## MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DE CIRCUITOS

Un circuito eléctrico está formado por **elementos** *activos* (generadores) y *pasivos* (resistencias, condensadores, y bobinas).

En muchas ocasiones estos elementos forman circuitos complejos y es necesario conocer la intensidad que circula por cada elemento, así como la tensión en sus bornes. Para determinar estos valores, la ley de Ohm resulta insuficiente.

En estos casos tenemos que recurrir a herramientas más potentes, como son: las leyes de Kirchhoff, el método de las corrientes de malla (o de Maxwell), a los teoremas de superposición, Thevenin o de Norton, como métodos de resolución de circuitos.

## DEFINICIONES

**Elemento:** Componente y/o dispositivo físico que forma parte del circuito eléctrico y sin en cual no puede funcionar.

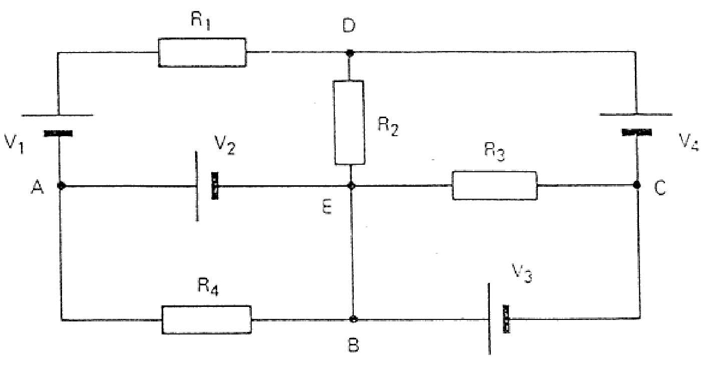
**Nudo:** *Punto de un circuito donde concurren más de dos conductores*.

**Rama:** *Conjunto de todos los elementos de un circuito comprendido entre dos nudos consecutivos*.

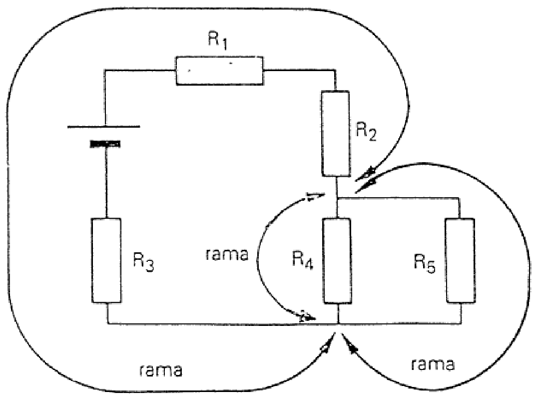
**Malla:** *Conjunto de ramas que forman un camino cerrado en un circuito y que no puede subdividirse en otros ni pasar dos veces por la misma rama*.

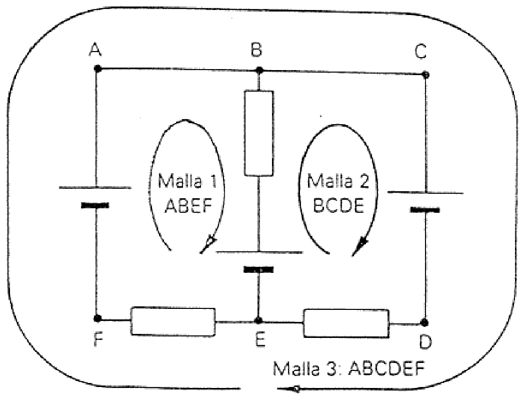
**Circuito:** Parte conductora en la cual existe, por lo menos, una rama que puede cerrarse, por la que circula o se supone que circula una corriente eléctrica.

**Circuito equivalente:** Disposición de elementos en un circuito simple que en determinadas condiciones puede reemplazar a otro más complejo.




