

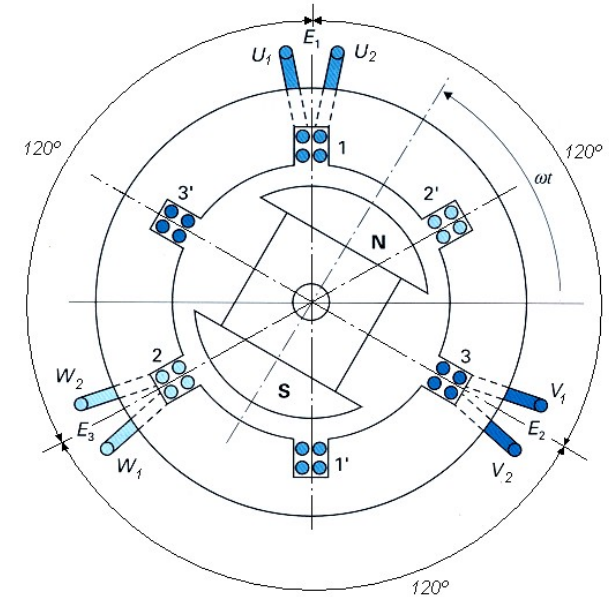
CORRIENTE ALTERNA TRIFÁSICA

Es un conjunto de tres corrientes alternas de iguales características (amplitud y frecuencia) y desfasadas entre sí un tercio de período o 120° ($2 \cdot \pi/3$ radianes).

ALTERNADOR TRIFÁSICO

Es un generador de corriente alterna que mantiene entre sus bornes un sistema trifásico de tensiones: tres tensiones alternas senoidales de iguales características y desfasadas entre sí un tercio de período o 120° ($2 \cdot \pi/3$ radianes).

Cada tensión se mantiene en bornes de un grupo de bobinas conectadas entre sí, llamadas bobinas de fase; de forma que el alternador tiene tres fases y seis bornes.



SISTEMA TRIFÁSICO

El sistema trifásico es el más utilizado de los sistemas polifásicos y esta constituido por un conjunto de tres monofásicos.

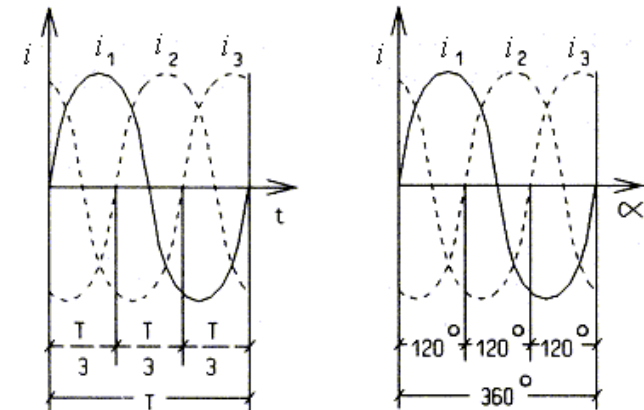
Representación gráfica de magnitudes trifásicas senoidales

1º.- Representación cartesiana: se representa mediante tres senoides desfasadas 120° o un tercio de período.

- En función del tiempo: se toma el valor de la magnitud en ordenadas y el tiempo en abscisas.
- En función del ángulo: se toma el valor de la magnitud en ordenadas y el del ángulo en abscisas, teniendo en cuenta que al tiempo de un período le corresponden 360° o 2π radianes.

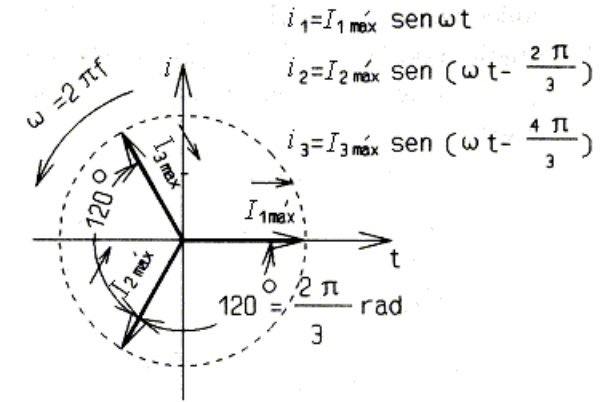
2º.- Representación Vectorial: se representan las magnitudes mediante tres vectores giratorios iguales (fasores), de módulo el valor máximo de la magnitud y que giran con movimiento uniforme, realizando una rotación en el tiempo de un período con velocidad angular:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = \frac{2 \cdot \pi}{T} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$



En la práctica se representan los vectores con módulo del valor eficaz.
 La suma de las tres magnitudes del sistema trifásico en cualquier instante es nula.

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

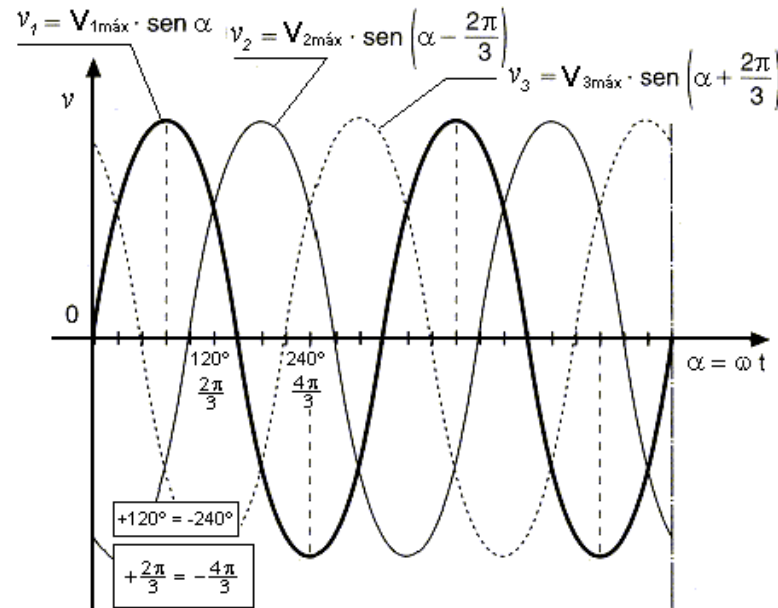
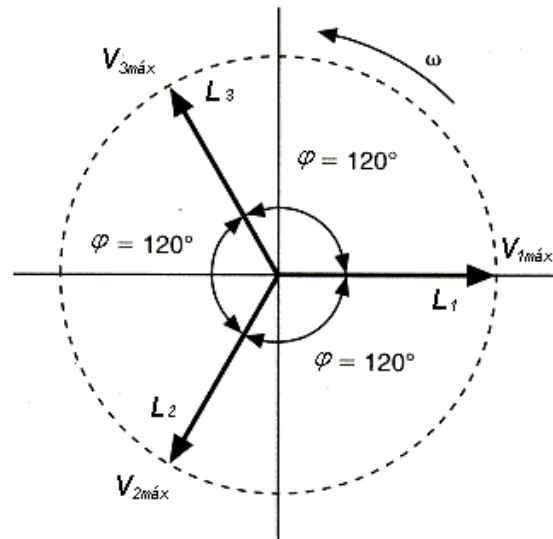


Sistema equilibrado

Se caracteriza por **la igualdad de tensiones e intensidades en todas las fases**. Las intensidades en cada una de las fases irán en fase, en retraso o en adelanto, respecto de la tensión en función de las características de la carga, según sea esta resistiva, inductiva o capacitativa.

Sistema desequilibrado

Aquel cuyas tensiones cumplen la definición de sistema trifásico, pero **las intensidades** que se consumen **son distintas** en cada uno de los conductores de línea. El desequilibrio puede ser con receptores de igual naturaleza pero de distinto consumo.

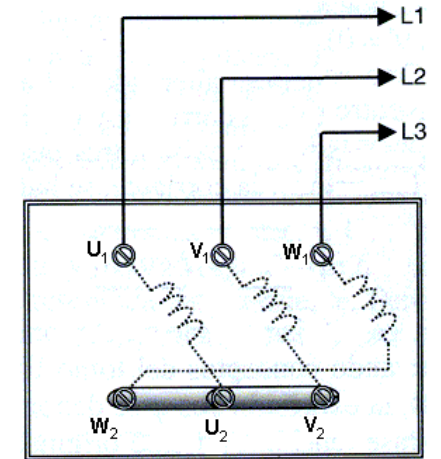
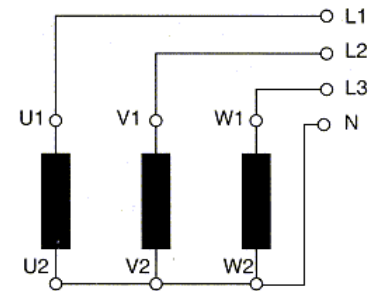


CONEXIONES DE UN SISTEMA TRIFÁSICO

Tanto en generadores como en receptores, los tres devanados monofásicos o fases de un sistema trifásico se pueden conectar en:

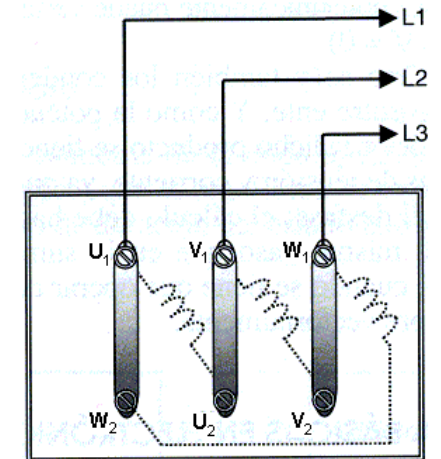
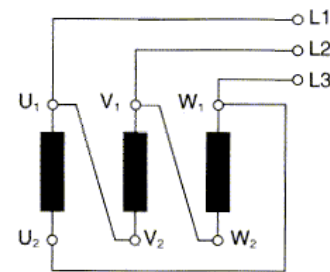
Conexión en estrella (Y,y)

Tanto un receptor como un generador trifásico pueden conectarse en estrella. Consiste en unir los tres extremos finales de los devanados o fases (U_2 , V_2 , W_2) en un punto común, llamado centro de la estrella, los tres principios (U_1 , V_1 , W_1) se conectan directamente a los tres conductores activos (L_1 , L_2 , L_3) y el punto común a un conductor llamado **neutro (N)**, formando cada una de las fases del sistema trifásico.



Conexión en triángulo (D,d)

Tanto un receptor como un generador trifásico pueden conectarse en triángulo. Consiste en unir el final de un devanado o fase con el principio del siguiente (U_2-V_1 , V_2-W_1), y el final del tercer devanado con el principio del primero (W_2-U_1) para cerrar el triángulo. Las conexiones entre devanados o fases se conectan directamente a los tres conductores activos (L_1 , L_2 , L_3), formando cada una de las fases del sistema trifásico.



TENSIONES E INTENSIDADES EN UN SISTEMA TRIFÁSICO

Se llama **tensión de línea** V_L (o tensión compuesta V_C), a la tensión existente entre conductores activos o hilos de fase de un sistema trifásico.

Se llama **tensión de fase** V_f (o tensión simple V_S), a la tensión existente entre extremos de un devanado o fase.

Se llama **intensidad de línea** I_L , a la intensidad que circula por cada conductor activo o hilo de fase de un sistema trifásico.

Se llama **intensidad de fase** I_f , a la intensidad que circula por un devanado o fase.

RELACIÓN DE TENSIONES E INTENSIDADES EN UNA CONEXIÓN ESTRELLA EQUILIBRADA (CON Y SIN NEUTRO)

La conexión se llama equilibrada cuando son iguales en amplitud y frecuencia, las tensiones y las intensidades en las tres fases.

- a) Las intensidades de fase que circulan por cada devanado son iguales a las intensidades de línea.

$$\boxed{I_L = I_f}; \quad I_{L1} = I_{L2} = I_{L3} = I_L; \quad I_{f1} = I_{f2} = I_{f3} = I_f$$

- b) Las tensiones de línea y de fase están en relación de $\sqrt{3}$, como se deduce en la representación vectorial.

$$\boxed{V_L = \sqrt{3} \cdot V_f}; \quad V_{L1} = V_{L2} = V_{L3} = V_L; \quad V_{f1} = V_{f2} = V_{f3} = V_f$$

- c) Cuando existe neutro, la intensidad por el conductor neutro es igual a cero.

