



## Reglas de Derivación y Ejercicios

# Derivadas

## Reglas de derivación

<b>Suma</b>	$\frac{d}{dx}[f(x) + g(x)] = f'(x) + g'(x)$
<b>Producto</b>	$\frac{d}{dx}[kf(x)] = kf'(x)$ $\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
<b>Cociente</b>	$\frac{d}{dx} \left[ \frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$
<b>Regla de la cadena</b>	$\frac{d}{dx} \{f[g(x)]\} = f'[g(x)]g'(x)$ $\frac{d}{dx} \{f(g[h(x)])\} = f'(g[h(x)])g'[h(x)]h'(x)$
<b>Potencia</b>	$\frac{d}{dx}(k) = 0$ $\frac{d}{dx}(x^k) = kx^{k-1}$ $\frac{d}{dx}[f(x)^k] = kf(x)^{k-1}f'(x)$ $\frac{d}{dx}(\sqrt{x}) = \frac{d}{dx}(x^{1/2}) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $\frac{d}{dx}[\sqrt{f(x)}] = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$ $\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{d}{dx}(x^{-1}) = -\frac{1}{x^2}$ $\frac{d}{dx}\left[\frac{1}{f(x)}\right] = -\frac{f'(x)}{f(x)^2}$

<b>Trigonómicas</b>	$\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$ $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$ $\frac{d}{dx}(\tan x) = 1 + \tan^2 x$	$\frac{d}{dx}[\sin f(x)] = \cos f(x)f'(x)$ $\frac{d}{dx}[\cos f(x)] = -\sin f(x)f'(x)$ $\frac{d}{dx}[\tan f(x)] = [1 + \tan^2 f(x)]f'(x)$
<b>Funciones de arco</b>	$\frac{d}{dx}(\arcsin x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\frac{d}{dx}(\arccos x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\frac{d}{dx}(\arctan x) = \frac{1}{1+x^2}$	$\frac{d}{dx}[\arcsin f(x)] = \frac{f'(x)}{\sqrt{1-f(x)^2}}$ $\frac{d}{dx}[\arccos f(x)] = \frac{-f'(x)}{\sqrt{1-f(x)^2}}$ $\frac{d}{dx}[\arctan f(x)] = \frac{f'(x)}{1+f(x)^2}$
<b>Exponenciales</b>	$\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$ $\frac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln a$	$\frac{d}{dx}(e^{f(x)}) = e^{f(x)} f'(x)$ $\frac{d}{dx}(a^{f(x)}) = a^{f(x)} \ln a f'(x)$
<b>Logarítmicas</b>	$\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$ $\frac{d}{dx}(\lg_a x) = \frac{1}{x \ln a}$	$\frac{d}{dx}(\ln f(x)) = \frac{f'(x)}{f(x)}$ $\frac{d}{dx}(\lg_a f(x)) = \frac{f'(x)}{f(x) \ln a}$

## Ejercicios de derivadas

1. Determinar las tangentes de los ángulos que forman con el eje positivo de las  $x$  las líneas tangentes a la curva  $y = x^3$  cuando  $x = 1/2$  y  $x = -1$ , construir la gráfica y representar las líneas tangentes.

**Solución.-** a)  $3/4$ , b)  $3$ .

2. Determinar las tangentes de los ángulos que forman con el eje positivo de las  $x$  las líneas tangentes a la curva  $y = 1/x$  cuando  $x = 1/2$  y  $x = 1$ , construir la gráfica y representar las líneas tangentes.

**Solución.-** a)  $-4$ , b)  $-1$ .

3. Hallar la derivada de la función  $y = x^4 + 3x^2 - 6$ .

**Solución.-**  $y' = 4x^3 + 6x$ .

4. Hallar la derivada de la función  $y = 6x^3 - x^2$ .

**Solución.-**  $y' = 18x^2 - 2x$ .

5. Hallar la derivada de la función  $y = \frac{x^5}{a+b} - \frac{x^2}{a-b}$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{5x^4}{a+b} - \frac{2x}{a-b}$ .

6. Hallar la derivada de la función  $y = \frac{x^3 - x^2 + 1}{5}$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{3x^2 - 2x}{5}$ .

7. Hallar la derivada de la función  $y = 2ax^3 - \frac{x^2}{b} + c$ .

**Solución.-**  $y' = 6ax^2 - \frac{2x}{b}$ .

8. Hallar la derivada de la función  $y = 6x^{\frac{7}{2}} + 4x^{\frac{5}{2}} + 2x$ .

**Solución.-**  $y' = 21x^{\frac{5}{2}} + 10x^{\frac{3}{2}} + 2$ .

9. Hallar la derivada de la función  $y = \sqrt{3x} + \sqrt[3]{x} + \frac{1}{x}$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{x^2}$ .

10. Hallar la derivada de la función  $y = \frac{(x+1)^3}{x^{\frac{3}{2}}}$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{3(x+1)^2(x-1)}{2x^{\frac{5}{2}}}$ .

