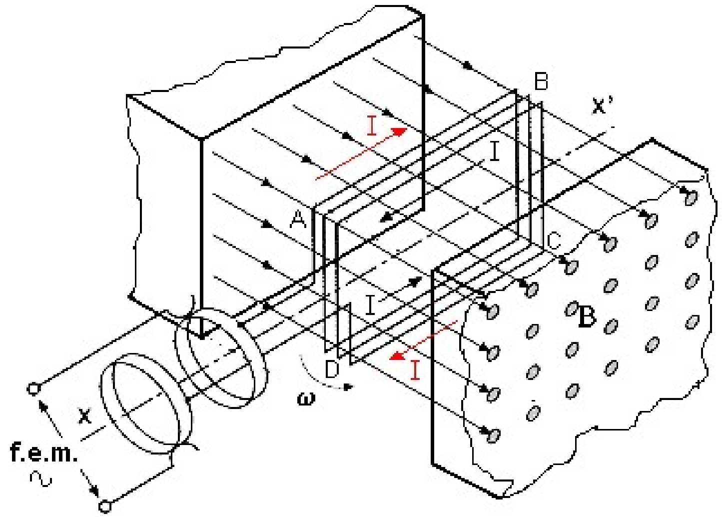
CORRIENTE ALTERNA SENOIDAL

Es una corriente eléctrica cuyo sentido se invierte periódicamente.

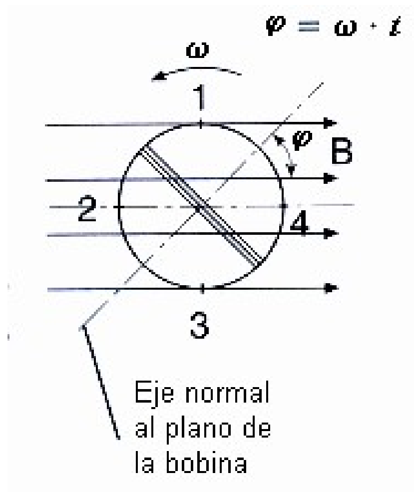
Se caracteriza porque los valores que toma en cada instante su intensidad y su tensión varían de forma proporcional a los que toma el seno de un ángulo entre 0º y 360º. La expresión matemática que la define de forma gráfica es la función seno ($y = sen\varphi$).



PRODUCCIÓN DE UNA CORRIENTE ALTERNA SENOIDAL

Una bobina rectangular **ABCD** sometida a una campo magnético de inducción B, gira alrededor de un eje **XX'** a una velocidad angular ω. La inducción es perpendicular al plano de la bobina que va ocupando las posiciones 1, 2, 3, 4, y 1. La variación de flujo, abarcado por la bobina en su rotación, tiene por expresión:

$$\Phi = N \cdot B \cdot S \cdot \cos\omega t$$



El valor instantáneo de la f.e.m. inducida en la bobina, de acuerdo con la ley de Faraday vendría dado por:

$$e = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$

valor que depende del flujo magnético que atraviesa la bobina y por lo tanto de la posición en el interior del campo magnético, así que, si sustituimos el flujo por su expresión y derivamos se obtiene una f.e.m. inducida de valor instantáneo:

$$e = -N \cdot B \cdot S \cdot \omega \cdot sen\omega t$$

El valor máximo de la f.e.m. inducida ($E_{máx}$), se obtiene cuando φ = 90º, ya que entonces $sen\varphi = sen\omega t = 1$. Por lo tanto, **la f.e.m. máxima**, o valor máximo que puede tomar la onda senoidal es:

$$E_{máx} = N \cdot B \cdot S \cdot \omega$$

Y la f.e.m. instantánea (e) puede expresarse como: $\boxed{e = -E_{máx} \cdot sen\omega t}$

Se deduce de esto que **el valor de la f.e.m. inducida en una bobina es proporcional al valor del seno del ángulo descrito, por lo que decimos que es una f.e.m. senoidal**.

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE UNA MAGNITUD ALTERNA SENOIDAL

La onda senoidal de C.A. tiene una expresión matemática que corresponde a la función seno ($y = sen\varphi$), y su expresión gráfica corresponde a la proyección sobre un eje de coordenadas, de un vector giratorio $\vec{OA}$ que recorre una circunferencia de radio r, con movimiento circular uniforme de velocidad angular ω.

Como la **velocidad angular** es el ángulo descrito en la unidad de tiempo podemos decir:

$$\omega = \frac{\varphi}{t} \qquad \Rightarrow \qquad \varphi = \omega \cdot t$$

donde:

φ = Ángulo descrito o desplazamiento angular en radianes (rad)

ω = Velocidad angular en rad/s

t = Tiempo transcurrido en segundos

1º.- **Representación senoidal** o cartesiana: Se representa mediante senoides.

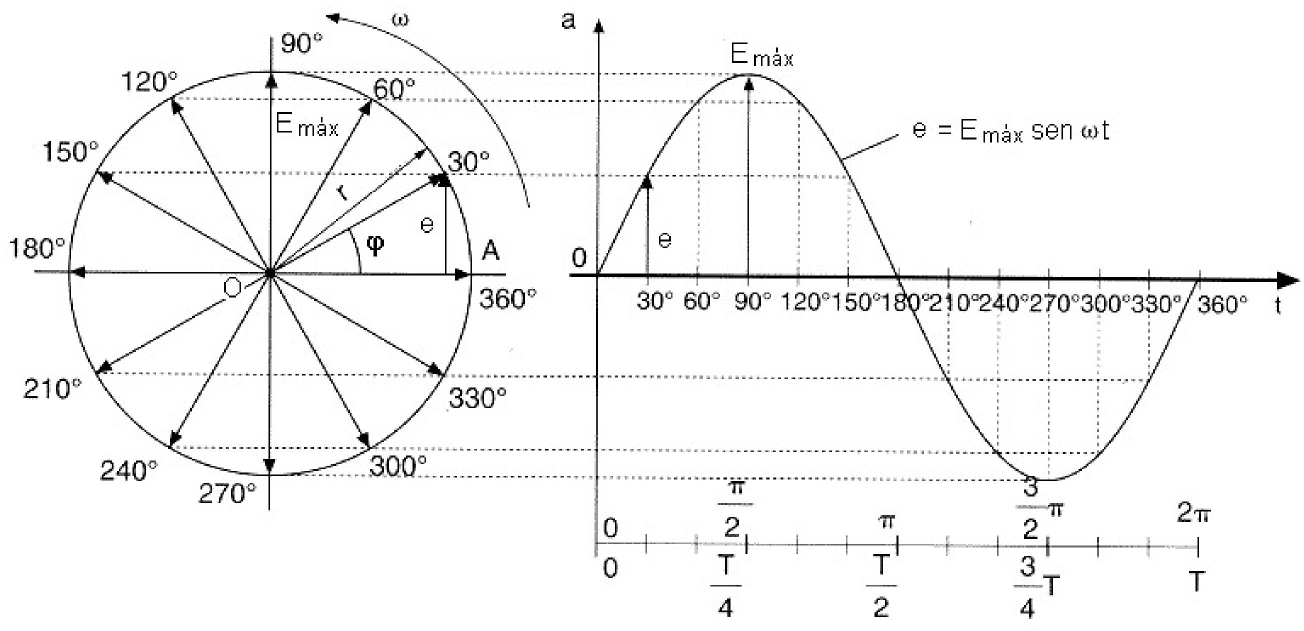
a) En función del tiempo: se toma el valor de la magnitud en ordenadas y el del tiempo en abscisas.

b) En función del ángulo: se toma el valor de la magnitud en ordenadas y el del ángulo (φ) en abscisas; teniendo en cuenta que al tiempo de un período le corresponde un ángulo de ($2 \cdot \pi = 360º$).

2º.- **Representación vectorial**: Se representa por un vector giratorio o fasor, de módulo igual al valor máximo de la magnitud, y que gira con movimiento uniforme describiendo una rotación completa en el tiempo de un período; con **velocidad angular** (o *pulsación*).

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = 2 \cdot \pi \cdot f \quad \frac{radianes\ (rad)}{segundo\ (s)}$$

En los cálculos se suele representar el vector con el módulo del valor eficaz



PERÍODO (T)

Es el tiempo mínimo, **que tarda la corriente en volver a repetir todos sus valores**. En el tiempo de un período la corriente realiza una oscilación completa o ciclo.

