CEAH FORMACIÓN DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

SOLUCIONES

Examen de Matemáticas I (1º Bachillerato)

UNIDAD 8: FUNCIONES ELEMENTALES.

Notas:
1) El examen ha de hacerse limpio, ordenado y sin faltas de ortografía.
2) El examen ha de realizarse en bolígrafo, evitando tachones en la medida de lo posible.
3) Debe aparecer todas las operaciones, no vale con indicar el resultado.
4) Los problemas deben contener: Datos, Planteamiento y Resolución, respondiendo a lo que se pregunte, no vale con indicar un número como solución del problema.

1. Sea f la función definida mediante la ecuación: $f(x)=\sqrt{x-1}$ **(1p)**
a) Calcula f(1), f(5) y f(-1)
c) Halla la anti-imagen de y=5
d) ¿Cúal es el dominio de f?

Solución:

a)
f(1) = 0
f(5) = 2
f(-1) No, existe porque habría que calcular la raíz cuadrada de un número negativo, -2.

b) $5=\sqrt{x-1}\rightarrow 5^2=(\sqrt{x-1})^2\rightarrow 25=x-1\rightarrow x=26$

c) Dom(f)=[1,+∞)

2.Halla el dominio de las funciones siguientes: (1p)

a) $y=\frac{x+1}{\sqrt{-x}}$

b) $y=\frac{2x}{x^2-4}$

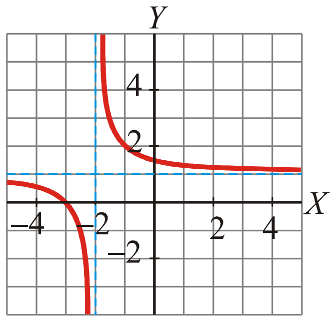
Solución:

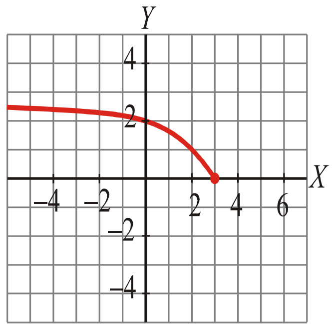
a)
$-x>0 \Rightarrow x<0 \rightarrow$ Dominio $=(-\infty,0)$

b) $x^2-4=0 \longrightarrow x=2$ ó $x=-2 \longrightarrow$ Dominio = R \ {-2,2}

3. Observando las gráficas, indica: (1.5p)
- Dominio - Recorrido - Puntos de cortes con los ejes - Acotación, de estas funciones.

a) **b)**





Solución:

a) Dominio $= \mathbb{R} - \{-2\}$; Recorrido $= \mathbb{R} - \{1\}$

Puntos de corte con los ejes: (-3,0) y (0,3/2)

Aotación: No está acotada.

b) Dominio $= (-\infty, 3]$; Recorrido $= [0, +\infty)$

Puntos de corte con los ejes: (3,0) y (0,2)

Aotación: Acotada superiormente por y=3 – Acotada inferiormente por y=0

4. Representa gráficamente la siguiente función: (2p)

$$\boldsymbol{f(x) = -2x^2 + 4x}$$

e indica:

a) Dominio
b) Recorrido
c) Máximos y mínimos
d) Puntos de corte con los ejes
e) Simetría (Par, impar o ninguna)
f) Crecimiento y decrecimiento.

Solución:

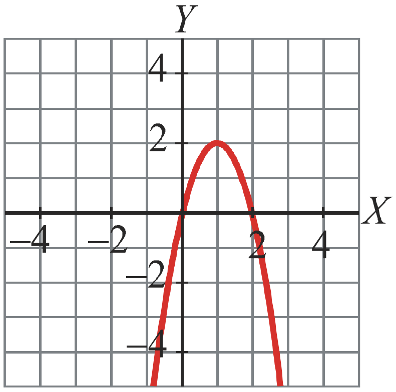
Representación gráfica.
– El vértice de la parábola es:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-4} = 1 \quad \rightarrow \quad y = 2 \quad \rightarrow \quad \text{Punto}\,(1, 2)$$