11. Hallar la derivada de la función  $y = \sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt{x} + 5$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{2}{3} \frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}}$ .

12. Hallar la derivada de la función  $y = \frac{ax^2}{\sqrt[3]{x}} + \frac{b}{x\sqrt{x}} - \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{5}{3}ax^{\frac{2}{3}} - \frac{3}{2}bx^{-\frac{5}{2}} + \frac{1}{6}x^{-\frac{7}{6}}$ .

13. Hallar la derivada de la función  $y = (1 + 4x^3)(1 + 2x^2)$ .

**Solución.-**  $y' = 4x(1 + 3x + 10x^3)$ .

14. Hallar la derivada de la función  $y = x(2x - 1)(3x + 2)$ .

**Solución.-**  $y' = 2(9x^2 + x - 1)$ .

15. Hallar la derivada de la función  $y = (2x - 1)(x^2 - 6x + 3)$ .

**Solución.-**  $y' = 6x^2 - 26x + 12$ .

16. Hallar la derivada de la función  $y = \frac{2x^4}{b^2 - x^2}$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{4x^3(2b^2 - x^2)}{(b^2 - x^2)^2}$ .

17. Hallar la derivada de la función  $y = \frac{a-x}{a+x}$ .

**Solución.-**  $y' = -\frac{2a}{(a+x)^2}$ .

18. Hallar la derivada de la función  $f(t) = \frac{t^3}{1+t^2}$ .

**Solución.-**  $f'(t) = \frac{t^2(3+t^2)}{(1+t^2)^2}$ .

19. Hallar la derivada de la función  $f(s) = \frac{(s+4)^2}{s+3}$ .

**Solución.-**  $f'(s) = \frac{(s+2)(s+4)}{(s+3)^2}$ .

20. Hallar la derivada de la función  $y = \frac{x^3+1}{x^2-x-2}$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{x^4 - 2x^3 - 6x^2 - 2x + 1}{(x^2 - x - 2)^2}$ .

21. Hallar la derivada de la función  $y = (2x^2 - 3)^2$ .

**Solución.-**  $y' = 8x(2x^2 - 3)$ .

22. Hallar la derivada de la función  $y = (x^2 + a^2)^5$ .

**Solución.-**  $y' = 10x(x^2 + a^2)^4$ .

23. Hallar la derivada de la función  $y = \sqrt{x^2 + a^2}$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}$ .

24. Hallar la derivada de la función  $y = (a+x)\sqrt{a-x}$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{a-3x}{2\sqrt{a-x}}$ .

25. Hallar la derivada de la función  $y = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{1}{(1-x)\sqrt{1-x^2}}$ .

26. Hallar la derivada de la función  $y = \frac{2x^2-1}{x\sqrt{1+x^2}}$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{1+4x^2}{x^2(1+x^2)^{\frac{3}{2}}}$ .

27. Hallar la derivada de la función  $y = \sqrt[3]{x^2 + x + 1}$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{2x+1}{3\sqrt[3]{(x^2+x+1)^2}}$ .

28. Hallar la derivada de la función  $y = (1 + \sqrt[3]{x})^3$ .

**Solución.-**  $y' = \left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2$ .

29. Hallar la derivada de la función  $y = \sin^2 x$ .

**Solución.-**  $y' = \sin 2x$ .

30. Hallar la derivada de la función  $y = 2 \sin x + \cos 3x$ .

**Solución.-**  $y' = 2 \cos x - 3 \sin 3x$ .

31. Hallar la derivada de la función  $y = \tan(ax + b)$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{a}{\cos^2(ax+b)}$ .

32. Hallar la derivada de la función  $y = \frac{\sin x}{1+\cos x}$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{1}{1+\cos x}$ .

33. Hallar la derivada de la función  $y = \sin 2x \cos 3x$ .

**Solución.-**  $y' = 2 \cos 2x \cos 3x - 3 \sin 2x \sin 3x$ .

34. Hallar la derivada de la función  $y = \cot^2 5x$ .

**Solución.-**  $y' = -10 \cot 5x \operatorname{csc}^2 5x$ .

35. Hallar la derivada de la función  $f(t) = t \sin t + \cos t$ .

**Solución.-**  $f'(t) = t \cos t$ .

36. Hallar la derivada de la función  $f(t) = \sin^3 t \cos t$ .

**Solución.-**  $f'(t) = \sin^2 t (3 \cos^2 t - \sin^2 t)$ .

37. Hallar la derivada de la función  $y = a\sqrt{\cos 2x}$ .

**Solución.-**  $y' = -\frac{a \sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$ .

38. Hallar la derivada de la función  $y = \frac{1}{2} \tan^2 x$ .

**Solución.-**  $y' = \tan x \sec^2 x$ .

39. Hallar la derivada de la función  $y = \ln \cos x$ .

**Solución.-**  $y' = -\tan x$ .

40. Hallar la derivada de la función  $y = \ln \tan x$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{2}{\sin 2x}$ .

