APLICACIÓN DE LAS LEYES DE KIRCHHOFF EN CORRIENTE ALTERNA

Las leyes de Kirchhoff pueden aplicarse en corriente alterna representando los valores da las tensiones, fuerzas electromotrices e intensidades en forma vectorial.

1º.- *Primera ley de Kirchhoff*: **En todo nudo o punto de conexión de tres o más conductores la suma vectorial de intensidades que llegan al nudo es igual a la suma vectorial de intensidades que se alejan de él**.

2º.- *Segunda ley de Kirchhoff*: **En toda malla o circuito cerrado la suma vectorial de fuerzas electromotrices es igual a la suma vectorial de la caídas de tensión**.

COMPONENTES ACTIVA Y REACTIVA DE LA CORRIENTE

Una corriente alterna de intensidad I, que pase por un circuito desfasado un ángulo φ respecto a la tensión aplicada, puede considerarse analíticamente formada por dos componentes perpendiculares entre sí. Una intensidad activa I_a en fase con la tensión y una intensidad reactiva I_r, desfasada 90º respecto a la tensión.

$$I_a = I \cdot \cos\varphi$$

$$I_r = I \cdot sen\varphi$$

La intensidad es la suma vectorial de las dos componentes.

$$\vec{I} = \vec{I}_a + \vec{I}_r \quad ; \qquad I = \sqrt{I_a^2 + I_r^2} \quad ; \qquad \varphi = arc\ \ tg\,\frac{I_r}{I_a}$$

PRINCIPIO DE SEPARACIÓN DE POTENCIAS

En una red de corriente alterna de frecuencia constante se conservan por separado las potencias activas y reactivas.

a) La potencia activa total de un conjunto de receptores conectados en la red es igual a la suma aritmética de sus potencias activas.

$$P = P_1 + P_2 + ...$$

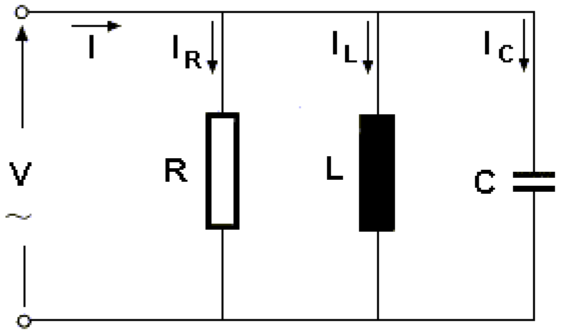
b) La potencia reactiva total de un conjunto de receptores conectados a la red es igual a la suma algebraica de sus potencias reactivas.

$$Q = Q_1 + Q_2 + ...$$

c) La potencia aparente total del conjunto de receptores. $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

CIRCUITO DE CORRIENTE ALTERNA CON RESISTENCIA, AUTOINDUCCIÓN Y CAPACIDAD EN PARALELO (*R-L-C*)

Al conectar un circuito de resistencia R, autoinducción L y capacidad C a una tensión alterna senoidal de valor eficaz V y frecuencia f:



a) Por el circuito circula una corriente alterna senoidal de frecuencia f y de valor eficaz:

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{V}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2}}$$

b) El valor: $Z = \dfrac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2}}$

c) La intensidad de corriente está desfasada un ángulo φ respecto a la tensión aplicada.

$$\varphi = arc\ \ tg\, \frac{I_C - I_L}{I_R}$$

Si el **ángulo es negativo** ($I_L > I_C$), la intensidad está retrasada respecto a la tensión y en el circuito predomina el **efecto inductivo**, pero si el **ángulo es positivo** ($I_C > I_L$), la intensidad está adelantada respecto a la tensión y en el circuito predomina el **efecto capacitivo.**

d) La potencia consumida por el circuito se divide en:

Potencia activa, que se mide en vatios (**W**). $P = R \cdot I_R^2 = V \cdot I_R = V \cdot I \cdot \cos\varphi$

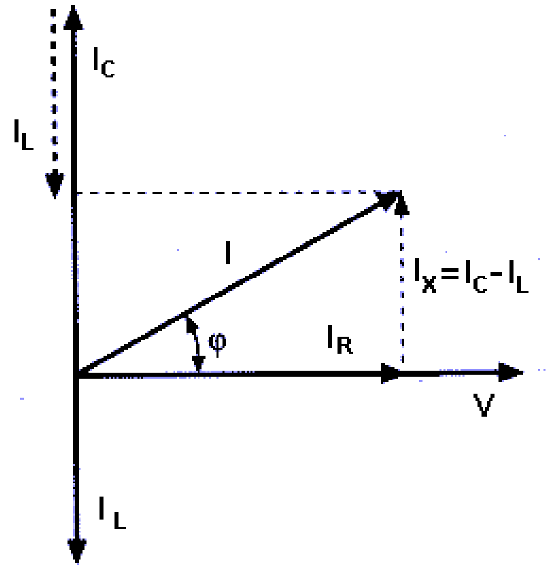
Potencia reactiva, que se mide en voltiamperios reactivos (**VAr**).

$$Q = X_C \cdot I_C^2 - X_L \cdot I_L^2 = V \cdot \left(I_C - I_L\right) = V \cdot I \cdot sen\varphi$$

Potencia aparente, que se mide en voltiamperios **(VA**). $S = Z \cdot I^2 = V \cdot I$

La relación entre las tres potencias es: $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

CONSTRUCCIONES GRÁFICAS



a) **Triángulo de intensidades**: La representación vectorial de las intensidades forma el triángulo de intensidades.

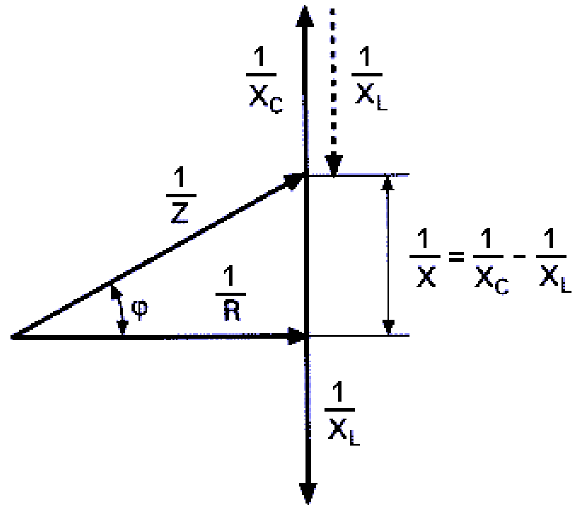
$$\vec{I} = \vec{I}_R + \vec{I}_L + \vec{I}_C = \vec{I}_R + \vec{I}_X$$

Intensidad activa: $I_R = \dfrac{V}{R} = I \cdot \cos\varphi$

Intensidad reactiva: $I_X = I_C - I_L = \dfrac{V}{X_C - X_L} = \dfrac{V}{X} = I \cdot sen\varphi$

Intensidad eficaz: $I = \dfrac{V}{Z} = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2} = \sqrt{I_R{}^2 + I_X{}^2}$

b) **Triángulo de impedancias**: Dividiendo los tres lados del triángulo de intensidades por el valor de la tensión se obtiene el triángulo de impedancias o resistencias.