– Elaboramos tabla de valores, tomando el vértice como centro de la misma. Cogemos dos puntos por debajo de él y dos puntos por arriba.

x	-1	0	**1**	2	3
y	-6	0	**2**	0	-6

– Ya tenemos información suficiente para pintar la gráfica:



<u>Estudio de las características de la función</u>

a) Dom(f)=[1,+∞)

b) Rec(f)=(-∞,2]

c) Máximo: Punto (1,2) - Mínimo: No tiene.

d) Puntos de corte con los ejes:

Con el eje OX.
y = 0 $\rightarrow$ $-2x^2 + 4x = 0$ $\rightarrow$ $x(-2x + 4) = 0 \longrightarrow$ (x=0) o (-2x+4=0) $\longrightarrow$ (x=0) o (x=2) $\longrightarrow$
Punto (0,0) y Punto (2,0)

Con el eje OY
x = 0 $\rightarrow$ y = 0 $\rightarrow$ Punto (0, 0)

e) Simetría: No presenta simetría par (porque f(x) no es igual a f(-x)) ni simetría impar (porque f(x) no es igual a – f(–x)) .

f) Crecimiento y decrecimiento
Crece en el intervalo (-∞,1)
Decrece en el intervalo (1,+-∞)

5. (1p)

Dadas las funciones $f(x) = \dfrac{-3x+2}{4}$ **y** $g(x) = x^2 + 1,$ **halla :**

a) $(f \circ g)(x)$
b) $(g \circ g)(x)$

Solución:

a) $(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f[x^2 + 1] = \dfrac{-3(x^2+1)+2}{4} = \dfrac{-3x^2 - 3 + 2}{4} = \dfrac{-3x^2 - 1}{4}$

b) $(g \circ g)(x) = g[g(x)] = g[x^2 + 1] = (x^2 + 1)^2 + 1 = x^4 + 2x^2 + 1 + 1 = x^4 + 2x^2 + 2$

6. Obtén la función inversa de: (1p)

$$\mathbf{f(x)=\frac{2-3x}{4}}$$ **y comprueba que al componer a derecha e izquierda con f, da la función identidad.**

Solución:

Cambiamos x por y y despejamos la y :

$$x=\frac{2-3y}{4} \quad \Rightarrow \quad 4x=2-3y \quad \Rightarrow \quad 3y=2-4x \quad \Rightarrow \quad y=\frac{2-4x}{3}$$

Por tanto:

$$f^{-1}(x)=\frac{2-4x}{3}$$

Se prueba fácilmente que f compuesta con f^{-1} es igual a x y que f^{-1} compuesta con f también es igual a x.

7. Dadas las funciones: (2.5p)

$$\mathbf{f(x)=\frac{x}{x-4}} \quad \text{y} \quad \mathbf{g(x)=x^2}$$

Obtén:

a) (f + g)(x)
b) (f · g) (x)
c) (f / g) (x)
d) El dominio de cada una de las funciones obtenidas en a), b) y c)
d) Calcula (f · g)(4) y (f/g)(1)

Solución:

a) $(f+g)(x)=f(x)+g(x)=\frac{x}{x-4}+x^2=\frac{x^3-4x^2+x}{x-4}$

b) $(f\cdot g)(x)=f(x)\cdot g(x)=\frac{x}{x-4}\cdot x^2=\frac{x^3}{x-4}$

c) $(f/g)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{x}{x-4}:x^2=\frac{x}{x^2\cdot(x-4)}$

d)
El dominio de la función obtenida en a) $\rightarrow$ Dominio = R \ {4}
El dominio de la función obtenida en b) $\rightarrow$ Dominio = R \ {4}
El dominio de la función obtenida en c) $\rightarrow$ Dominio = R \ {0,4}

e) Calcula
(f · g)(4) $\rightarrow$ No se puede calcular porque x=4 no pertenece al dominio de la función f·g
(f/g)(1) = - 1/ 3