FRECUENCIA (f)

Es el número de ciclos realizados en un segundo.

Es la inversa del período. $f = \frac{1}{T}$

El período por segundo recibe el nombre de **Hercio** o hertz (**Hz**).

SEMIPERIODO O ALTERNANCIA

Cuando la C.A. circula en un sentido realiza un semiperiodo o alternancia. En cada período hay dos semiperiodos, uno que consideramos positivo y otro negativo.

VELOCIDAD ANGULAR O PULSACIÓN (ω)

Se define velocidad angular (ω), **como el ángulo** (φ) **descrito en la unidad de tiempo** (t).

$$\omega = \frac{\varphi}{t}$$

Si tenemos en cuenta que en C.A. el ángulo descrito coincide con la longitud de una circunferencia (2π) y el tiempo con el periodo (T), la expresión será entonces:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} \quad \textit{y como} \quad f = \frac{1}{T} \quad \textit{luego} \quad \omega = 2 \cdot \pi \cdot f \quad \frac{\textit{radianes}(\textit{rad})}{\textit{segundo}(s)}$$

EFECTOS PRODUCIDOS POR LA CORRIENTE ALTERNA

Los efectos que produce la C.A. en régimen permanente dependen de la naturaleza de los elementos pasivos del circuito.

1º.- Efectos caloríficos: La C.A. calienta los conductores por efecto Joule igual que la corriente continua.

2º.- Efectos magnéticos: La C.A. crea un campo magnético alternativo alrededor del conductor por el que circula.

VALOR INSTANTÁNEO DE UNA MAGNITUD ELÉCTRICA EN CORRIENTE ALTERNA

Es el valor (e, i, v), **que toma la magnitud en un instante determinado**. Se escribe con la letra minúscula del símbolo de la magnitud. Tiene por expresión:

$$e = E_{máx} \cdot sen\varphi = E_{máx} \cdot sen\omega t$$

$$i = I_{máx} \cdot sen\varphi = I_{máx} \cdot sen\omega t$$

$$v = V_{máx} \cdot sen\varphi = V_{máx} \cdot sen\omega t$$

VALOR MÁXIMO DE UNA MAGNITUD ELÉCTRICA EN CORRIENTE ALTERNA

Es el mayor valor ($E_{máx}$, $I_{máx}$, $V_{máx}$) **que toma la magnitud en un semiperiodo**. Se llama también amplitud, valor de pico, o valor de cresta.

VALOR MEDIO DE UNA MAGNITUD ELÉCTRICA EN CORRIENTE ALTERNA

El valor medio (E_{med}, I_{med}, V_{med}) de una magnitud senoidal, **es la media aritmética de los valores instantáneos que toma dicha magnitud durante un semiperiodo**.

También puede definirse como la altura de un rectángulo cuya superficie es la misma que la superficie de un semiperiodo.

Tiene por expresión matemática:

$$E_{med} = \frac{2 \cdot E_{máx}}{\pi} \approx 0{,}637 \cdot E_{máx}; \qquad I_{med} = \frac{2 \cdot I_{máx}}{\pi} \approx 0{,}637 \cdot I_{máx}; \qquad V_{med} = \frac{2 \cdot V_{máx}}{\pi} \approx 0{,}637 \cdot V_{máx}$$

El valor medio de una magnitud senoidal en un periodo completo es cero, al anularse el semiperiodo positivo con el negativo.

Valor medio (I_{med}) de una intensidad de c.a.

Se puede definir también como **el valor de una intensidad de c.a. que transporta la misma carga en el mismo tiempo que una intensidad de c.c. de igual valor**.

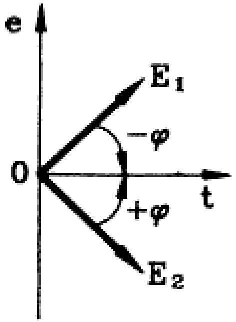
VALOR EFICAZ DE UNA MAGNITUD ELÉCTRICA EN CORRIENTE ALTERNA

El valor eficaz (E, I, V) de una magnitud senoidal, **es la raíz cuadrada de la media aritmética de los cuadrados de valores instantáneos alcanzados en un período o ciclo completo**.

Tiene por expresión matemática:

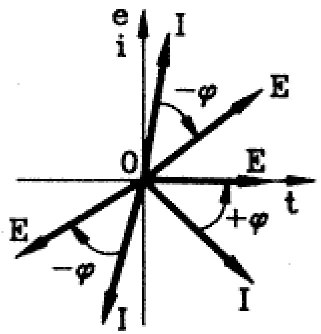
$$E = \frac{E_{máx}}{\sqrt{2}} \approx 0{,}707 \cdot E_{máx}\,; \qquad I = \frac{I_{máx}}{\sqrt{2}} \approx 0{,}707 \cdot I_{máx}\,; \qquad V = \frac{V_{máx}}{\sqrt{2}} \approx 0{,}707 \cdot V_{máx}$$

Es el valor que proporcionan los aparatos de medida de c.a., y el que se utiliza para los cálculos



Valor eficaz (I) de una intensidad c.a.

Se puede definir también como **el valor de una intensidad de c.a. que en el mismo tiempo produce en un circuito resistivo, los mismo efectos caloríficos (cantidad de calor por efecto Joule), que una intensidad de c.c. de igual valor**.



DESFASE ENTRE MAGNITUDES ALTERNAS

Llamamos ángulo de fase, al ángulo que existe entre dos magnitudes periódicas simples. Cuando existe una diferencia de fase entre dos magnitudes decimos que se ha producido un desfase.

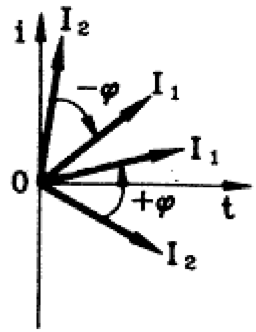
Este ángulo de fase (φ), es muy importante para la resolución de problemas en circuitos de c.a.

a) Se dice que dos magnitudes alternas senoidales de igual f, están en fase cuando su ángulo de fase $\varphi = 0$ (alcanzan en el mismo instante sus valores máximos y mínimos).

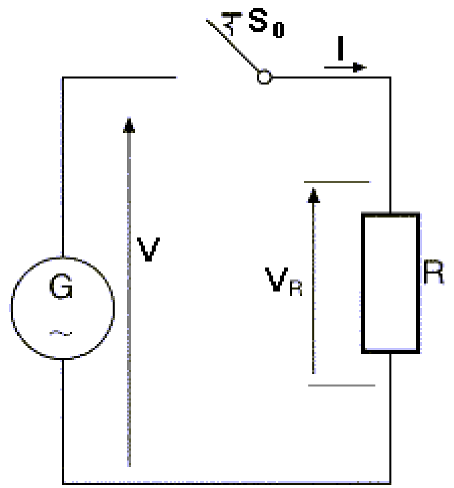
$$i = I_{máx} \cdot sen\omega t \qquad v = V_{máx} \cdot sen\omega t$$

b) Se dice que dos magnitudes alternas están desfasadas cuando su ángulo de fase $\varphi \neq 0$.

$$i = I_{máx} \cdot sen\omega t \qquad i_1 = I_{máx\,1} \cdot sen(\omega t + \varphi) \qquad i_2 = I_{máx\,2} \cdot sen(\omega t - \varphi)$$



En todo diagrama vectorial debemos referir una magnitud con respecto a otra o con respecto a un eje de referencia



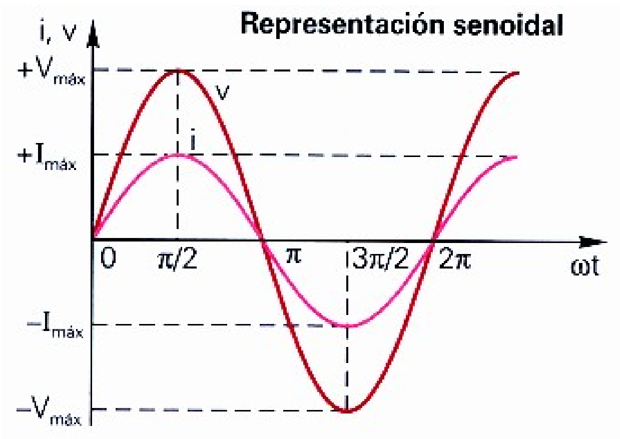
CIRCUITO RESISTIVO PURO DE CORRIENTE ALTERNA CON RESISTENCIA ÓHMICA

Un circuito resistivo puro es el que tiene sólo resistencia óhmica y por lo tanto está desprovisto de autoinducción y capacidad.

Al conectar una resistencia R a una tensión alterna senoidal de valor eficaz V y frecuencia f:

a) Por la resistencia circula una corriente alterna senoidal de frecuencias f y de valor eficaz:

$$I = \frac{V_R}{R} = \frac{V}{R} \qquad \text{(en el esquema se considera que } V_R = V\text{)}$$



b) La intensidad en valor instantáneo, según la Ley de Ohm, vale:

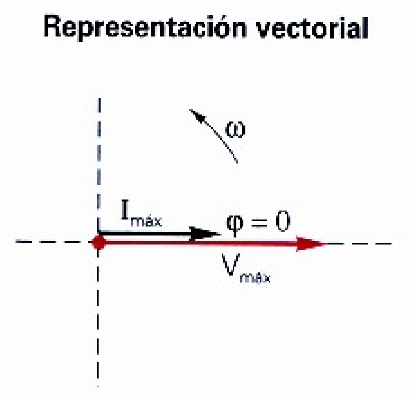
$$i = \frac{v}{R} = \frac{V_{máx} \cdot sen\omega t}{R} = I_{máx} \cdot sen\omega t\,; \quad \Rightarrow \quad I_{máx} = \frac{V_{máx}}{R}$$

c) De la relación entre intensidad y tensión eficaces, se obtiene una expresión igual a la Ley de Ohm de c.c.:

$$I_{máx} = \frac{V_{máx}}{R}; \qquad \sqrt{2} \cdot I = \frac{\sqrt{2} \cdot V}{R}; \qquad \boxed{I = \frac{V}{R}}$$

d) **La intensidad de corriente está en fase con la tensión aplicada**. Sus valores instantáneos son:

$$v = V_{máx} \cdot sen\omega t\,; \qquad i = I_{máx} \cdot sen\omega t$$



e) La potencia consumida por efecto Joule en la resistencia se llama **potencia activa** P y se mide en vatios (**W**).

$$P = R \cdot I^2 = V \cdot I = \frac{V^2}{R}$$

CIRCUITO DE CORRIENTE ALTERNA CON AUTOINDUCCIÓN (INDUCTIVO PURO)

Un circuito tiene sólo autoinducción cuando está desprovisto de resistencia óhmica y capacidad.

Al conectar una bobina de coeficiente autoinducción o inductancia L a una tensión alterna senoidal de valor eficaz V y frecuencia f:

a) Por la autoinducción circula una corriente alterna senoidal de frecuencia f y de valor eficaz:

$$I = \frac{V_L}{X_L} = \frac{V}{X_L} = \frac{V}{\omega \cdot L} = \frac{V}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L}$$

(en el esquema se considera que: $V_L = V$)

b) El valor: $X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$ se denomina **reactancia inductiva** o de autoinducción. **Su unidad de medida es el ohmio (Ω).**

c) **La intensidad de corriente está desfasada en retraso 90º (**un cuarto de período**) respecto a la tensión aplicada**. Sus valores instantáneos son:

$$v = V_{máx} \cdot sen\omega t \; ; \qquad i = I_{máx} \cdot sen(\omega t - \pi/2)$$

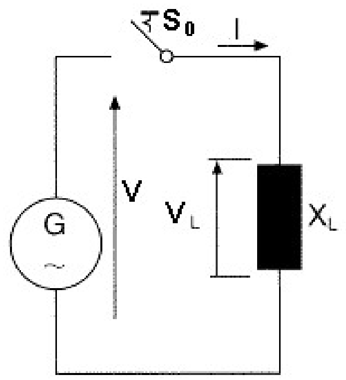
d) La potencia consumida por la bobina se emplea en producir un campo magnético, se llama **potencia reactiva** Q_L y se mide en voltiamperios reactivos (**VAr**).

$$Q_L = X_L \cdot I^2 = V_L \cdot I = \frac{V_L^2}{X_L} = \frac{V_L^2}{\omega \cdot L} = \frac{V_L^2}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L}$$

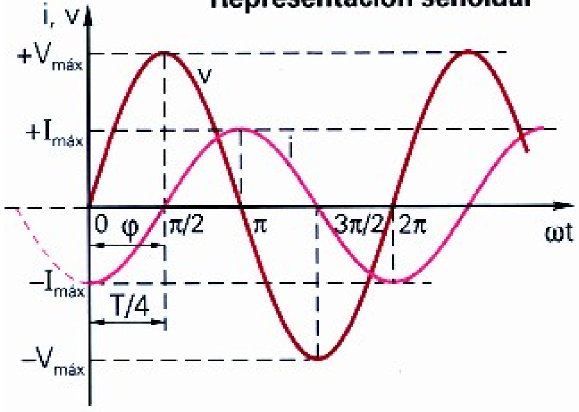
La variación de la corriente alterna origina en una bobina una f.e.m. autoinducida, que según la ley de Lenz, tiende a oponerse al paso de la corriente. Esta oposición es proporcional al coeficiente de autoinducción y a la frecuencia de variación de la corriente y da lugar a un retardo de la intensidad respecto a la tensión aplicada.

En una bobina, prácticamente desprovista de resistencia (autoinducción pura), la intensidad toma sus valores nulo y máximo, un cuarto de período más tarde que la tensión, como indica la figura.

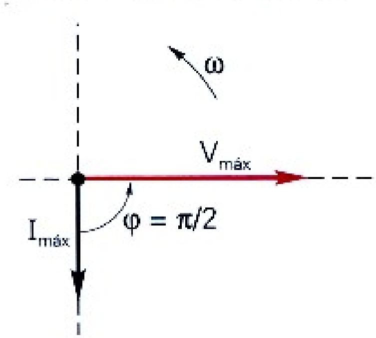
- *Cuando la tensión es nula, la intensidad tiene el valor* $-I_{máx}$
- *Cuando la tensión es* $+V_{máx}$*, la intensidad es nula.*
- *Cuando la tensión vuelve a ser nula, la intensidad es* $+I_{máx}$
- *La intensidad está desfasada en retraso 90º respecto a la tensión.*



Representación senoidal



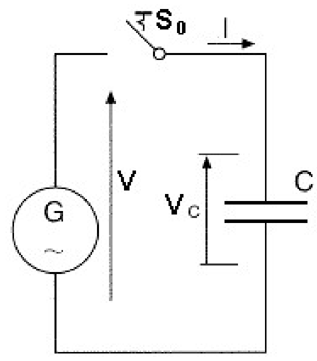
Representación vectorial



CIRCUITO DE CORRIENTE ALTERNA CON CAPACIDAD (CAPACITIVO PURO)

Un circuito tiene sólo capacidad cuando está desprovisto de resistencia óhmica y de autoinducción.

Al conectar un condensador de capacidad C a una tensión alterna senoidal de valor eficaz V y frecuencia f: (en el esquema se considera que $V_C = V$)



a) Por el circuito pasa una corriente alterna senoidal de frecuencia f y de valor eficaz:

$$I = \frac{V_C}{X_C} = \frac{V}{X_C} = \frac{V}{\frac{1}{\omega \cdot C}} = \frac{V}{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}} \quad \text{o también} \quad I = \omega \cdot C \cdot V = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C \cdot V$$

b) El valor $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$ se llama **reactancia capacitiva** o de capacidad. **Su unidad de medida es el ohmio (Ω).**

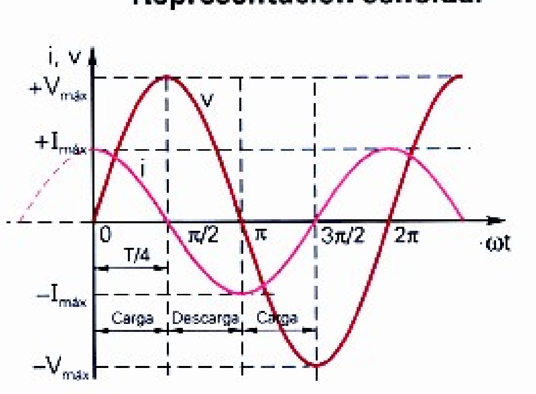
c) **La intensidad de corriente alterna está desfasada en adelanto 90º (**un cuarto de período**) respecto a la tensión aplicada**. Sus valores instantáneos son:

$$v = V_{máx} \cdot sen\omega t \; ; \qquad i = I_{máx} \cdot sen(\omega t + \pi/2)$$

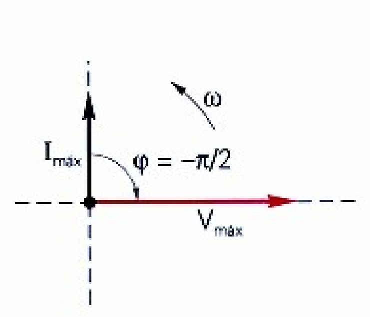
d) La potencia consumida por el condensador se utiliza para la carga del mismo, se llama **potencia reactiva** Q_C y se mide en voltiamperios reactivos (**VAr**).

$$Q_C = X_C \cdot I^2 = V_C \cdot I = \frac{V^2}{X_C} = \omega \cdot C \cdot V_C{}^2 = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C \cdot V_C{}^2$$

Representación senoidal



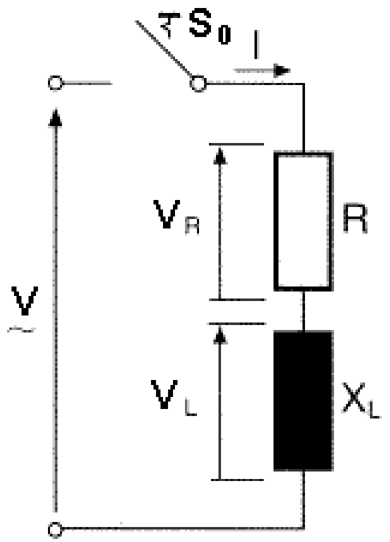
Representación vectorial



El condensador, debido a sus cargas y descargas alternativas, desplaza en adelanto la intensidad, que toma sus valores nulo y máximo antes que la tensión, como indica la figura.

- *Cuando la tensión es nula, la intensidad tiene el valor* $+I_{máx}$
- *Cuando la tensión es* $+V_{máx}$*, la intensidad es nula.*
- *Cuando la tensión vuelve a ser nula, la intensidad es* $-I_{máx}$
- *La intensidad está desfasada en adelanto 90º respecto a la tensión.*

CIRCUITO DE CORRIENTE ALTERNA CON RESISTENCIA Y AUTOINDUCCIÓN EN SERIE (R-L)



Al conectar un circuito de resistencia $\boldsymbol{R}$ y autoinducción $\boldsymbol{L}$ a una tensión alterna senoidal de valor eficaz $\boldsymbol{V}$ y frecuencia $\boldsymbol{f}$:

a) Por el circuito circula una corriente alterna senoidal de frecuencia $\boldsymbol{f}$ y de valor eficaz:

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{V}{\sqrt{R^2 + X_L^{\,2}}}$$

b) El valor $Z = \sqrt{R^2 + X_L^{\,2}}$

se llama impedancia o resistencia total (o aparente) que aparece en el circuito al paso de la c.a. **Su unidad de medida es el ohmio (Ω).**

c) La intensidad de corriente está desfasada un ángulo φ respecto a la tensión aplicada.

$$\varphi = arc\ \ tg\,\frac{X_L}{R}$$

Como el ángulo es positivo se dice que la intensidad está retrasada respecto a la tensión.

d) La potencia consumida por el circuito se divide en:

Potencia activa, que se mide en vatios (**W**). $P = R \cdot I^2 = V_R \cdot I = V \cdot I \cdot \cos\varphi$

Potencia reactiva, que se mide en voltiamperios reactivos (**VAr**). $Q_L = X_L \cdot I^2 = V_L \cdot I = V \cdot I \cdot sen\varphi$

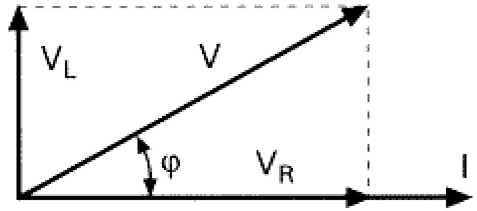
Potencia aparente, que se mide en voltiamperios **(VA**). $S = Z \cdot I^2 = V \cdot I$

La relación entre las tres potencias es: $S = \sqrt{P^2 + Q_L^{\,2}}$

CONSTRUCCIONES GRÁFICAS

a) **Triángulo de tensiones**: La representación vectorial de las tensiones forma el triángulo de tensiones.

$$\vec{V} = \vec{V}_R + \vec{V}_L$$

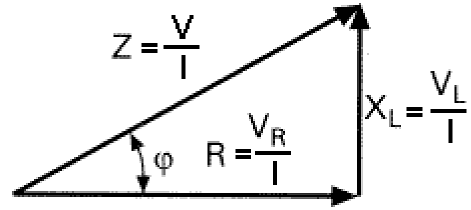


Tensión activa $V_R = R \cdot I = V \cdot \cos\varphi$

Tensión reactiva $V_L = X_L \cdot I = V \cdot sen\varphi$

Tensión aplicada al circuito $V = Z \cdot I = \sqrt{V_R^2 + V_L^2}$

b) **Triángulo de impedancias**: Dividiendo los tres lados del triángulo de tensiones por el valor de la intensidad se obtiene el triángulo de impedancias (o resistencias).

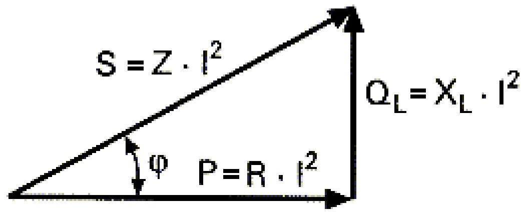


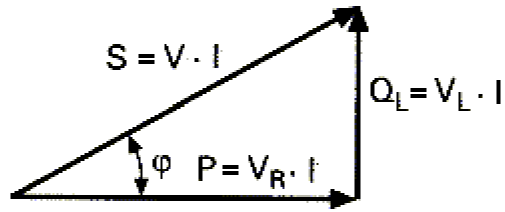
Resistencia óhmica $R = Z \cdot \cos\varphi$

Reactancia total $X_L = Z \cdot sen\varphi$

Impedancia del circuito $Z = \sqrt{R^2 + X_L{}^2}$

c) **Triángulo de potencias**: Multiplicando los tres lados del triángulo de tensiones por el valor de la intensidad o bien multiplicando el triángulo de resistencias por el valor de la intensidad al cuadrado se obtienen dos triángulos de potencias.





Potencia aparente (**VA**) $S = Z \cdot I^2 = V \cdot I = \sqrt{P^2 + Q_L{}^2}$

Potencia activa (**W**) $P = R \cdot I^2 = V_R \cdot I = S \cdot \cos\varphi = V \cdot I \cdot \cos\varphi$

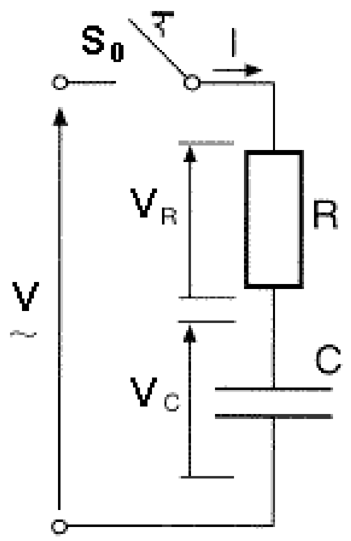
Potencia reactiva (**VAr**) $Q_L = X_L \cdot I^2 = V_L \cdot I = S \cdot sen\varphi = V \cdot I \cdot sen\varphi$

Factor de potencia (**FP**) o **cos** φ: $(FP) = \cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{V \cdot I}$

d) Por último a partir de cualquiera de los triángulos podemos obtener el **ángulo de desfase**:

$$\varphi = arc\ \ tg\frac{V_L}{V_R}; \qquad \varphi = arc\ \ tg\frac{X_L}{R}; \qquad \varphi = arc\ \ tg\frac{Q_L}{P}$$

CIRCUITO DE CORRIENTE ALTERNA CON RESISTENCIA Y CAPACIDAD EN SERIE (R-C)



Al conectar un circuito de resistencia $\boldsymbol{R}$ y capacidad $\boldsymbol{C}$ a una tensión alterna senoidal de valor eficaz $\boldsymbol{V}$ y frecuencia $\boldsymbol{f}$:

a) Por el circuito circula una corriente alterna senoidal de frecuencia $\boldsymbol{f}$ y de valor eficaz:

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{V}{\sqrt{R^2 + X_C^{\,2}}}$$

b) El valor $Z = \sqrt{R^2 + X_C^{\,2}}$

se llama impedancia o resistencia aparente del circuito y se mide en ohmios.

c) La intensidad de corriente está desfasada un ángulo φ respecto a la tensión aplicada.

$$\varphi = arc\ \ tg \frac{-X_C}{R}$$

Como el ángulo es negativo (–φ), *la intensidad está adelantada respecto a la tensión*.

d) La potencia consumida por el circuito se divide en:

Potencia activa, que se mide en vatios (**W**). $P = R \cdot I^2 = V_R \cdot I = V \cdot I \cdot \cos\varphi$

Potencia reactiva, que se mide en voltiamperios reactivos (**VAr**). $Q_C = X_C \cdot I^2 = V_C \cdot I = V \cdot I \cdot sen - \varphi$

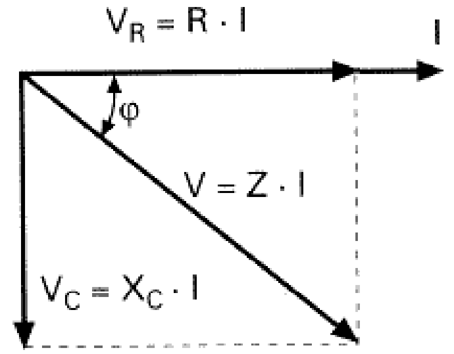
Potencia aparente, que se mide en voltiamperios **(VA**). $S = Z \cdot I^2 = V \cdot I$

La relación entre las tres potencias es: $S = \sqrt{P^2 + Q_C^{\,2}}$

*El signo (–) en las fórmulas del circuito **RC** sólo es para indicar que los triángulos (**V**, **Z**, **P**) se encuentran en el cuarto cuadrante*

CONSTRUCCIONES GRÁFICAS

a) **Triángulo de tensiones**: La representación vectorial de las tensiones forma el triángulo de tensiones.



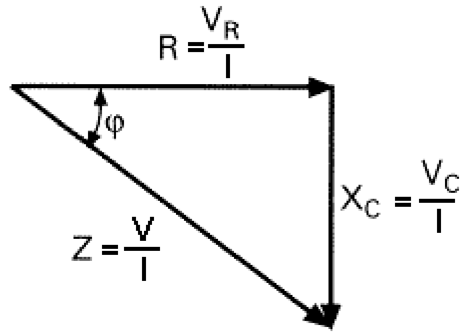
$$\vec{V} = \vec{V}_R + \vec{V}_C$$

Tensión activa $\quad V_R = R \cdot I = V \cdot \cos - \varphi$

Tensión reactiva $\quad V_C = \left(- X_C\right) \cdot I = V \cdot sen - \varphi$

Tensión aplicada al circuito $\quad V = Z \cdot I = \sqrt{V_R^2 + V_C{}^2}$

b) **Triángulo de impedancias**: Dividiendo los tres lados del triángulo de tensiones por el valor de la intensidad se obtiene el triángulo de impedancias (o resistencias).

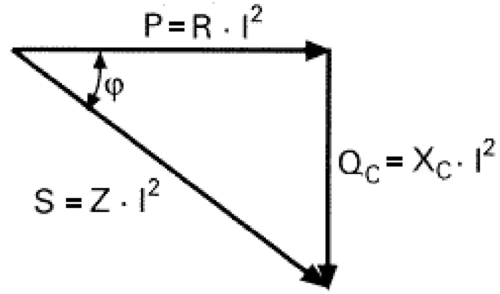


Resistencia óhmica $\quad R = Z \cdot \cos\varphi$

Reactancia total $\quad X_C = Z \cdot sen - \varphi$

Impedancia del circuito $\quad Z = \sqrt{R^2 + X_C{}^2}$

c) **Triángulo de potencias**: Multiplicando los tres lados del triángulo de tensiones por el valor de la intensidad o bien multiplicando el triángulo de resistencias por el valor de la intensidad al cuadrado se obtienen dos triángulos de potencias.



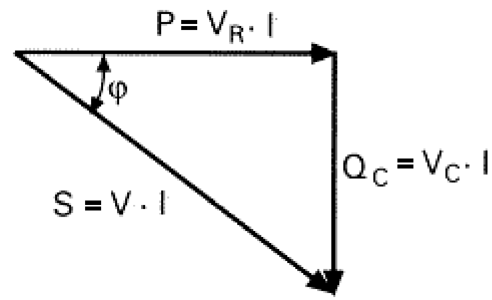
Potencia aparente $\quad S = Z \cdot I^2 = V \cdot I = \sqrt{P^2 + Q_C{}^2}$

Potencia activa $\quad P = R \cdot I^2 = V_R \cdot I = S \cdot \cos\varphi = V \cdot I \cdot \cos\varphi$

Potencia reactiva $\quad Q_C = (-X_C) \cdot I^2 = (-V_C) \cdot I = S \cdot sen - \varphi = V \cdot I \cdot sen - \varphi$

Factor de potencia (**FP**) o $\cos\varphi$: $\quad \cos\varphi = \dfrac{P}{S} = \dfrac{P}{V \cdot I}$

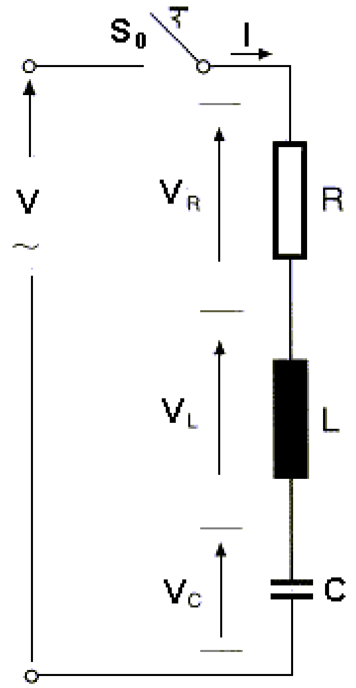
d) Por último a partir de cualquiera de los triángulos podemos obtener el **ángulo de desfase**:



$$\varphi = arc\ \ tg \frac{-V_C}{V_R}; \qquad \varphi = arc\ \ tg \frac{-X_C}{R}; \qquad \varphi = arc\ \ tg \frac{-Q_C}{P}$$

CIRCUITO DE CORRIENTE ALTERNA CON RESISTENCIA, AUTOINDUCCIÓN Y CAPACIDAD EN SERIE (R-L-C)

Al conectar un circuito de resistencia $\boldsymbol{R}$, autoinducción $\boldsymbol{L}$ y capacidad $\boldsymbol{C}$ a una tensión alterna senoidal de valor eficaz $\boldsymbol{V}$ y frecuencia $\boldsymbol{f}$:



a) Por el circuito circula una corriente alterna senoidal de frecuencia $\boldsymbol{f}$ e intensidad eficaz:

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{V}{\sqrt{R^2 + \left(X_L - X_C\right)^2}}$$

b) El valor: $Z = \sqrt{R^2 + \left(X_L - X_C\right)^2}$

se llama impedancia o resistencia aparente del circuito y se mide en ohmios.

c) La intensidad de corriente está desfasada un ángulo φ respecto a la tensión aplicada.

$$\varphi = arc\ \ tg\, \frac{X_L - X_C}{R}$$

Si el **ángulo es positivo** ($X_L > X_C$), la intensidad está retrasada respecto a la tensión y en el circuito predomina el **efecto inductivo**, pero si el **ángulo es negativo** ($X_C > X_L$), la intensidad está adelantada respecto a la tensión y en el circuito predomina el **efecto capacitivo**.

d) La potencia consumida por el circuito se divide en:

Potencia activa, que se mide en vatios (**W**). $P = R \cdot I^2 = V_R \cdot I = V \cdot I \cdot \cos\varphi$

Potencia reactiva, que se mide en voltiamperios reactivos (**VAr**).

$$Q = \left(X_L - X_C\right) \cdot I^2 = \left(V_L - V_C\right) \cdot I = V \cdot I \cdot sen\varphi$$

Potencia aparente, que se mide en voltiamperios **(VA**). $S = Z \cdot I^2 = V \cdot I$

La relación entre las tres potencias es: $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

CONSTRUCCIONES GRÁFICAS

a) **Triángulo de tensiones**: La representación vectorial de las tensiones forma el triángulo de tensiones.

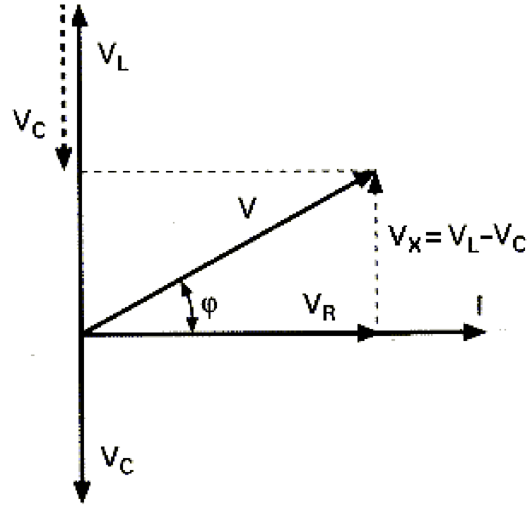
$$\vec{V} = \vec{V}_R + \vec{V}_L + \vec{V}_C = \vec{V}_R + \vec{V}_X$$

Tensión activa: $V_R = R \cdot I = V \cdot \cos\varphi$

Tensión reactiva: $V_X = V_L - V_C = (X_L - X_C) \cdot I = V \cdot sen\varphi$

Tensión aplicada al circuito:

$$V = Z \cdot I = \sqrt{V_R^{\,2} + (V_L - V_C)^2} = \sqrt{V_R^2 + V_X^2}$$

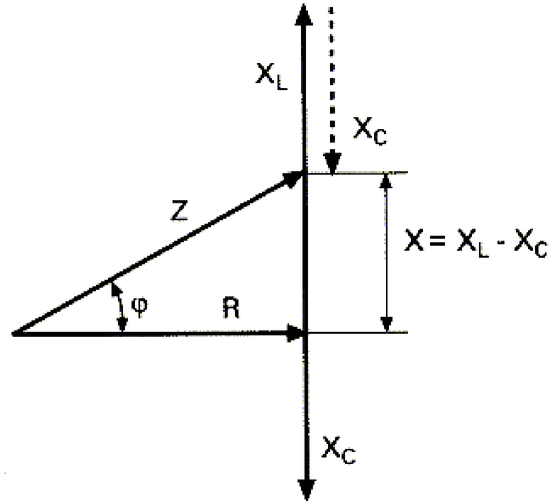


b) **Triángulo de impedancias**: Dividiendo los tres lados del triángulo de tensiones por el valor de la intensidad se obtiene el triángulo de impedancias (o resistencias).

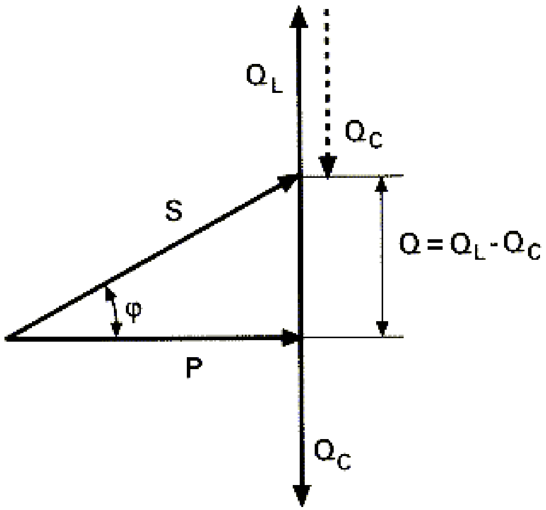
Resistencia óhmica: $R = Z \cdot \cos\varphi$

Reactancia total: $X = X_L - X_C = Z \cdot sen\varphi$

Impedancia del circuito: $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + X^2}$



c) **Triángulo de potencias**: Multiplicando los tres lados del triángulo de tensiones por el valor de la intensidad o bien multiplicando el triángulo de resistencias por el valor de la intensidad al cuadrado se obtienen dos triángulos de potencias.



Factor de potencia (FP) o **cos** φ : $(FP) = \cos\varphi = \dfrac{P}{S} = \dfrac{P}{V \cdot I}$

Potencia aparente (**VA**):

$$S = Z \cdot I^2 = V \cdot I = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2} = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Potencia activa (**W**):

$$P = R \cdot I^2 = V_R \cdot I = S \cdot \cos\varphi = V \cdot I \cdot \cos\varphi$$

Potencia reactiva(**VAr**):

$$Q = Q_L - Q_C = X \cdot I^2 = (X_L - X_C) \cdot I^2 = V_X \cdot I = (V_L - V_C) \cdot I = S \cdot sen\varphi = V \cdot I \cdot sen\varphi$$

d) Por último a partir de cualquiera de los triángulos podemos obtener el **ángulo de desfase**:

$$\varphi = arc\ \ tg\frac{V_L - V_C}{V_R} = arc\ \ tg\frac{V_X}{V_R}; \qquad \varphi = arc\ \ tg\frac{X_L - X_C}{R} = arc\ \ tg\frac{X}{R}; \qquad \varphi = arc\ \ tg\frac{Q_L - Q_C}{P} = arc\ \ tg\frac{Q}{P}$$

CIRCUITO SERIE EN GENERAL (CONEXIÓN DE IMPEDANCIAS EN SERIE)

Un circuito serie de impedancias, al igual que en c.c. sucedía con la conexión de resistencias serie, puede ser sustituido por otro equivalente, teniendo en cuenta las siguientes consideraciones:

1º.- **La intensidad** que circula por total es igual para todas

2º.- **La impedancia total** del circuito ($\boldsymbol{Z_T}$) es la suma vectorial de las impedancias parciales: $\vec{Z}_T = \vec{Z}_1 + \vec{Z}_2 + \vec{Z}_3$

3º.- **La tensión total** aplicada ($\boldsymbol{V}$) es la suma vectorial de las caídas de tensión: $\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3$

4º.- **La potencia total** suministrada ($\boldsymbol{S}$) es la suma vectorial de las potencias parciales: $\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2 + \vec{S}_3$

5º.- **El ángulo de desfase** del circuito equivalente (φ) depende de las características de las impedancias del circuito.

Para hallar la impedancia total equivalente, se recurre a los números complejos en su forma binómica, expresando cada impedancia parcial y equivalente mediante las siguientes fórmulas (para la mejor comprensión hemos supuesto tres impedancias, de las cuales dos son inductivas y una capacitiva):

$$\vec{Z}_1 = R_1 + j \cdot X_{L1} \qquad \vec{Z}_2 = R_2 - j \cdot X_{C2} \qquad \vec{Z}_3 = R_3 + j \cdot X_{L3}$$

$$\vec{Z}_T = \vec{Z}_1 + \vec{Z}_2 + \vec{Z}_3 = \left(R_1 + j \cdot X_{L1}\right) + \left(R_2 - j \cdot X_{C2}\right) + \left(R_3 + j \cdot X_{L3}\right) = \left(R_1 + R_2 + R_3\right) + j \cdot \left(X_{L1} - X_{C2} + X_{L3}\right)$$

$$\boxed{\vec{Z}_T = R_T + j \cdot \left(X_{LT} - X_{CT}\right)}$$

su módulo vendría dado por: $\boxed{Z_T = \sqrt{R_T^2 + \left(X_{LT} - X_{CT}\right)^2}}$ y el ángulo de desfase por: $\boxed{\varphi = arc\ tg\ \dfrac{X_{LT} - X_{CT}}{R_T}}$

de donde se deduce que la resistencia, la reactancia inductiva y la reactancia capacitiva total para $\boldsymbol{n}$ impedancias vendría dada por:

$$R_T = R_1 + R_2 + ... + R_n \qquad X_{LT} = X_{L1} + X_{L2} + ... + X_{Ln} \qquad X_{CT} = X_{C1} + X_{C2} + ... + X_{Cn}$$

De igual manera se puede hallar la tensión total aplicada y la potencia total suministrada, puesto que, las representaciones gráficas son semejantes, aunque, y como a continuación se puede ver, no es necesario salvo que se quieran conocer valores parciales de tensiones y/o potencias.

Por lo tanto al conectar un circuito con varias impedancias (inductivas y capacitivas) en serie a una tensión alterna senoidal de valor eficaz $\boldsymbol{V}$ y frecuencia $\boldsymbol{f}$:

a) Por el circuito pasa una corriente alterna senoidal de frecuencias $\boldsymbol{f}$ intensidad eficaz:

$$\boldsymbol{I} = \frac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{Z_T}} = \frac{\boldsymbol{V}}{\sqrt{\boldsymbol{R_T^2} + \left(\boldsymbol{X_{LT}} - \boldsymbol{X_{CT}}\right)^2}}$$

$\boldsymbol{R_T}$: Suma de las resistencias óhmicas.

$\boldsymbol{X_{LT}}$: Suma de reactancias inductivas o de autoinducción.

$\boldsymbol{X_{CT}}$: Suma de reactancias capacitivas o de capacidad.

b) La impedancia total del circuito es el valor: $\boldsymbol{Z_T} = \sqrt{\boldsymbol{R_T^2} + \left(\boldsymbol{X_{LT}} - \boldsymbol{X_{CT}}\right)^2}$

c) El factor de potencia (**FP**) vendría dado por: $\cos\varphi = \dfrac{\boldsymbol{R_T}}{\boldsymbol{Z_T}}$

d) La intensidad de corriente está desfasada un ángulo φ respecto a la tensión: $\varphi = \boldsymbol{arc\ \ tg}\, \dfrac{\boldsymbol{X_{LT}} - \boldsymbol{X_{CT}}}{\boldsymbol{R_T}}$

e) La tensión total aplicada tendría por valor: $\boldsymbol{V} = \sqrt{\left(\boldsymbol{I} \cdot \boldsymbol{R_T}\right)^2 + \left[\boldsymbol{I} \cdot \left(\boldsymbol{X_{LT}} - \boldsymbol{X_{CT}}\right)\right]^2}$

f) La potencia total consumida por el circuito se divide en:

Potencia activa total ((**W**) $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{R_T} \cdot \boldsymbol{I}^2 = \boldsymbol{P}_1 + \boldsymbol{P}_2 + \ldots + \boldsymbol{P_n} = \boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{I} \cdot \cos\varphi$

Potencia reactiva total (**VAr**) $\boldsymbol{Q} = \left(\boldsymbol{X_{LT}} - \boldsymbol{X_{CT}}\right) \cdot \boldsymbol{I}^2 = \left(\boldsymbol{Q}_{L1} + \ldots + \boldsymbol{Q_{Ln}}\right) - \left(\boldsymbol{Q}_{C1} + \ldots + \boldsymbol{Q_{Cn}}\right) = \boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{I} \cdot \boldsymbol{sen}\varphi$

Potencia aparente total (**VA**) $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{Z_T} \cdot \boldsymbol{I}^2 = \boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{I}$

La relación entre las tres potencias $\boldsymbol{S} = \sqrt{\boldsymbol{P}^2 + \boldsymbol{Q}^2}$

REPRESENTACIONES MEDIANTE NÚMEROS COMPLEJOS DE LAS MAGNITUDES ELÉCTRICAS FUNDAMENTALES DE LOS CIRCUITOS ANALIZADOS EN LOS APARTADOS ANTERIORES (

Circuito	Tensión	Intensidad	Impedancia			
			Binómica	Polar	Módulo	Argumento
			Trigonométrica			
Resistivo puro *La impedancia del circuito coincide con la resistencia óhmica*	$\vec{V} = V\angle\varphi$	$\vec{I} = I\angle 0^{o}$ $\vec{I} = \frac{\vec{V}}{\vec{Z}} = \frac{\vec{V}}{\vec{R}} = \frac{V\angle\varphi}{R\angle\varphi}$	$\vec{Z} = R + 0\ j$ $\boxed{\vec{Z} = \vec{R}}$	$\vec{Z} = R\angle\varphi$	$\lvert Z\rvert = R$ $R = \rho\cdot\frac{l}{s} = \frac{l}{\gamma\cdot s}$	$\varphi = 0^{o}$ $\varphi = arc\ tg\frac{0}{R} = arc\ tg\ 0 = 0^{o}$
Inductivo puro *La impedancia del circuito coincide con la reactancia inductiva*	$\vec{V} = V\angle\varphi$	$\vec{I} = I\angle 0^{o}$ $\vec{I} = \frac{\vec{V}}{\vec{Z}} = \frac{\vec{V}}{\vec{X_L}} = \frac{V\angle\varphi}{X_L\angle\varphi}$	$\vec{Z} = 0 + X_L\ j$ $\boxed{\vec{Z} = \vec{X_L}}$	$\vec{Z} = X_L\angle\varphi$	$\lvert Z\rvert = X_L$ $X_L = \omega\cdot L = 2\cdot\pi\cdot f\cdot L$	$\varphi = 90^{o}$ $\varphi = arc\ tg\frac{X_L}{0} = arc\ tg\ \infty = 90^{o}$
Capacitivo puro *La impedancia del circuito coincide con la reactancia capacitiva*	$\vec{V} = V\angle\varphi$	$\vec{I} = I\angle 0^{o}$ $\vec{I} = \frac{\vec{V}}{\vec{Z}} = \frac{\vec{V}}{\vec{X_C}} = \frac{V\angle\varphi}{X_C\angle\varphi}$	$\vec{Z} = 0 - X_C\ j$ $\boxed{\vec{Z} = \vec{X_C}}$	$\vec{Z} = X_C\angle\varphi$	$\lvert Z\rvert = X_C$ $X_C = \frac{1}{\omega\cdot C} = \frac{1}{2\cdot\pi\cdot f\cdot C}$	$\varphi = -90^{o}$ $\varphi = arc\ tg\frac{-X_C}{0} = arc\ tg - \infty = -90^{o}$
Serie RL	$\vec{V} = V\angle\varphi$	$\vec{I} = I\angle 0^{o}$ $\vec{I} = \frac{\vec{V}}{\vec{Z}} = \frac{V\angle\varphi}{Z\angle\varphi}$	$\vec{Z} = R + X_L\ j$ $\boxed{\vec{Z} = \vec{R} + \vec{X_L}}$ $\vec{Z} = Z\cdot\cos\varphi + Z\cdot sen\varphi\ \ j$	$\vec{Z} = \lvert Z\rvert\angle\varphi$	$\lvert Z\rvert = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ $R = Z\cdot\cos\varphi$ $X_L = Z\cdot sen\varphi$	$\varphi = arc\ tg\frac{X_L}{R}$
Serie RC	$\vec{V} = V\angle\varphi$	$\vec{I} = I\angle 0^{o}$ $\vec{I} = \frac{\vec{V}}{\vec{Z}} = \frac{V\angle\varphi}{Z\angle\varphi}$	$\vec{Z} = R - X_C\ j$ $\boxed{\vec{Z} = \vec{R} + \vec{X_C}}$ $\vec{Z} = Z\cdot\cos\varphi + Z\cdot sen\varphi\ \ j$	$\vec{Z} = \lvert Z\rvert\angle\varphi$	$\lvert Z\rvert = \sqrt{R^2 + \left(-X_C\right)^2}$ $R = Z\cdot\cos\varphi$ $X_C = Z\cdot sen\varphi$	$\varphi = arc\ tg\frac{-X_C}{R}$

Circuito	Tensión	Intensidad	Impedancia			
			Binómica	Polar	Módulo	Argumento
			Trigonométrica			
Serie RLC	$\vec{V} = V\angle\varphi$	$\vec{I} = I\angle 0º$ $\vec{I} = \frac{\vec{V}}{\vec{Z}} = \frac{V\angle\varphi}{Z\angle\varphi}$	$\vec{Z} = R + (X_L - X_C)\ j$ $\boxed{\vec{Z} = \vec{R} + \vec{X_L} + \vec{X_C}}$	$\vec{Z} = \lvert Z\rvert\angle\varphi$	$\lvert Z\rvert = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ $R = Z\cdot\cos\varphi$ $X_L - X_C = Z\cdot sen\varphi$	$\varphi = arc\ tg\ \frac{X_L - X_C}{R}$
			$\vec{Z} = Z\cdot\cos\varphi + Z\cdot sen\varphi\ \ j$			
Serie RLC *(general)*	$\vec{V} = V\angle\varphi_T$	$\vec{I} = I\angle 0º$ $\vec{I} = \frac{\vec{V}}{\vec{Z}} = \frac{V\angle\varphi_T}{Z\angle\varphi_T}$	$\vec{Z_T} = R_T + (X_{LT} - X_{CT})\ j$ $\boxed{\vec{Z_T} = \vec{Z_1} + \vec{Z_2} + ... + \vec{Z_n}}$ *en donde cada impedancia vendría dada por:* $\vec{Z_1} = R_1 + (X_{L1} - X_{C1})\ j$ $\vec{Z_2} = R_2 + (X_{L2} - X_{C2})\ j$ .... $\vec{Z_n} = R_n + (X_{Ln} - X_{Cn})\ j$	$\vec{Z_T} = \lvert Z_T\rvert\angle\varphi_T$	$\lvert Z\rvert = \sqrt{R_T^2 + (X_{LT} - X_{CT})^2}$ *en donde:* $R_T = R_1 + R_2 + ... + R_n$ $X_{LT} = X_{L1} + X_{L2} + ... + X_{Ln}$ $X_{CT} = X_{C1} + X_{C2} + ... + X_{Cn}$	$\varphi_T = arc\ tg\ \frac{X_{LT} - X_{CT}}{R_T}$
			Dependería de las característica de cada impedancia.			