Resistencia óhmica: $\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{Z} \cdot \cos\varphi$

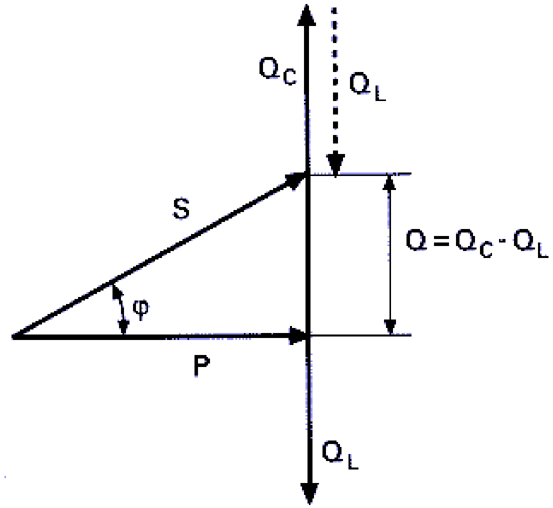
Reactancia total: $\dfrac{1}{X} = \dfrac{1}{X_C} - \dfrac{1}{X_L} = \dfrac{1}{Z} \cdot sen\varphi$

Impedancia del circuito:

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X^2}}$$

o bien: $$Z = \frac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{R^2} + \left(\dfrac{1}{X_C} - \dfrac{1}{X_L}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{R^2} + \dfrac{1}{X^2}}}$$

c) **Triángulo de potencias**: Multiplicando los tres lados del triángulo de intensidades por el valor de la tensión se obtiene el triángulo de potencia.



Factor de potencia (FP) o **cos** φ : $(FP) = \cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{V \cdot I}$

Potencia aparente (**VA**):

$$S = Z \cdot I^2 = V \cdot I = \sqrt{P^2 + (Q_C - Q_L)^2} = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Potencia activa (**W**):

$$P = R \cdot I_R{}^2 = V \cdot I_R = S \cdot \cos\varphi = V \cdot I \cdot \cos\varphi$$

Potencia reactiva(**VAr**):

$$Q = Q_C - Q_L = (X_C - X_L) \cdot I_X{}^2 = V \cdot (I_C - I_L) = S \cdot sen\varphi = V \cdot I \cdot sen\varphi$$

d) Por último a partir de cualquiera de los triángulos podemos obtener el **ángulo de desfase**:

$$\varphi = arc\ \ tg \frac{I_C - I_L}{I_R} = arc\ \ tg \frac{I_X}{I_R} \quad \Rightarrow \quad \varphi = arc\ \ tg \frac{\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}}{\frac{1}{R}} = arc\ \ tg \frac{R}{X} \quad \Rightarrow \quad \varphi = arc\ \ tg \frac{Q_C - Q_L}{P} = arc\ \ tg \frac{Q}{P}$$

CIRCUITO PARALELO DE C.A. EN GENERAL (CONOCIDA LA CORRIENTE DE CADA RAMA Y SU ÁNGULO DE DESFASE)

Al conectar varios receptores en paralelo a una tensión alterna senoidal de valor eficaz $\boldsymbol{V}$ y frecuencia $\boldsymbol{f}$:

a) Por los receptores circula una corriente alterna senoidal, siendo el valor de la intensidad total ($\boldsymbol{I}$), según la 1ª ley de Kirchhoff, igual a la suma vectorial de las intensidades eficaces que circulan por cada receptor:

$$\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$$

El módulo de la intensidad activa total ($\boldsymbol{I_a}$), es igual a la suma de los módulos de las intensidades activas que circulan por cada receptor:

$$I_a = I_{a1} + I_{a2} = I_1 \cdot \cos\varphi_1 + I_2 \cdot \cos\varphi_2$$

El módulo de la intensidad reactiva total ($\boldsymbol{I_r}$), es igual a la suma de los módulos de las intensidades reactivas que circulan por cada receptor:

$$I_r = I_{r1} + I_{r2} = I_1 \cdot sen\varphi_1 + I_2 \cdot sen\varphi_2$$

El módulo de la intensidad total ($\boldsymbol{I}$), se obtendría de la expresión:

$$|I| = \sqrt{I_a^2 + I_r^2}$$

b) La intensidad total está desfasada un ángulo φ respecto a la tensión aplicada. $\varphi = arc\ tg \dfrac{I_r}{I_a}$

c) La impedancia total del circuito $Z_T = \dfrac{V}{I}$

La resistencia total del circuito $R_T = Z_T \cdot \cos\varphi$

La reactancia total del circuito $X_T = Z_T \cdot sen\varphi$

d) La potencia consumida por el circuito se divide en:

Potencia activa (**W**) $P = V \cdot I \cdot \cos\varphi = P_1 + P_2 = V_1 \cdot I_1 \cdot \cos\varphi_1 + V_2 \cdot I_2 \cdot \cos\varphi_2$

Potencia reactiva (**VAr**) $Q = V \cdot I \cdot sen\varphi = Q_1 + Q_2 = V_1 \cdot I_1 \cdot sen\varphi_1 + V_2 \cdot I_2 \cdot sen\varphi_2$

Potencia aparente (**VA**) $S = V \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2}$

CIRCUITO PARALELO DE C.A. EN GENERAL (CONOCIDA LA RESISTENCIA Y/O REACTANCIA DE CADA RAMA)

Un circuito paralelo de impedancias, al igual que en c.c. sucedía con la conexión de resistencias paralelo, puede ser sustituido por otro equivalente, teniendo en cuenta las siguientes consideraciones:

1º.- **La intensidad total** absorbida ($\boldsymbol{I}$) es la suma vectorial de las intensidades que circulan por cada rama (1ª ley de Kirchhoff).

$$\vec{\boldsymbol{I}} = \vec{\boldsymbol{I}}_1 + \vec{\boldsymbol{I}}_2 + \vec{\boldsymbol{I}}_3$$

1º.- **La impedancia total** del circuito ($\boldsymbol{Z_T}$) viene dada por la siguiente expresión vectorial:

$$\frac{1}{\vec{\boldsymbol{Z}}_{\boldsymbol{T}}} = \frac{1}{\vec{\boldsymbol{Z}}_1} + \frac{1}{\vec{\boldsymbol{Z}}_2} + \frac{1}{\vec{\boldsymbol{Z}}_3}$$

2º.- **La potencia total** suministrada ($\boldsymbol{S}$) es la suma vectorial de las potencias parciales:

$$\vec{\boldsymbol{S}} = \vec{\boldsymbol{S}}_1 + \vec{\boldsymbol{S}}_2 + \vec{\boldsymbol{S}}_3$$

3º.- **El ángulo de desfase** del circuito equivalente (φ) depende de las características de las impedancias del circuito.

Para hallar la impedancia total equivalente, se recurre a los números complejos en su formas binómica y polar, expresando cada impedancia parcial por (para la mejor comprensión hemos supuesto tres impedancias, de las cuales dos son inductivas y una capacitiva):

$$\vec{\boldsymbol{Z}}_1 = \boldsymbol{R}_1 + \boldsymbol{j} \cdot \boldsymbol{X}_{\boldsymbol{L}1} \qquad \vec{\boldsymbol{Z}}_2 = \boldsymbol{R}_2 - \boldsymbol{j} \cdot \boldsymbol{X}_{\boldsymbol{C}2} \qquad \vec{\boldsymbol{Z}}_3 = \boldsymbol{R}_3 + \boldsymbol{j} \cdot \boldsymbol{X}_{\boldsymbol{L}3}$$

$$\vec{\boldsymbol{Z}}_1 = |\boldsymbol{Z}_1| \angle \varphi_1; \qquad \vec{\boldsymbol{Z}}_2 = |\boldsymbol{Z}_2| \angle -\varphi_2; \qquad \vec{\boldsymbol{Z}}_3 = |\boldsymbol{Z}_3| \angle \varphi_3$$

en donde el valor del módulo de cada impedancia parcial vendría dado por: $|\boldsymbol{Z}| = \sqrt{\boldsymbol{R}^2 + \boldsymbol{X}^2}$; y su argumento por: $\varphi = \boldsymbol{arc\ tg} \dfrac{\boldsymbol{X}}{\boldsymbol{R}}$

Se aplicaría una forma u otra en función de la operación a realizar (forma binómica para suma y resta, forma polar para multiplicación y división).

La intensidad total en nuestro caso vendría dada por:

$$\vec{\boldsymbol{I}} = \frac{\vec{\boldsymbol{V}}}{\vec{\boldsymbol{Z}}_1} + \frac{\vec{\boldsymbol{V}}}{\vec{\boldsymbol{Z}}_2} + \frac{\vec{\boldsymbol{V}}}{\vec{\boldsymbol{Z}}_3} = \vec{\boldsymbol{V}}\left(\frac{1}{\vec{\boldsymbol{Z}}_1} + \frac{1}{\vec{\boldsymbol{Z}}_2} + \frac{1}{\vec{\boldsymbol{Z}}_3}\right) = \frac{\vec{\boldsymbol{V}}}{\vec{\boldsymbol{Z}}_{\boldsymbol{T}}}$$

; y la inversa de la impedancia total por:

$$\boxed{\frac{1}{\vec{\boldsymbol{Z}}} = \frac{1}{\vec{\boldsymbol{Z}}_1} + \frac{1}{\vec{\boldsymbol{Z}}_2} + \frac{1}{\vec{\boldsymbol{Z}}_3}}$$

Por lo tanto se puede deducir que al conectar un circuito con varias $\boldsymbol{n}$ impedancias (inductivas y capacitivas) en paralelo a una tensión alterna senoidal de valor eficaz $\boldsymbol{V}$ y frecuencia $\boldsymbol{f}$:

a) Por el circuito pasa una corriente alterna senoidal de frecuencias $\boldsymbol{f}$ y de valor eficaz:

$$\boldsymbol{I} = \frac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{Z_T}}$$

b) La impedancia total del circuito tiene por valor: $$\boldsymbol{Z_T} = \frac{1}{\frac{1}{\boldsymbol{Z}_1} + \frac{1}{\boldsymbol{Z}_2} + \frac{1}{\boldsymbol{Z}_3} + \ldots + \frac{1}{\boldsymbol{Z_n}}}$$

en donde el valor del módulo de cada impedancia parcial vendría dado por: $\left|\boldsymbol{Z}\right| = \sqrt{\boldsymbol{R}^2 + \boldsymbol{X}^2}$

y el argumento (o ángulo de desfase de la impedancia parcial con respecto a la tensión aplicada $\boldsymbol{V}$): $\varphi = \boldsymbol{arc\ \ tg}\, \frac{\boldsymbol{X}}{\boldsymbol{R}}$

c) El ángulo de desfase total coincide con el argumento de la impedancia total.

d) La potencia total consumida por el circuito se divide en:

Potencia activa total ((**W**) $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{S} \cdot \mathbf{cos}\,\varphi = \boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{I} \cdot \mathbf{cos}\,\varphi$

Potencia reactiva total (**VAr**) $\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{sen}\varphi = \boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{I} \cdot \boldsymbol{sen}\varphi$

Potencia aparente total (**VA**) $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{Z_T} \cdot \boldsymbol{I}^2 = \boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{I}$

– La relación entre las tres potencias $\boldsymbol{S} = \sqrt{\boldsymbol{P}^2 + \boldsymbol{Q}^2}$

e) El factor de potencia vendría dado por: $\mathbf{cos}\,\varphi = \frac{\boldsymbol{P}}{\boldsymbol{S}}$

Caso particular de dos impedancias conectadas en paralelo

También se cumple en este caso la misma propiedad que en c.c. para dos resistencias acopladas en paralelo.

$$\frac{1}{\overrightarrow{\boldsymbol{Z_T}}} = \frac{1}{\overrightarrow{\boldsymbol{Z}_1}} + \frac{1}{\overrightarrow{\boldsymbol{Z}_2}} \quad \text{de donde} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{\boldsymbol{Z_T}} = \frac{\overrightarrow{\boldsymbol{Z}_1} \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{Z}_2}}{\overrightarrow{\boldsymbol{Z}_1} + \overrightarrow{\boldsymbol{Z}_2}}$$

Caso particular de un circuito paralelo *RL-C*

En el circuito de la figura se han conectado en paralelo una bobina de impedancia:

$$Z_1 = R + X_L\ j$$

y un condensador de capacidad C o bien de reactancia capacitiva:

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

Al que le aplicamos una tensión alterna de valor V.

En este caso se puede proceder partiendo de las intensidades parciales para sumarlas y así obtener la intensidad total (I). Después, se puede calcular la Z_T en caso de que sea necesaria.

$$I_1 = \frac{V}{Z_1} = \frac{V}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \quad \Rightarrow \quad I_a = I_1 \cdot \cos\varphi_1 \quad \text{y} \quad I_r = I_1 \cdot sen\varphi_1$$

$$I_2 = \frac{V}{X_C}$$

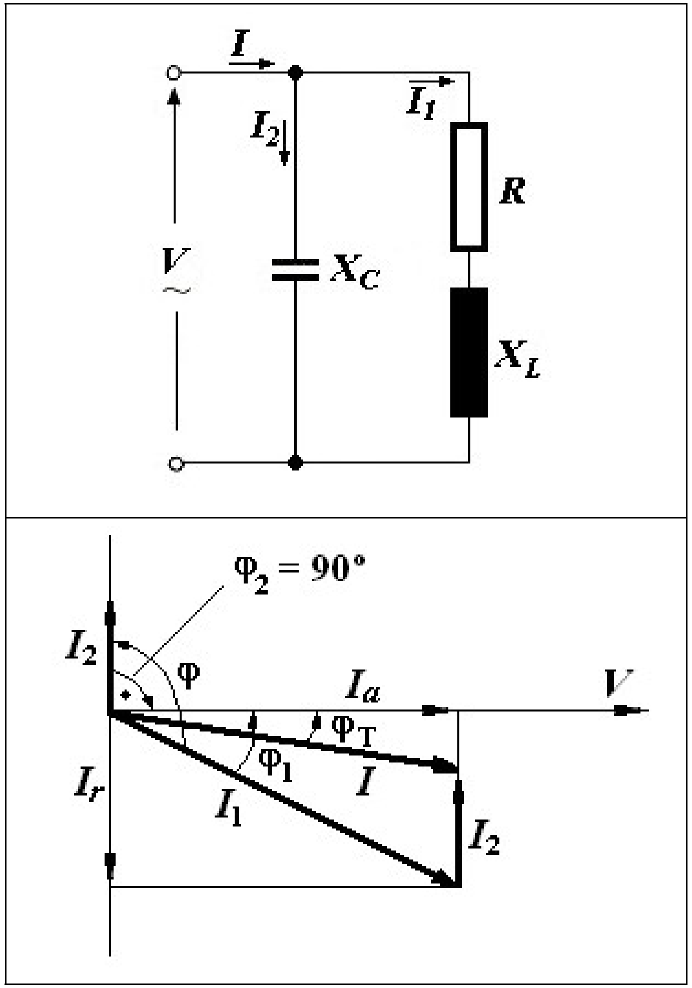
$$I = \sqrt{I_a^2 + (I_2 - I_r)^2} = \sqrt{(I_1 \cdot \cos\varphi_1)^2 + (I_2 - I_1 \cdot sen\varphi_1)^2} =$$
$$= \sqrt{(I_1 \cdot sen\varphi)^2 + (I_2 + I_1 \cdot \cos\varphi)^2}$$

de donde se deduce:

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2 \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \cos\varphi}$$

siendo $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \varphi_1 + 90º$ y el ángulo que corresponde al factor de potencia resultante:

$$\cos\varphi_T = \frac{I_1 \cdot \cos\varphi_1}{I}$$



Este tipo de circuito, paralelo *RL-C*, es de gran importancia a la hora de mejorar el factor de potencias de las instalaciones.

REPRESENTACIONES MEDIANTE NÚMEROS COMPLEJOS DE LAS MAGNITUDES ELÉCTRICAS FUNDAMENTALES DE LOS CIRCUITOS ANALIZADOS EN LOS APARTADOS ANTERIORES

Circuito	Tensión	Intensidad	Impedancia			
			Binómica	Polar	Módulo	Argumento
Paralelo RLC *(impedancias)*	$\vec{V} = V\angle 0º$	$\vec{I} = I\angle\varphi$ $\vec{I} = \frac{\vec{V}}{\vec{Z}} = \frac{V\angle 0º}{Z\angle -(\varphi)}$ *o bien:* $\vec{I} = \vec{V}\cdot\vec{Y} = V\angle 0º\cdot Y\angle\varphi$	*La impedancia:* $\vec{Z} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right) j}$ $\boxed{\frac{1}{\vec{Z}} = \frac{1}{\vec{R}} + \frac{1}{\vec{X_L}} + \frac{1}{\vec{X_C}}}$ *y la admitancia:* $\boxed{\vec{Y} = \frac{1}{\vec{Z}}} = \frac{1}{R} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right) j$	*La impedancia:* $\vec{Z} = \lvert Z\rvert\angle -(\varphi)$ *o bien:* $\vec{Z} = \frac{1}{\lvert Y\rvert\angle\varphi}$ *y la admitancia:* $\vec{Y} = \lvert Y\rvert\angle\varphi$	*La impedancia:* $\lvert Z\rvert = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2}}$ *y la admitancia:* $\lvert Y\rvert = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2}$	$\varphi = arc\ tg\frac{\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}}{\frac{1}{R}}$ *o también:* $\varphi = arc\ tg\left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)\cdot R$

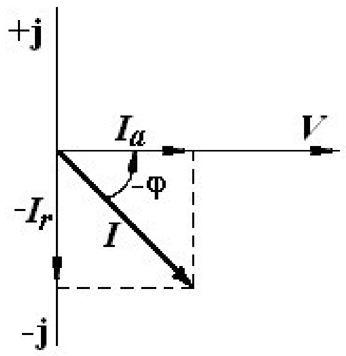
Circuito	Tensión	Intensidad	Binómica	Módulo	Argumento
Paralelo RLC *(general de impedancias)*	$\vec{V} = V\angle 0º$	$\vec{I_T} = \lvert I_T\rvert\angle\varphi_T$ $\vec{I_T} = \frac{\vec{V}}{\vec{Z_T}} = \frac{V\angle 0º}{Z_T\angle -(\varphi_T)}$ *o bien:* $\vec{I} = \vec{V}\cdot\vec{Y_T} = V\angle 0º\cdot Y_T\angle\varphi_T$	*La impedancia:* $\boxed{\frac{1}{\vec{Z_T}} = \frac{1}{\vec{Z_1}} + \frac{1}{\vec{Z_2}} + .. + \frac{1}{\vec{Z_n}}}$ *y la admitancia:* $\boxed{\vec{Y_T} = \vec{Y_1} + \vec{Y_2} + .. + \vec{Y_n}}$ *en donde cada impedancia vendría dada por:* $\vec{Z} = R + (X_L - X_C) j$ *y cada admitancia por:* $\vec{Y} = \frac{1}{R + (X_L - X_C) j}$	*La impedancia:* $\lvert Z_T\rvert = \frac{1}{\lvert Y\rvert}$ *y la admitancia:* $\lvert Y_T\rvert = \sqrt{(\text{parte real})^2 + (\text{parte imaginaria})^2}$ *en donde:* $\vec{Y_T} = \frac{1}{R_1 + (X_{L1} - X_{C1}) j} + \frac{1}{R_2 + (X_{L2} - X_{C2}) j} +$ $+ .... + \frac{1}{R_n + (X_{Ln} - X_{Cn}) j} =$ $= (\text{parte real}) + (\text{parte imaginaria}) j$	$\varphi_T = arc\ tg\frac{\text{parte imaginaria}}{\text{parte real}}$

Circuito	Tensión	Impedancia	Intensidad			
			Binómica	Polar	Módulo	Argumento
Paralelo ***RLC*** *(intensidades)*	$\vec{V} = V\angle 0^{o}$	$\vec{Z} = \frac{\vec{V}}{\vec{I}} = \frac{V\angle 0^{o}}{I\angle\varphi}$	$\vec{I} = I_R + (I_C - I_L)\ j$ $\boxed{\vec{I} = \overrightarrow{I_R} + \overrightarrow{I_L} + \overrightarrow{I_C}}$	$\vec{I} = \|I\|\angle\varphi$	$\|I\| = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2}$ *en donde el módulo de cada intensidad vendría dado por*: $I_R = \frac{V}{R};$ $I_L = \frac{V}{X_L};$ $I_C = \frac{V}{X_C}$	$\varphi = arc\ tg \frac{I_C - I_L}{R}$
Paralelo ***RLC*** *(general de intensidades)*	$\vec{V} = V\angle 0^{o}$	$\overrightarrow{Z_T} = \frac{\vec{V}}{\overrightarrow{I_T}} = \frac{V\angle 0^{o}}{I\angle\varphi_T}$	$\overrightarrow{I_T} = I_{aT} + I_{rT}\ j$ $\boxed{\overrightarrow{I_T} = \overrightarrow{I_1} + \overrightarrow{I_2} + ... + \overrightarrow{I_n}}$ *en donde cada intensidad de rama vendría dada por:* $\overrightarrow{I_1} = I_{a1} + I_{r1}\ j = I_1 \cdot \cos\varphi_1 + I_1 \cdot sen\varphi_1\ j$ $\overrightarrow{I_2} = I_{a2} + I_{r2}\ j = I_2 \cdot \cos\varphi_2 + I_2 \cdot sen\varphi_2\ j$ .... $\overrightarrow{I_n} = I_{an} + I_{rn}\ j = I_n \cdot \cos\varphi_n + I_n \cdot sen\varphi_n\ j$ *teniendo en cuenta, que el ángulo (φ) de desfase entre la tensión (V) y la intensidad (I), será ($-$), cuando el circuito sea de predominio inductivo, o ($+$) si el circuito es de predominio capacitivo.*	$\overrightarrow{I_T} = \|I_T\|\angle\varphi_T$	$\|I_T\| = \sqrt{I_{aT}^2 + I_{rT}^2}$ *en donde el módulo de cada intensidad total vendría dado por*: $I_{aT} = I_{a1} + I_{a2} + ... + I_{an}$ $I_{rT} = I_{r1} + I_{r2} + ... + I_{rn}$ *y el de cada intensidad parcial por*: $I_a = I \cdot \cos\varphi$ $I_r = I \cdot sen\varphi$	$\varphi_T = arc\ tg \frac{I_{rT}}{I_{aT}}$

Circuito	Tensión	Intensidad	Potencia aparente			
			Binómica	Polar	Módulo	Argumento
Paralelo o serie *(de potencias)*	$\vec{V} = V\angle 0^o$	$\vec{I}^* = I\angle -(\varphi)$	$\vec{S} = P + Q\ j$ $\boxed{\vec{S} = \vec{P} + \vec{Q}}$	$\vec{S} = \lvert S\rvert \angle \varphi$	$\lvert S\rvert = \sqrt{P^2 + Q^2}$ *en donde el módulo de cada potencia vendría dado por*: $P = V \cdot I \cdot \cos\varphi$ $Q = V \cdot I \cdot sen\varphi$ *o bien* $Q = P \cdot tg\varphi$	$\varphi = arc\ \ tg\,\dfrac{Q}{P}$
Paralelo o serie *(general de potencias)*	$\vec{V} = V\angle 0^o$	$\vec{I_T}^* = I_T\angle -(\varphi_T)$	$\vec{S_T} = P_T + Q_T\ j$ $\boxed{\vec{S_T} = \vec{S_1} + \vec{S_2} + ... + \vec{S_n}}$ *en donde cada potencia vendría dada por:* $\vec{S_1} = P_1 + Q_1\ j = V \cdot I_1 \cdot \cos\varphi_1 + V \cdot I_1 \cdot sen\varphi_1\ j$ $\vec{S_2} = P_2 + Q_2\ j = V \cdot I_2 \cdot \cos\varphi_2 + V \cdot I_2 \cdot sen\varphi_2\ j$ .... $\vec{S_n} = P_n + Q_n\ j = V \cdot I_n \cdot \cos\varphi_n + V \cdot I_n \cdot sen\varphi_n\ j$	$\vec{S_T} = \lvert S_T\rvert \angle \varphi_T$	$\lvert S_T\rvert = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2}$ *en donde el módulo de cada potencia total vendría dado por*: $P_T = P_1 + P_2 + ... + P_n$ $Q_T = Q_1 + Q_2 + ... + Q_n$ *y el de cada potencia parcial por*: $P = V \cdot I \cdot \cos\varphi$ $Q = V \cdot I \cdot sen\varphi$ *o bien* $Q = P \cdot tg\varphi$	$\varphi_T = arc\ \ tg\,\dfrac{Q_T}{P_T}$

Nota:

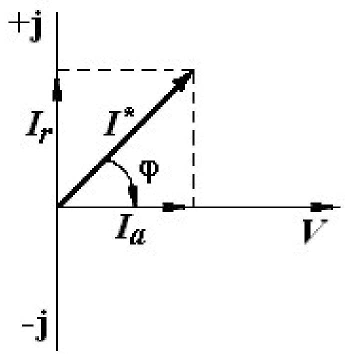
*El triángulo de potencias, para una mejor representación y comprensión gráfica, se obtiene de multiplicar el vector de la tensión ($\vec{V}$), por el vector conjugado de la intensidad ($\vec{I}$ *). El hecho de esta multiplicación, es con el fin de obtener una potencia reactiva (Q) de signo (+) cuando se trata de un circuito con predominio inductivo, o de obtener el signo (–) cuando se trata de un circuito con predominio capacitivo.*



El conjugado de un número complejo en corriente alterna, es otro número complejo que tiene la misma parte real (componente activa) y la misma parte imaginaria (componente reactiva) pero esta con signo opuesto.

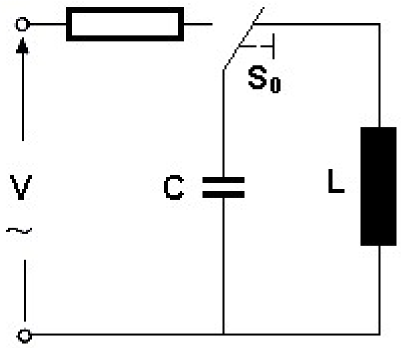
En la figuras podemos ver la representación gráfica del complejo de una intensidad ($\vec{I} = I_a - I_r\ \ j$)

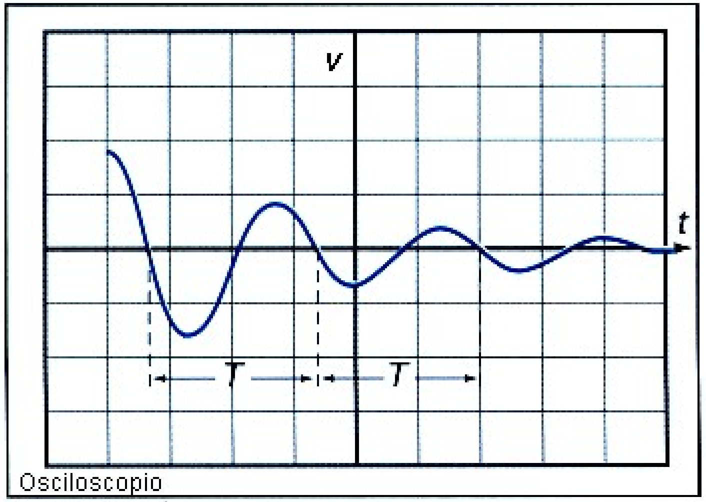
y de su conjugado ($\vec{I}^* = I_a + I_r\ \ j$).



CIRCUITOS OSCILANTES

Son aquellos que están formados por bobinas y condensadores, conectados de tal forma que se intercambia entre ellos energía eléctrica.





Al conectar un osciloscopio al circuito se observa que la tensión describe unas oscilaciones empezando en un máximo ya que el condensador está cargado inicialmente. Los periodos (T) de estas oscilaciones son iguales y las amplitudes decrecen hasta anularse, es decir son *oscilaciones amortiguadas*. El amortiguamiento se debe a la resistencia óhmica del circuito, que hace que la energía eléctrica se vaya disipando en forma de calor por efecto Joule.

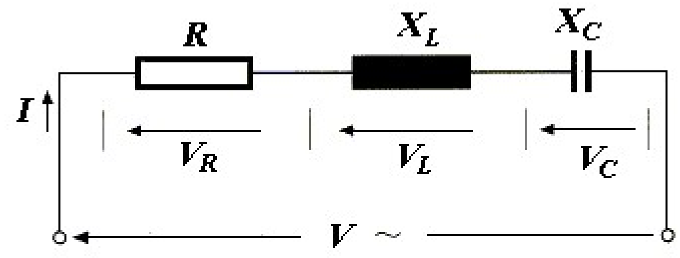
RESONANCIA

Para que la oscilación de un circuito LC no se amortigüe, es necesario suministrar una energía exterior cuya tensión alterna, tenga las misma frecuencia que la **frecuencia propia** del circuito. Se dice entonces que el circuito está en **resonancia**, y a la frecuencia con la que se produce el intercambio constate de energía, se le llama **frecuencia de resonancia** (f_r).

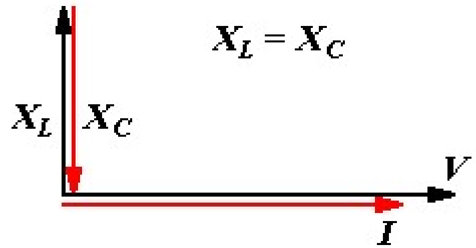
Se alcanza la resonancia en un circuito LC, cuando el valor de la reactancia inductiva es igual al de la reactancia capacitiva.

$$\boxed{X_L = X_C}$$ de donde se deduce que: $$\boxed{f_r = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}}$$

RESONANCIA EN UN CIRCUITO SERIE RLC (LLAMADA TAMBIÉN RESONANCIA DE TENSIÓN)



Un circuito de resistencia $\boldsymbol{R}$, autoinducción $\boldsymbol{L}$ y capacidad $\boldsymbol{C}$ en serie, conectado a una tensión alterna senoidal de valor eficaz $\boldsymbol{V}$ y frecuencia $\boldsymbol{f}$, está en resonancia, cuando la intensidad ($\boldsymbol{I}$) de c.a. que lo recorre está en fase con la tensión ($\boldsymbol{V}$) aplicada. Esto ocurre cuando el valor de la reactancia inductiva es igual al de la reactancia capacitiva ($X_L = X_C$), como consecuencia se cumple:



– La reactancia total es nula: $X = X_L - X_C = 0$

– La impedancia total del circuito es igual a la resistencia óhmica de éste: $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + 0} = R$

– El ángulo de desfase entre la intensidad y la tensión es nulo:

$$\varphi = arc\ \ tg\,\frac{X_L - X_C}{R} = arc\ \ tg\ \ 0 = 0^{\circ}$$

– La intensidad tomará un valor muy elevado al estar limitada solamente por la resistencia óhmica del circuito. $I = \frac{V}{Z} = \frac{V}{R}$

Si el **valor de la resistencia $\boldsymbol{R}$** es **muy bajo**, el circuito cuando está en resonancia, actúa como un cortocircuito y por lo tanto **pueden aparecer** en el condensador y bobina, **tensiones muy superiores a la tensión aplicada**, que pueden llegar a ser peligrosas (por eso se le llama también *resonancia de tensión*).

– La frecuencia de resonancia: como $X_L = X_C$ se verifica que:

$$2\cdot\pi\cdot f_r\cdot L = \frac{1}{2\cdot\pi\cdot f_r\cdot C};\qquad f_r^{\,2} = \frac{1}{4\cdot\pi^2\cdot L\cdot C};\qquad f_r = \sqrt{\frac{1}{4\cdot\pi^2\cdot L\cdot C}}$$

, y simplificando $\boxed{f_r = \frac{1}{2\cdot\pi\cdot\sqrt{L\cdot C}}}$

RESONANCIA EN UN CIRCUITO PARALELO RLC O ANTIRESONANCIA (LLAMADA TAMBIÉN RESONANCIA DE CORRIENTE)

Una bobina de resistencia $\boldsymbol{R}$ y coeficiente de autoinducción $\boldsymbol{L}$, en paralelo con un condensador de capacidad $\boldsymbol{C}$, conectados a una tensión alterna senoidal de valor eficaz $\boldsymbol{V}$ y frecuencia $\boldsymbol{f}$, están en resonancia cuando la intensidad total absorbida $\boldsymbol{I}$ está en fase con la tensión aplicada. Esto ocurre cuando el valor de la reactancia inductiva es igual al de la reactancia de capacitiva ($X_L = X_C$), como consecuencia se cumple:

- Cuando el circuito está en resonancia la intensidad total absorbida es muy pequeña; el circuito tiene una impedancia muy grande.
- El ángulo de desfase entre la intensidad y la tensión es nulo:

$$\varphi = arc\ \ tg\ \frac{X_L - X_C}{R} = arc\ \ tg\ \ 0 = 0º$$

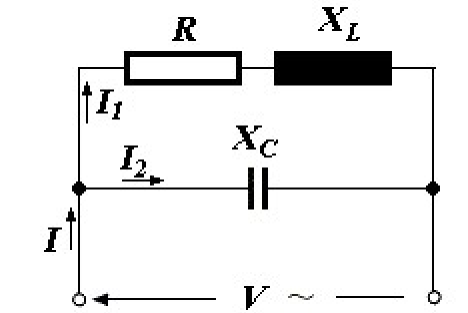
- Si la resistencia de la bobina es muy pequeña (R = 0), la intensidad total absorbida es nula (I = 0) y el circuito actúa como si estuviese abierto (impedancia infinita $Z = \infty$):

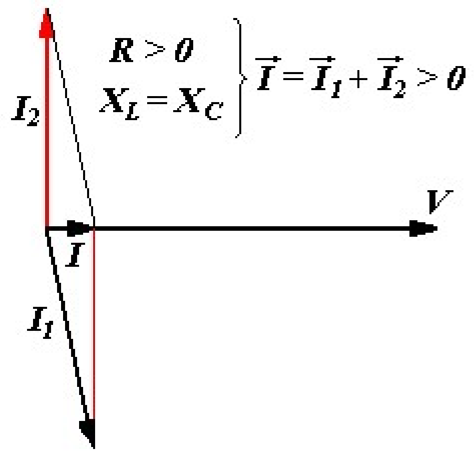
$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C} = 0 \quad \text{luego} \quad Z = \frac{1}{0} = \infty$$

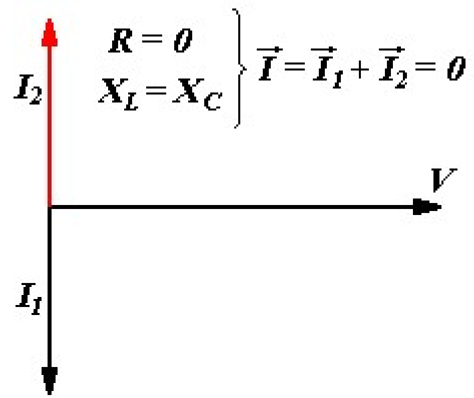
  Por el contrario **pueden aparecer** entre la bobina y el condensador, **intensidades muy elevadas**, que pueden llegar a ser peligrosas, aunque sus efectos se anulen entre sí (por ello se le llama también *resonancia de corriente*).

- La frecuencia de resonancia, al igual que en resonancia serie vendrá dada por:

$$\boxed{f_r = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}}$$







POTENCIAS EN CIRCUITOS DE CORRIENTE ALTERNA

En los circuitos expuestos en los apartados anteriores hemos podido comprobar como se obtenía el triángulo de potencias, a partir de los triángulos de tensiones o impedancias (circuitos serie) y de intensidades o impedancias (circuitos paralelo).

En dicho triángulo se representan los tres tipos de potencias que aparecen en todo circuito de c.a., y que a continuación se van a definir cada una de ellas, con las expresiones más comunes utilizadas para la obtención de sus valores.

Potencia Activa (P)

Es la parte de la energía suministrada que realmente se consume en el circuito, la única capaz de producir trabajo. Es además la potencia que miden los vatímetros. Su unidad de medida es el vatio (**W**), y para calcularla se utilizan las siguientes expresiones:

$$\boxed{P = R \cdot I^2} \; ; \quad \text{o bien} \quad \boxed{P = V \cdot I \cdot \cos\varphi}$$

Potencia Reactiva (Q)

Es la parte de la energía suministrada que realmente no se consume en el circuito, únicamente se intercambia entre generador y circuito receptor. Son sólo pérdidas y no se transforma en ningún tipo de energía útil, dando lugar a un aumento de la intensidad y por lo tanto de la potencia que ha de suministrar el generador. Su unidad de medida es el voltio-amperio-reactivo (**VAr**), y para calcularla se utilizan las siguientes expresiones:

$$\boxed{Q = X \cdot I^2} \; ; \quad \text{o bien} \quad \boxed{Q = V \cdot I \cdot sen\varphi}$$

Potencia Aparente (S)

Es la potencia total suministrada y que por lo tanto tiene que producir el generador. Es la que transportan los conductores que alimentan al circuito. Su unidad de medida es el voltio-amperio (**VA**), y para calcularla se utiliza la siguiente expresión:

$$\boxed{S = V \cdot I}$$

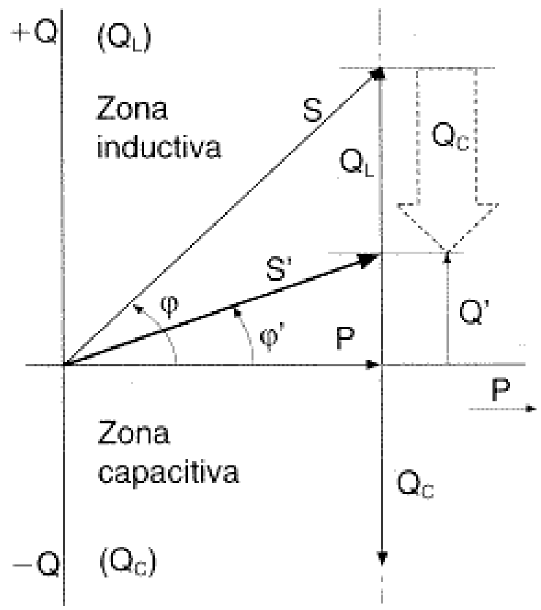
FACTOR DE POTENCIA

Es la relación que existe entre la potencia activa (útil) y la potencia aparente (suministrada), coincide esta definición con el $\cos\varphi$, como puede comprobarse en cualquier triángulo de potencias de los circuitos analizados con anterioridad. Indica que parte de potencia suministrada (aparente) se transforma en energía útil (activa).

$$\boxed{F.P. = \cos\varphi = \frac{P}{S}}$$

COMPENSACIÓN DEL FACTOR DE POTENCIA

La mayoría de las instalaciones industriales suelen utilizar normalmente receptores de tipo inductivo (motores, lámparas de descarga, transformadores, electroimanes, etc.), esto lugar a un aumento de la energía reactiva (energía no útil o perdida) y por lo tanto de la potencia aparente que se ha de suministrar y de la intensidad que circula por los conductores de la línea que alimentan la instalación. En consecuencia, se produce un aumento en los costos de producción de energía y en el diseño (aumento de sección en los conductores de las líneas de alimentación) de dichas instalaciones.



Se consigue compensar esta energía reactiva, instalando un condensador o batería de condensadores en paralelo con el receptor o conjunto receptores de la instalación.

Para el cálculo de la capacidad de este condensador o batería de condensadores, analizaremos el triángulo de potencias (antes y después de la compensación):

$$tg\ \varphi = \frac{Q_L}{P} \quad ; \quad \text{de donde:} \quad Q_L = P \cdot tg\ \varphi$$

$$tg\ \varphi' = \frac{Q'}{P} \quad ; \quad \text{de donde:} \quad `Q' = P \cdot tg\ \varphi'$$

La potencia reactiva (Q_C), necesaria para compensar el factor de potencia vendría dada por:

$$Q_C = Q_L - Q' = P \cdot tg\ \varphi - P \cdot tg\ \varphi' = P \cdot (tg\ \varphi - tg\ \varphi')$$

y como también:

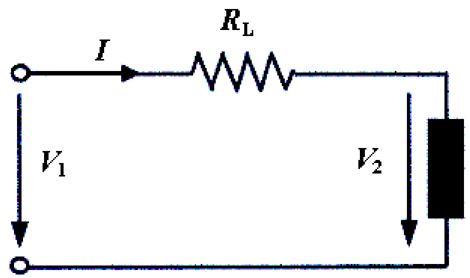
$$Q_C = \omega \cdot C \cdot V^2 = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C \cdot V^2$$ *(ver circuito con capacitivo puro)*

se deduce que:

$$\boxed{C = \frac{P \cdot (tg\ \varphi - tg\ \varphi')}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot V^2}}$$

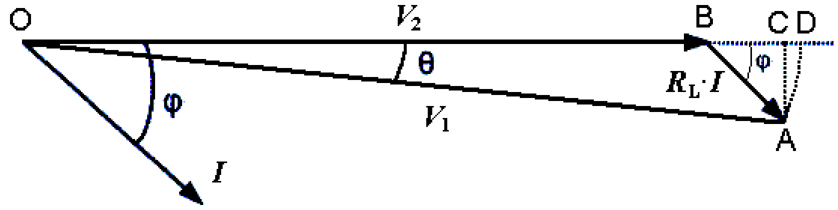
Expresión que determinar la capacidad necesaria que deberá tener el condensador o batería de condensadores, para compensar el **F**actor de **P**otencia (ángulo de desfase φ) inicial y otro **F**actor de **P**otencia (ángulo de desfase **φ'**) final, que se desea obtener.

CAÍDAS DE TENSIÓN EN LAS LÍNEAS ELÉCTRICAS MONOFÁSICAS



Al igual que ocurría con las líneas de c.c., en las líneas de c.a. también se produce una caída de tensión (ΔV) en los conductores, que habrá que tener en cuenta a la hora de calcular la sección de los mismos.

La expresión que se utiliza para el cálculo de la c.d.t. que se produce en una línea, se deduce partiendo de la línea representada en la figura superior, de la que se obtiene el diagrama vectorial de la figura inferior, para un determinado ángulo φ, de una carga óhmica (en c.a. monofásica, la contribución a la c.d.t. por efecto de la inductancia se considera despreciable frente al efecto óhmico de la resistencia).



La tensión al principio de la línea es:

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_2 + \Delta\vec{V}$$

La c.d.t. en la línea será, pues, la diferencia entre las tensiones de principio y final:

$$\Delta\vec{V} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2$$

Debido al pequeño valor del ángulo θ, entre las tensiones de principio (V_1) y final de la línea (V_2), se puede asumir sin cometer prácticamente ningún error, que el vector $\vec{V}$, es igual a su proyección horizontal.

De acuerdo con este criterio y como el punto **A** es el extremo del radio V_1, puede tomarse el segmento **BC** como el **BD**:

$$\Delta V = V_1 - V_2 = OD - OB = BD \approx OC - OB \approx BC$$

De esta forma, el segmento **BC** es la proyección de la caída de tensión sobre la dirección **BC**:

$$BC = R_L \cdot I \cdot \cos\varphi \approx BD$$

Así, pues, la c.d.t. aproximada viene dada por:

$$\boxed{\Delta V = R_L \cdot I \cdot \cos\varphi}$$

Si en esta última expresión sustituimos:

- La resistencia ($\boldsymbol{R_L}$), a partir de la fórmula general de la resistencia: $\boldsymbol{R} = \rho \cdot \dfrac{\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{S}}$

  y como se trata de una línea de transporte el valor de su resistencia ($\boldsymbol{R_L}$), es el doble, pues hay un conductor de ida, y otro de vuelta, ambos con el mismo valor de resistencia ($\boldsymbol{R}$), por lo que:

$$\boldsymbol{R_L} = 2 \cdot \boldsymbol{R} = 2 \cdot \rho \cdot \frac{\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{S}}$$

- La corriente activa ($\boldsymbol{I} \cdot \mathbf{cos}\varphi$), a partir de la fórmula de la potencia activa:

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{V}_1 \cdot \boldsymbol{I} \cdot \mathbf{cos}\varphi \quad \text{de donde:} \quad \boldsymbol{I} \cdot \mathbf{cos}\varphi = \frac{\boldsymbol{P}}{\boldsymbol{V}_1}$$

Obtenemos:

$$\Delta \boldsymbol{V} = \frac{2 \cdot \rho \cdot \boldsymbol{L} \cdot \boldsymbol{P}}{\boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{V}_1} \quad \text{y por lo tanto la sección de los conductores será:} \quad \boldsymbol{S} = \frac{2 \cdot \rho \cdot \boldsymbol{L} \cdot \boldsymbol{P}}{\Delta \boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}_1}$$

En la práctica, y para instalaciones de **B**aja **T**ensión se suele trabajar con el inverso de la resistividad que se denomina conductividad "γ", (a la temperatura de 20 ºC es de $\gamma = 56$ m/Ω·mm^2.para el **Cu** y de $\gamma = 35$ m/Ω·mm^2 para el **Al**). Además se suele utilizar la letra "***e***" para designar a la caída de tensión en voltios, y la letra "***V***" para designar la tensión de la línea. Con estas simplificaciones se obtienen las expresión siguiente para determinar la sección en función de la potencia activa.

$$\boxed{\boldsymbol{S} = \frac{2 \cdot \boldsymbol{L} \cdot \boldsymbol{P}}{\gamma \cdot \boldsymbol{e} \cdot \boldsymbol{V}}}$$