41. Hallar la derivada de la función  $y = \ln \sin^2 x$ .

**Solución.-**  $y' = 2 \cot x$ .

42. Hallar la derivada de la función  $y = \frac{\tan x - 1}{\sec x}$ .

**Solución.-**  $y' = \sin x + \cos x$ .

43. Hallar la derivada de la función  $y = \ln \sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{1}{\cos x}$ .

44. Hallar la derivada de la función  $f(x) = \sin(\ln x)$ .

**Solución.-**  $f'(x) = \frac{\cos(\ln x)}{x}$ .

45. Hallar la derivada de la función  $f(x) = \tan(\ln x)$ .

**Solución.-**  $f'(x) = \frac{\sec^2(\ln x)}{x}$ .

46. Hallar la derivada de la función  $f(x) = \sin(\cos x)$ .

**Solución.-**  $f'(x) = -\sin x \cos(\cos x)$ .

47. Hallar la derivada de la función  $y = \ln \frac{1+x}{1-x}$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{2}{1-x^2}$ .

48. Hallar la derivada de la función  $y = \log_3(x^2 - \sin x)$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{2x - \cos x}{(x^2 - \sin x) \ln 3}$ .

49. Hallar la derivada de la función  $y = \ln \frac{1+x^2}{1-x^2}$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{4x}{1-x^4}$ .

50. Hallar la derivada de la función  $y = \ln(x^2 + x)$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{2x+1}{x^2+x}$ .

51. Hallar la derivada de la función  $y = \ln(x^3 - 2x + 5)$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{3x^2-2}{x^3-2x+5}$ .

52. Hallar la derivada de la función  $y = x \ln x$ .

**Solución.-**  $y' = \ln x + 1$ .

53. Hallar la derivada de la función  $y = \ln^3 x$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{3 \ln^2 x}{x}$ .

54. Hallar la derivada de la función  $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ .

55. Hallar la derivada de la función  $y = \ln(\ln x)$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{1}{x \ln x}$ .

56. Hallar la derivada de la función  $y = e^{(4x+5)}$ .

**Solución.-**  $y' = 4e^{(4x+5)}$ .

57. Hallar la derivada de la función  $y = a^{x^2}$ .

**Solución.-**  $y' = 2xa^{x^2} \ln a$ .

58. Hallar la derivada de la función  $y = 7^{(x^2+2x)}$ .

**Solución.-**  $y' = 2(x+1)7^{(x^2+2x)} \ln 7$ .

59. Hallar la derivada de la función  $y = e^x(1-x^2)$ .

**Solución.-**  $y' = e^x(1-2x-x^2)$ .

60. Hallar la derivada de la función  $y = \frac{e^x-1}{e^x+1}$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{2e^x}{(e^x+1)^2}$ .

61. Hallar la derivada de la función  $y = e^{\sin x}$ .

**Solución.-**  $y' = e^{\sin x} \cos x$ .

62. Hallar la derivada de la función  $y = a^{\tan nx}$ .

**Solución.-**  $y' = na^{\tan nx} \sec^2 nx \ln a$ .

63. Hallar la derivada de la función  $y = e^{\cos x} \sin x$ .

**Solución.-**  $y' = e^{\cos x} (\cos x - \sin^2 x)$ .

64. Hallar la derivada de la función  $y = e^x \ln(\sin x)$ .

**Solución.-**  $y' = e^x (\cot x + \ln(\sin x))$ .

65. Hallar la derivada de la función  $y = x^{\frac{1}{x}}$ .

**Solución.-**  $y' = x^{\frac{1}{x}} \left( \frac{1 - \ln x}{x^2} \right)$ .

66. Hallar la derivada de la función  $y = x^{\ln x}$ .

**Solución.-**  $y' = x^{\ln x - 1} \ln x^2$ .

67. Hallar la derivada de la función  $y = x^x$ .

**Solución.-**  $y' = x^x (1 + \ln x)$ .

68. Hallar la derivada de la función  $y = e^{x^x}$ .

**Solución.-**  $y' = e^{x^x} (1 + \ln x) x^x$ .

69. Hallar la derivada de la función  $y = \arcsin(x/a)$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ .

70. Hallar la derivada de la función  $y = (\arcsin x)^2$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{2 \arcsin x}{\sqrt{1 - x^2}}$ .

71. Hallar la derivada de la función  $y = \arctan(x^2 + 1)$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{2x}{1 + (x^2 + 1)^2}$ .

72. Hallar la derivada de la función  $y = \arctan\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{2}{1+x^2}$ .

73. Hallar la derivada de la función  $y = \frac{\arccos x}{x}$ .

**Solución.-**  $y' = \frac{-(x + \sqrt{1-x^2} \arccos x)}{x^2 \sqrt{1-x^2}}$ .

74. Hallar la derivada de la función  $y = x \arcsin x$ .

**Solución.-**  $y' = \arcsin x + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ .