$

Por tanto:

$a = 15 \text{ cm}; \; \hat{A} = 91^\circ\,55'34''$

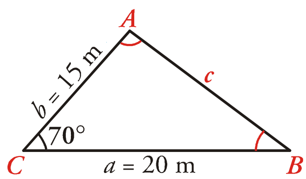
$b = 8{,}61 \text{ cm}; \; \hat{B} = 35^\circ$

$c = 12 \text{ cm}; \; \hat{C} = 53^\circ\,4'26''$

5. Dos de los lados, a y b, de una finca de forma triangular miden 20 m y 15 m, respectivamente. El ángulo comprendido entre estos dos lados es de 70º.
Si deseáramos vallar la finca, ¿cuántos metros de valla necesitaríamos? (1p)
Si el metro lineal de valla cuesta 20 €, ¿tendremos suficiente con 1000 €? Razona tu respuesta. (0.5p)

Solución:

Hallamos el lado c aplicando el teorema del coseno:



$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\hat{C}$

$c^2 = 20^2 + 15^2 - 2 \cdot 20 \cdot 15 \cdot \cos \hat{C}$

$c^2 = 400 + 225 - 600 \cdot \cos 70^\circ$

$c^2 = 400 + 225 - 205{,}21$

$c^2 = 419{,}79 \quad \to \quad c = 20{,}49 \text{ m}$

Los metros de valla necesarios serían:

$a + b + c = 20 + 15 + 20{,}49 = 55{,}49 \text{ m}$

Con 1000 euros tendríamos para 1000 euros : 20 euros/m = 50 metros. Como nuestra finca tiene 55,49 m, no podremos vallarla de momento, hasta que no reunamos más dinero.

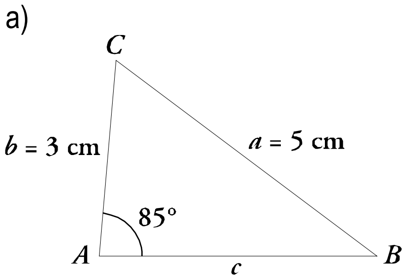
6. (1.5p)

a) En un triángulo se conoce $a = 5$ cm, $b = 3$ cm y $\hat{A} = 85^\circ$. ¿Cuántos triángulos hay con estos datos?

b) Comprueba que no hay ningún triángulo que cumpla $b = 5{,}8$ cm, $c = 5$ cm y $\hat{C} = 110^\circ$.

Solución:

a)



Calculamos $\hat{B}$ aplicando el teorema del seno:

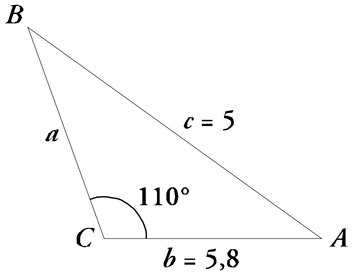
$$\frac{a}{sen\,\hat{A}} = \frac{b}{sen\,\hat{B}} \to sen\,\hat{B} = \frac{b\ sen\,\hat{A}}{a} = \frac{3\ sen\,85^\circ}{5} \approx 0{,}5977$$

Hay dos soluciones para $\hat{B}$:

$\hat{B} = 36^\circ\, 42'\, 24''$ y $\hat{B} = 143^\circ\, 17'\, 36''$ (esta no es válida pues $\hat{A} + \hat{B} > 180^\circ$)

Por tanto, solo hay un triángulo con los datos dados.

b)

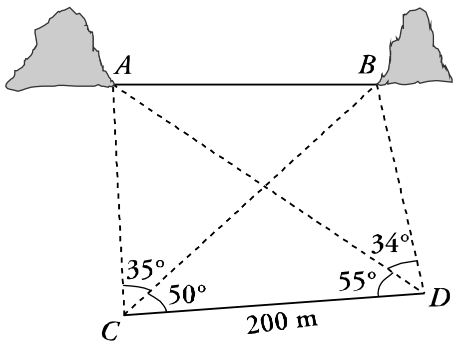


Calculamos $\hat{B}$ aplicando el teorema del seno:

$$\frac{b}{sen\,\hat{B}} = \frac{c}{sen\,\hat{C}} \rightarrow \quad sen\,\hat{B} = \frac{b\,sen\,\hat{C}}{c} = \frac{5{,}8\,sen\,110^\circ}{5} \approx 1{,}09 > 1$$

No existe ningún triángulo con esos datos.

7. Queremos calcular la distancia entre dos montañas separadas por un lago. Desde los puntos *C* y *D,* situados en una explanada cercana, se han tomado los siguientes datos: (2p)
$\overline{CD} = 200$ m, $A\hat{C}B = 35^\circ$, $B\hat{C}D = 50^\circ$, $A\hat{D}C = 55^\circ$, $B\hat{D}A = 34^\circ$. Calcula $\overline{AB}$.

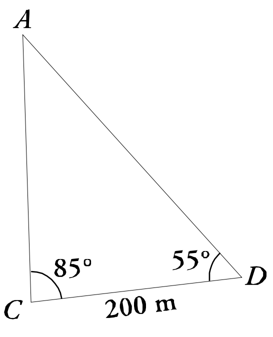


Solución:
Vayamos por partes:

Primero:

Calculamos $\overline{AD}$.

En el triángulo *ADC*:



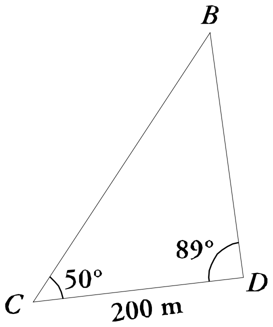
$\hat{A} = 180^\circ - 85^\circ - 55^\circ = 40^\circ$
Por el teorema del seno:

$$\frac{200}{sen\,40^\circ} = \frac{\overline{AD}}{sen\,85^\circ} \rightarrow \quad \overline{AD} = \frac{200 \cdot sen\,85^\circ}{sen\,40^\circ} \approx 309{,}96 \text{ m}$$

Segundo:

Calculamos $\overline{BD}$.

En el triángulo *BCD*:



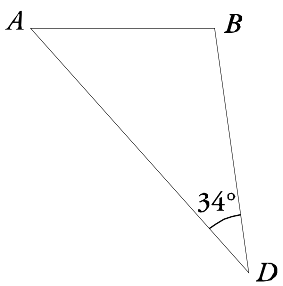
$\hat{B} = 180^\circ - 89^\circ - 50^\circ = 41^\circ$

Por el teorema del seno:

$$\frac{200}{sen\,41^\circ} = \frac{\overline{BD}}{sen\,50^\circ} \rightarrow \overline{BD} = \frac{200 \cdot sen\,50^\circ}{sen\,41^\circ} \approx 233{,}53 \text{ m}$$

Para terminar:

Consideramos el triángulo ABD y aplicamos el teorema del coseno:



$$\overline{AB}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BD}^2 - 2 \cdot \overline{AD} \cdot \overline{BD} \cdot cos\,34^\circ \rightarrow$$

$$\rightarrow \overline{AB}^2 = 309{,}96^2 + 233{,}53^2 - 2 \cdot 309{,}96 \cdot 233{,}53 \cdot cos\,34^\circ \rightarrow$$

$$\rightarrow \overline{AB}^2 \approx 30\,591{,}76 \rightarrow \overline{AB} \approx 174{,}91 \text{ m}$$