*Nudos: A, B, C, D y E*



## LEYES DE KIRCHHOFF

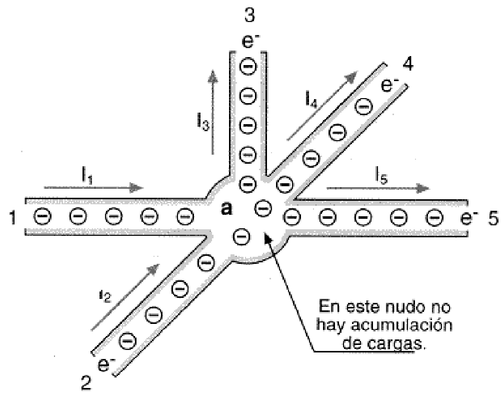
En la resolución de circuitos que presentan una cierta complejidad, una de las leyes fundamentales que se aplican es la de Kirchhoff.

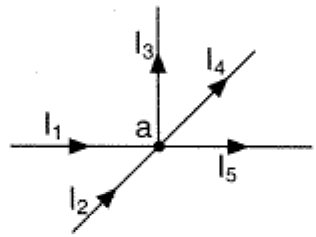
**Primera ley de Kirchhoff (ley de los nudos o de las corrientes):**

Esta ley establece que *en un nudo cualquiera, la suma de las intensidades que llegan a él es igual a la suma de las intensidades que salen del mismo.*

$$\boxed{\boldsymbol{I}\ (llegan\ al\ nudo) = \boldsymbol{I}\ (salen\ del\ nudo)}$$

Si aplicamos esta expresión general al nudo de la figura, tenemos:




$$\boxed{\boldsymbol{I}_1 + \boldsymbol{I}_2 = \boldsymbol{I}_3 + \boldsymbol{I}_4 + \boldsymbol{I}_5}$$

Pasando todas las intensidades al primer miembro, nos queda la expresión:

$$\boxed{\boldsymbol{I}_1 + \boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{I}_3 - \boldsymbol{I}_4 - \boldsymbol{I}_5 = 0} \quad \rightarrow \quad \boxed{\sum \boldsymbol{I} = 0}$$

De aquí se deduce que la 1ª ley de Kirchhoff se pueda enunciar también de la siguiente forma; *la suma algebraica de todas las intensidades que concurren en un nudo es igual acero.*

**Segunda ley de Kirchhoff (ley de las mallas o de las tensiones).**

Esta ley se enuncia de la siguiente forma: *En toda malla o circuito cerrado, la suma algebraica de todas las f.e.m. de los generadores debe ser igual a la suma algebraica de las c.d.t. de cada uno de los elementos que componen dicha malla o circuito cerrado.*

$$\boxed{\sum \boldsymbol{E} = \sum \boldsymbol{R} \cdot \boldsymbol{I}}$$

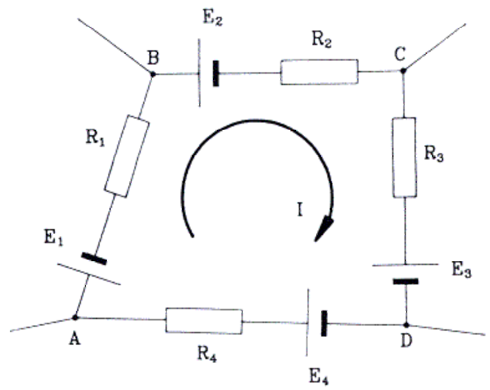
Si pasamos todo al primer miembro, nos queda:

$$\boxed{\sum \boldsymbol{E} - \sum \boldsymbol{R} \cdot \boldsymbol{I} = 0}$$

Expresión que nos permite enunciar la 2ª ley de Kirchhoff de la siguiente manera:

*En toda malla o circuito cerrado, la suma algebraica de todas las d.d.p. o tensiones es igual a cero.*

Aplicando esta expresión general de la ley de las tensiones a la malla representada en la figura nos resulta la siguiente ecuación:



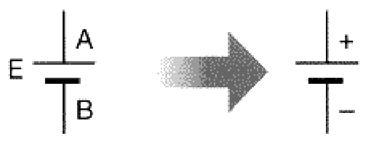
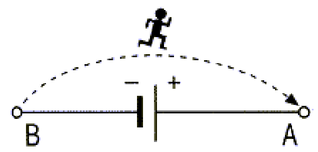
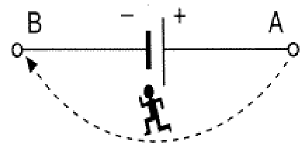
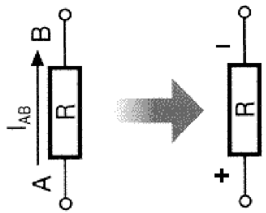
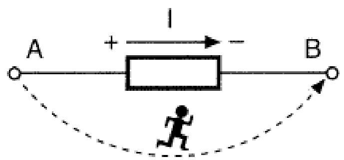
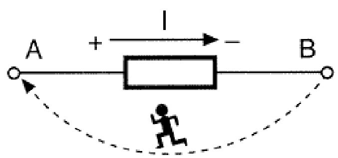

$$\boxed{-\boldsymbol{E}_1-\boldsymbol{R}_1\cdot\boldsymbol{I}-\boldsymbol{E}_2-\boldsymbol{R}_2\cdot\boldsymbol{I}-\boldsymbol{R}_3\cdot\boldsymbol{I}-\boldsymbol{E}_3+\boldsymbol{E}_4-\boldsymbol{R}_4\cdot\boldsymbol{I}=0}$$

**Convenio de signos**

Para una correcta y eficaz aplicación de las leyes de Kirchhoff en la resolución de problemas de análisis de circuitos en CC, es necesario establecer previamente los criterios de convenio de signos.

- *Un aumento de tensión va precedido del signo* (**+**). Este aumento de tensión se puede obtener en una fuente o generador de *fem*, o en una resistencia recorrida por una corriente.
- *Una caída de tensión va precedida del signo* (–). Esta disminución de tensión también puede obtenerse en una fuente o generador de *fem*, o en una resistencia recorrida por una corriente.

La *polaridad* del generador de *fem* viene determinada por el símbolo de representación. En el caso de una resistencia, su *polaridad* queda fijada por el sentido de la corriente que la recorre.

<table>
<tr><td rowspan="1">Generador</td><td><br>Polaridad</td><td colspan="2"><br>+E</td><td colspan="2"><br>–E</td></tr>
<tr><td>Resistencia</td><td><br>Corriente y polaridad</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>$\sum E=\sum R\cdot I$<br>R·I</td><td>$\sum E-\sum R\cdot I=0$<br>–R·I</td><td>$\sum E=\sum R\cdot I$<br>–R·I</td><td>$\sum E-\sum R\cdot I=0$<br>+R·I</td></tr>
</table>

## PLANTEAMIENTO Y RESOLUCIÓN DE CIRCUITOS POR KIRCHHOFF.

- **Primer paso.** Dibujamos el esquema del circuito mediante simbología normalizada, con todos sus componentes designados por letras y subíndices que les caracterizan, incluido el valor de la magnitud de cada elemento. Se asigna una letra a cada nudo. A veces es necesario poner letras en puntos que no son nudos.
- **Segundo paso.** Representamos todas las intensidades de rama, asignándoles un sentido cualquiera al azar. Este sentido no debe cambiarse durante las operaciones que dure el proceso.
- **Tercer paso.** Aplicamos la 1ª ley de Kirchhoff o ley de las corrientes, a tantos nudos (***n***) como tenga el circuito menos uno. Número de ecuaciones: **N** = (***n-1***).

  En el caso de la figura:

  **N** = (***n-1***) = (2-1) = 1, ecuación que aplicamos al nudo **a**.

  1ª) Nudo **a**: $\boxed{\boldsymbol{I}_1 - \boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{I}_3 = 0}$

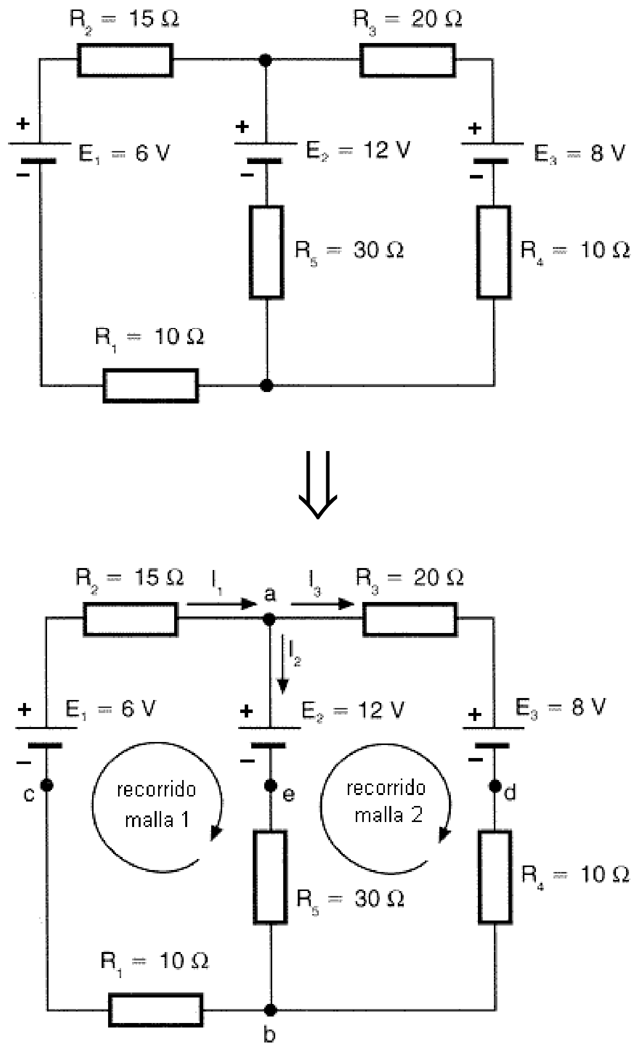
- **Cuarto paso.** Aplicamos la 2ª ley de Kirchhoff o ley de las tensiones a tantas malla como ramas (***r***) tenga el circuito menos (***n-1***). Número de ecuaciones: **M** = (***r***-(***n-1***)). Para plantear cada ecuación debemos establecer, previamente y al azar, el sentido en el que vamos a recorrer cada malla.

  En el caso de la figura:

  **M** = (***r***-(***n-1***)) = (3-(2-1)) = 2, ecuaciones que aplicamos a las mallas 1 y 2.

  2ª) Malla 1 (***aebca***): $\boxed{\boldsymbol{E}_1 - \boldsymbol{R}_2 \cdot \boldsymbol{I}_1 - \boldsymbol{E}_2 - \boldsymbol{R}_5 \cdot \boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{R}_1 \cdot \boldsymbol{I}_1 = 0}$

  3ª) Malla 2 (***adbea***): $\boxed{-\boldsymbol{R}_3 \cdot \boldsymbol{I}_3 - \boldsymbol{E}_3 - \boldsymbol{R}_4 \cdot \boldsymbol{I}_3 + \boldsymbol{R}_5 \boldsymbol{I}_2 + \boldsymbol{E}_2 = 0}$



- **Quinto paso.** Una vez planteado el sistema de ecuaciones, se resuelven, y se obtienen las intensidades pedidas en el enunciado.

  La resolución del sistema de ecuaciones puede resolverse por los métodos de sustitución, igualación, reducción o determinantes (reglas de Sarrus y Cramer).

- **Sexto paso.** Una vez resuelto el sistema de ecuaciones, todas las intensidades que nos den (**+**) tienen el sentido real igual al que se ha supuesto en el enunciado del circuito, Las intensidades que den negativas(–) son de sentido contrario del asignado al azar.

- **Séptimo paso.** Conocidas las intensidades del circuito, podemos calcular las potencias en cada uno de los componentes y verificar que la potencia aportada por los generadores es igual a la consumida en el circuito.

**Ejemplo de aplicación** (*Análisis de un circuito aplicando las leyes de Kirchhoff*)

En el circuito de la figura se pide:

a) Calcular el valor de las intensidades de rama.

b) Determinar el sentido real de las intensidades y deducir el comportamiento de cada generador.

c) Efectuar el balance de potencias.

## MÉTODO DE LAS MALLAS O DE MAXWELL

### Fundamento

Las ecuaciones que estableció Maxwell están basadas en la 2ª ley de Kirchhoff. En la aplicación de este método de análisis, las incógnitas del circuito son las intensidades de malla, lo que se traduce a una simplificación en cuanto al número de ecuaciones.

La 2ª ley de Kirchhoff o de las tensiones, se transforma en ecuaciones de Maxwell mediante la expresión general:

$$\boxed{\sum \boldsymbol{E}\ \ (\boldsymbol{malla}) + \sum \boldsymbol{R \cdot I}\ \ (\boldsymbol{malla}) + \sum \boldsymbol{R \cdot I}\ \ (\boldsymbol{contracorriente}) = 0}$$

Los criterios de convenio de signos son los mismos que los aplicados en las leyes de Kirchhoff, pero aplicados (para cada ecuación) a una malla y a la ramas contiguas a dicha malla.

En el caso de la figura:

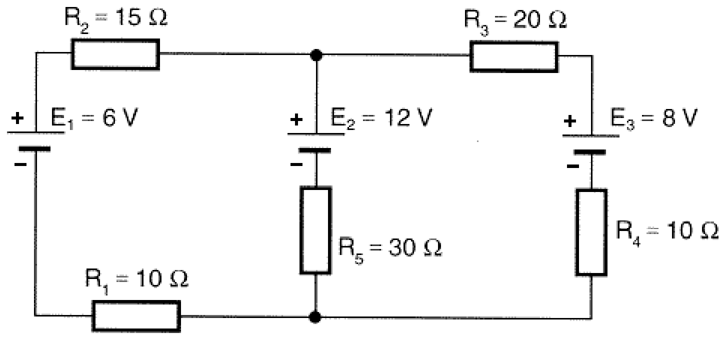
1ª) Malla y recorrido (***aebca***):

$$\boxed{E_1 - E_2 - I' \cdot (R_2 + R_5 + R_1) + I'' \cdot R_5 = 0}$$

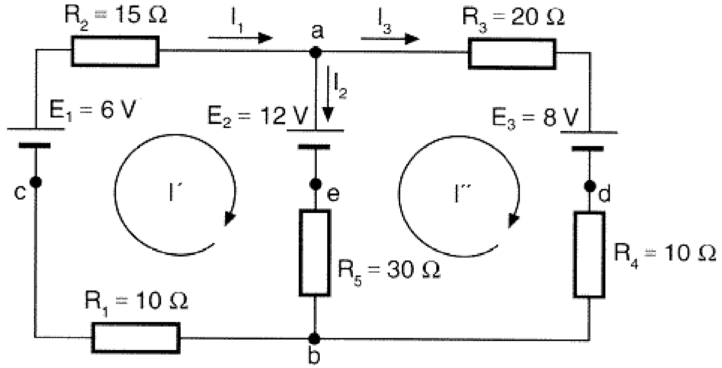
2ª) Malla y recorrido (***adbea***):

$$\boxed{E_2 - E_3 - I'' \cdot (R_5 + R_3 + R_4) + I' \cdot R_5 = 0}$$

Se puede aplicar a esas mismas mallas recorridos opuestos, siempre que se respete el convenio de signos.




$\Downarrow$




**Planteamiento y proceso**

El planteamiento y aplicación del método de las ecuaciones de Maxwell requiere los mismos pasos establecidos en las ecuaciones de Kirchhoff (excepto la aplicación de la 1ª ley de Kirchhoff a ($n$-1) nudos), teniendo en cuenta que aquí trabajamos con intensidades de malla (nos ahorramos ($n$-1) ecuaciones) y en función de las cuales calculamos las intensidades de rama.

En el caso de la figura, una vez calculadas las intensidades de malla ($I'$) e ($I''$), las intensidades de rama $I_1$, $I_2$ e $I_3$ valen:

- $I_1 = -I'$ Por coincidir la intensidad de malla con la de rama.
- $I_2 = I' - I''$ Porque las intensidades de malla son opuestas.
- $I_3 = I''$ Por coincidir la intensidad de malla con la de rama.

**Ejemplo de aplicación:** (*Análisis de un circuito aplicando el método de las mallas o de Maxwell*)

Aplicando las ecuaciones de las mallas o de Maxwell, resolver el problema planteado en la figura y comprobar que obtenemos los mismos resultados que en el análisis por Kirchhoff.

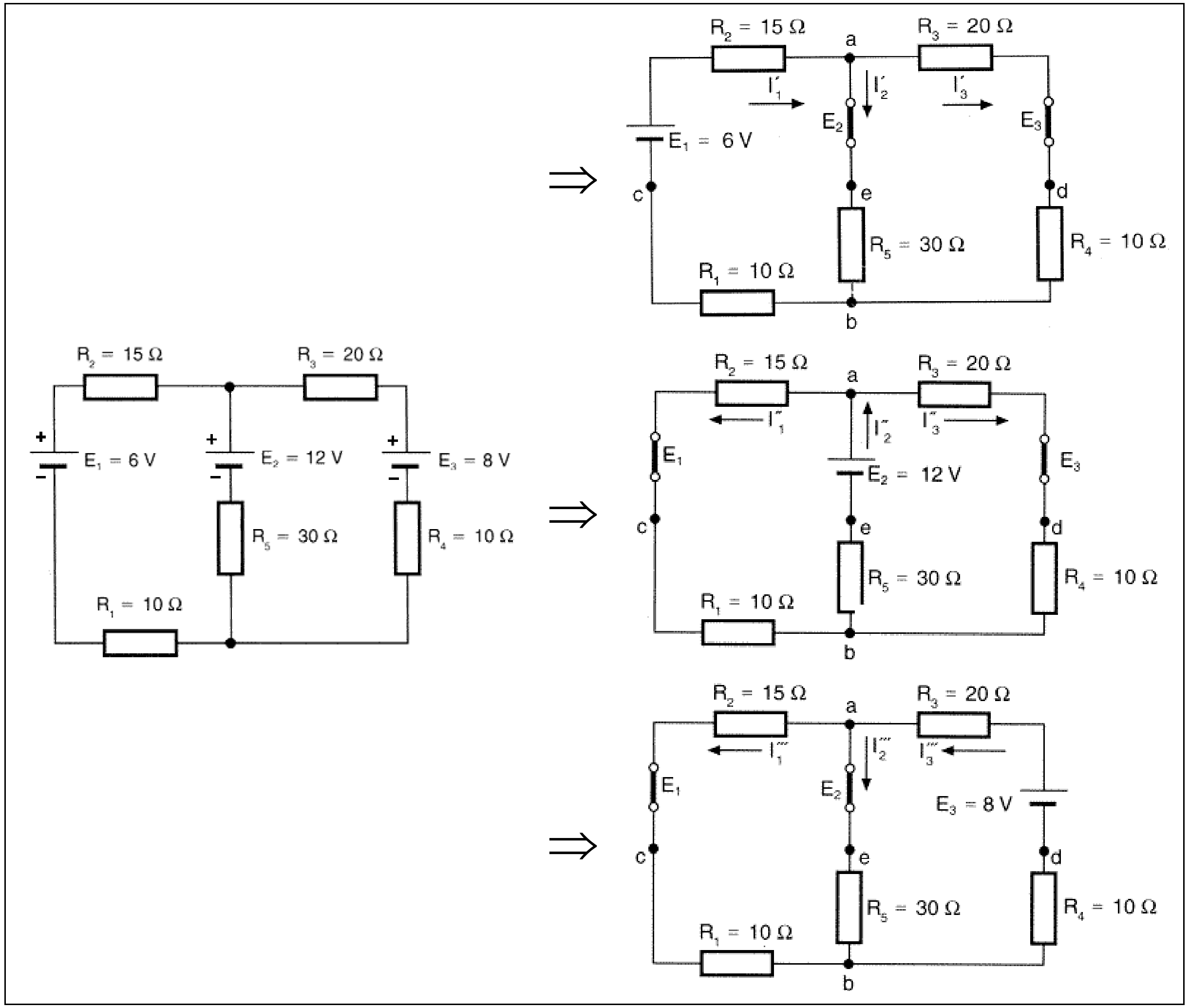
## TEOREMA DE SUPERPOSICIÓN

La aplicación práctica de este teorema consiste en analizar tantos circuitos como generadores existan, actuando en cada caso un solo generador, para lo cual es necesario cortocircuitar los restantes. En cada circuito sencillo se asigna el **sentido real** a todas las intensidades que produce le *fem* del generador, para después superponer todas las intensidades.

Este método exige conocer bien las transformaciones **serie-paralelo** y conversiones **estrella-triángulo equivalentes** y aplicarlo sistemáticamente con rigor y claridad.

**Ejemplo de aplicación:** (*Análisis de un circuito aplicando el teorema de superposición*)

Aplicando el teorema de superposición, resolver el mismo problema planteado en la figura y comprobar que obtenemos idénticos resultados con las aportaciones simultáneas de cada fuente de *fem*. Transformar la figura que tiene tres fuentes de *fem*, en otros tres circuitos como los de las figuras, en los que sólo existe una *fem*.