NOTA:

Para la elaboración de estas tablas, se ha considerado el vector de la intensidad ($\vec{I}$ *) partiendo del origen, es decir en el eje de abscisas. Se deberán utilizar, sólo y exclusivamente cuando se esté trabajando con circuitos serie.*

REPRESENTACIONES MEDIANTE NÚMEROS COMPLEJOS DE LAS MAGNITUDES ELÉCTRICAS FUNDAMENTALES DE LOS CIRCUITOS ANALIZADOS EN LOS APARTADOS ANTERIORES

Circuito	Tensión	Intensidad	Impedancia			
			Binómica	**Polar**	**Módulo**	**Argumento**
			Trigonométrica			
Resistivo puro *La impedancia del circuito coincide con la resistencia óhmica*	$\vec{V} = V\angle 0^{o}$	$\vec{I} = I\angle -(\varphi)$ $\vec{I} = \frac{\vec{V}}{\vec{Z}} = \frac{\vec{V}}{\vec{R}} = \frac{V\angle 0^{o}}{R\angle\varphi}$	$\vec{Z} = R + 0\ j$ $\boxed{\vec{Z} = \vec{R}}$	$\vec{Z} = R\angle\varphi$	$\lvert Z\rvert = R$ $R = \rho \cdot \frac{l}{s} = \frac{l}{\gamma \cdot s}$	$\varphi = 0^{o}$ $\varphi = arc\ \ tg\frac{0}{R} = arc\ \ tg\ \ 0 = 0^{o}$
Inductivo puro *La impedancia del circuito coincide con la reactancia inductiva*	$\vec{V} = V\angle 0^{o}$	$\vec{I} = I\angle -(\varphi)$ $\vec{I} = \frac{\vec{V}}{\vec{Z}} = \frac{\vec{V}}{\overrightarrow{X_L}} = \frac{V\angle 0^{o}}{X_L\angle\varphi}$	$\vec{Z} = 0 + X_L\ \ j$ $\boxed{\vec{Z} = \overrightarrow{X_L}}$	$\vec{Z} = X_L\angle\varphi$	$\lvert Z\rvert = X_L$ $X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$	$\varphi = 90^{o}$ $\varphi = arc\ \ tg\frac{X_L}{0} = arc\ \ tg\ \ \infty = 90^{o}$
Capacitivo puro *La impedancia del circuito coincide con la reactancia capacitiva*	$\vec{V} = V\angle 0^{o}$	$\vec{I} = I\angle -(\varphi)$ $\vec{I} = \frac{\vec{V}}{\vec{Z}} = \frac{\vec{V}}{\overrightarrow{X_C}} = \frac{V\angle 0^{o}}{X_C\angle\varphi}$	$\vec{Z} = 0 - X_C\ \ j$ $\boxed{\vec{Z} = \overrightarrow{X_C}}$	$\vec{Z} = X_C\angle\varphi$	$\lvert Z\rvert = X_C$ $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$	$\varphi = -90^{o}$ $\varphi = arc\ \ tg\frac{-X_C}{0} = arc\ \ tg -\infty = -90^{o}$
Serie RL	$\vec{V} = V\angle 0^{o}$	$\vec{I} = I\angle -(\varphi)$ $\vec{I} = \frac{\vec{V}}{\vec{Z}} = \frac{V\angle 0^{o}}{Z\angle\varphi}$	$\vec{Z} = R + X_L\ \ j$ $\boxed{\vec{Z} = \vec{R} + \overrightarrow{X_L}}$ $\vec{Z} = Z \cdot \cos\varphi + Z \cdot sen\varphi\ \ j$	$\vec{Z} = \lvert Z\rvert\angle\varphi$	$\lvert Z\rvert = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ $R = Z \cdot \cos\varphi$ $X_L = Z \cdot sen\varphi$	$\varphi = arc\ \ tg\frac{X_L}{R}$
Serie RC	$\vec{V} = V\angle 0^{o}$	$\vec{I} = I\angle -(\varphi)$ $\vec{I} = \frac{\vec{V}}{\vec{Z}} = \frac{V\angle 0^{o}}{Z\angle\varphi}$	$\vec{Z} = R - X_C\ \ j$ $\boxed{\vec{Z} = \vec{R} + \overrightarrow{X_C}}$ $\vec{Z} = Z \cdot \cos\varphi + Z \cdot sen\varphi\ \ j$	$\vec{Z} = \lvert Z\rvert\angle\varphi$	$\lvert Z\rvert = \sqrt{R^2 + \left(-X_C\right)^2}$ $R = Z \cdot \cos\varphi$ $X_C = Z \cdot sen\varphi$	$\varphi = arc\ \ tg\frac{-X_C}{R}$

Circuito	Tensión	Intensidad	Impedancia			
			Binómica	Polar	Módulo	Argumento
			Trigonométrica			
Serie RLC	$\vec{V} = V\angle 0^{o}$	$\vec{I} = I\angle -(\varphi)$ $\vec{I} = \dfrac{\vec{V}}{\vec{Z}} = \dfrac{V\angle 0^{o}}{Z\angle\varphi}$	$\vec{Z} = R + (X_L - X_C)\ j$ $\boxed{\vec{Z} = \vec{R} + \vec{X_L} + \vec{X_C}}$	$\vec{Z} = \lvert Z\rvert\angle\varphi$	$\lvert Z\rvert = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ $R = Z \cdot \cos\varphi$ $X_L - X_C = Z \cdot sen\varphi$	$\varphi = arc\ \ tg\,\dfrac{X_L - X_C}{R}$
			$\vec{Z} = Z \cdot \cos\varphi + Z \cdot sen\varphi\ \ j$			
Serie RLC *(general)*	$\vec{V} = V\angle 0^{o}$	$\vec{I} = I\angle -(\varphi)$ $\vec{I} = \dfrac{\vec{V}}{\vec{Z}} = \dfrac{V\angle 0^{o}}{Z\angle\varphi_T}$	$\overrightarrow{Z_T} = R_T + (X_{LT} - X_{CT})\ j$ $\boxed{\overrightarrow{Z_T} = \overrightarrow{Z_1} + \overrightarrow{Z_2} + ... + \overrightarrow{Z_n}}$ *en donde cada impedancia vendría dada por:* $\overrightarrow{Z_1} = R_1 + (X_{L1} - X_{C1})\ j$ $\overrightarrow{Z_2} = R_2 + (X_{L2} - X_{C2})\ j$ .... $\overrightarrow{Z_n} = R_n + (X_{Ln} - X_{Cn})\ j$	$\overrightarrow{Z_T} = \lvert Z_T\rvert\angle\varphi_T$	$\lvert Z\rvert = \sqrt{R_T^2 + (X_{LT} - X_{CT})^2}$ *en donde:* $R = R_1 + R_2 + ... + R_n$ $X_{LT} = X_{L1} + X_{L2} + ... + X_{Ln}$ $X_{CT} = X_{C1} + X_{C2} + ... + X_{Cn}$	$\varphi_T = arc\ \ tg\,\dfrac{X_{LT} - X_{CT}}{R_T}$
			Dependería de las característica de cada impedancia.			

NOTA:

Para la elaboración de estas tablas, se ha considerado el vector de la tensión ($\vec{V}$ *) partiendo del origen, es decir en el eje de abscisas. Se deberán utilizar, sólo y exclusivamente cuando se esté trabajando con circuitos serie asociados en paralelo.*