## TEOREMA DE THEVENIN

El teorema de Thevenin es un método para convertir un circuito complejo en un circuito equivalente sencillo. Se puede enunciar de la siguiente manera:

*Un circuito que tenga dos terminales* **A** *y* **B** *se comporta respecto de una resistencia de carga* ($\boldsymbol{R_L}$) *colocada entre ellos, como un generador de tensión de f.e.m.* ($\boldsymbol{V_{TH}}$) *y resistencia interna* ($\boldsymbol{R_{TH}}$).

La resistencia interna ($\boldsymbol{R_{TH}}$) de este generador de tensión es igual a la resistencia que presenta el circuito entre los dos puntos cuando las fuentes de *fem* se ponen en cortocircuito.

La *fem* ($\boldsymbol{V_{TH}}$)de este generador de tensión es igual a la tensión entre los puntos **A** y **B** del circuito cuando no esta conectada la resistencia de carga $\boldsymbol{R_L}$.

## TEOREMA DE NORTON

El teorema de Norton hace lo mismo que el teorema de Thevenin, aunque en términos de corriente. Se puede enunciar de la siguiente manera:

*Un circuito que tenga dos terminales* **A** *y* **B** *se comporta respecto de una resistencia de carga* ($\boldsymbol{R_L}$) *colocada entre ellos como un generador de corriente* ($\boldsymbol{I_N}$) *en paralelo con una resistencia única* ($\boldsymbol{R_N}$).

La resistencia Norton ($\boldsymbol{R_N}$) es igual a la resistencia que presenta el circuito entre los dos puntos cuando las fuentes de *fem* se ponen en cortocircuito (es igual que la de Thevenin).

La corriente Norton ($\boldsymbol{I_N}$) es la corriente que entrega el circuito al cortocircuitar los terminales **A** y **B**.

**Ejemplo de aplicación:** (*Resolución aplicando Thevenin y Norton)*

Calcular el valor de la intensidad ($\boldsymbol{I}$) cuando conectamos la resistencia ($\boldsymbol{R_L}$) a los bornes **A** y **B** del esquema de la figura central.