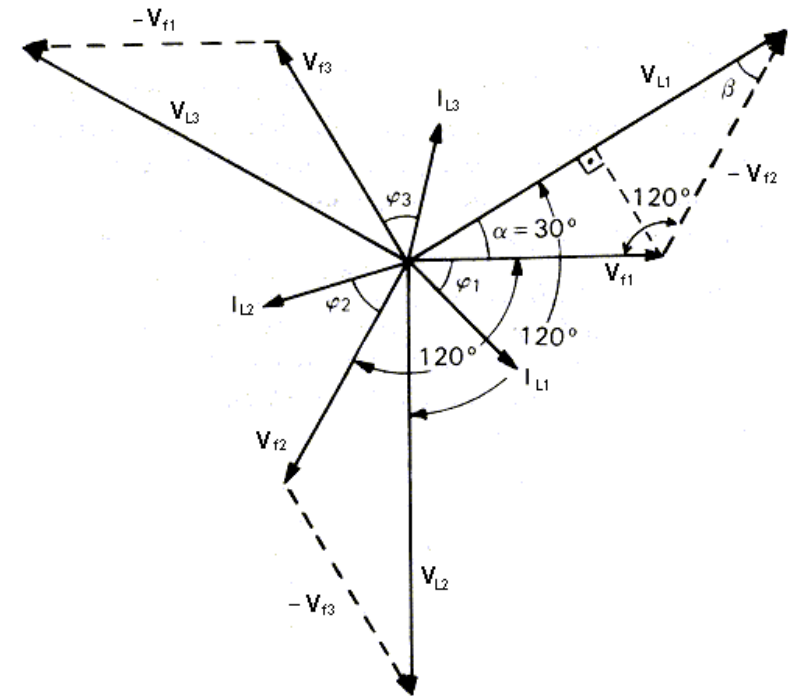
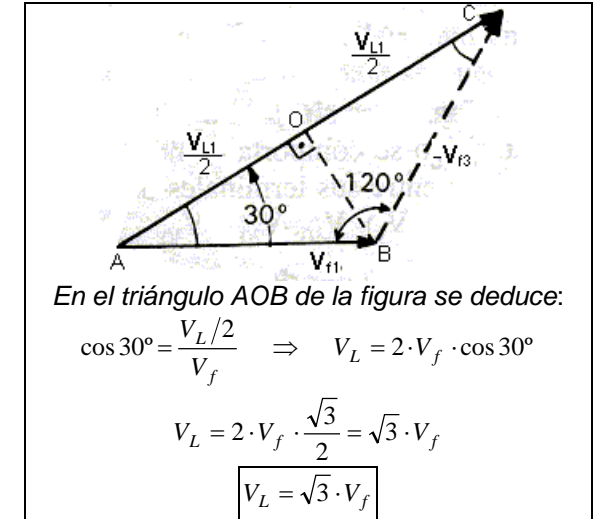
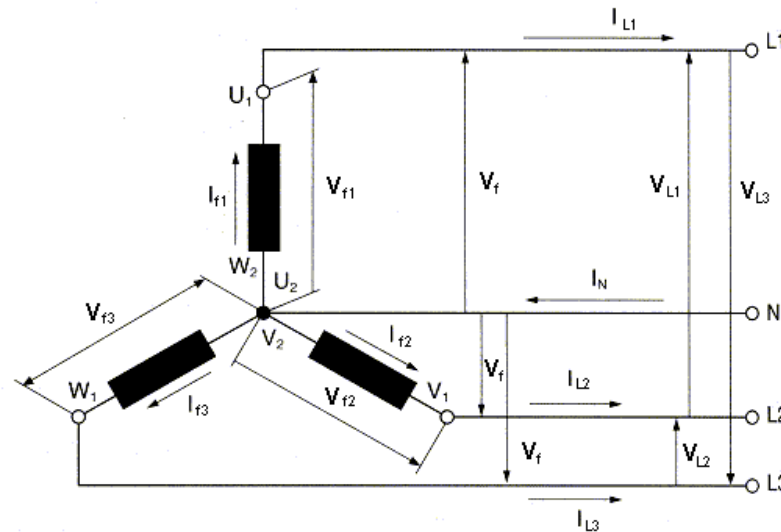
$$\boxed{I_N = 0}; \quad \vec{I}_N = \vec{I}_{L1} + \vec{I}_{L2} + \vec{I}_{L3}$$

Si aplicamos la 2ª Ley de Kirchhoff a cada una de las mallas que se forman entre las tensiones de fase y las tensiones de línea, tendremos:

$$\text{Malla } (L_1 - L_2) \Rightarrow V_{L1} = V_{f1} - V_{f2}$$

$$\text{Malla } (L_2 - L_3) \Rightarrow V_{L2} = V_{f2} - V_{f3}$$

$$\text{Malla } (L_3 - L_1) \Rightarrow V_{L3} = V_{f3} - V_{f1}$$



RELACIÓN DE TENSIONES E INTENSIDADES EN UNA CONEXIÓN TRIÁNGULO EQUILIBRADA

La conexión se llama equilibrada cuando son iguales en amplitud y frecuencia, las tensiones y las intensidades en las tres fases.

- a) **En este tipo de conexión** se deduce que los devanados están en paralelo entre cada dos conductores de línea y, por tanto, **las tensiones de línea son iguales a las tensiones de fase.**

$$\boxed{V_L = V_f}; \quad V_{L1} = V_{L2} = V_{L3} = V_L; \quad V_{f1} = V_{f2} = V_{f3} = V_f$$

- b) **Las intensidades de línea y de fase están en relación de $\sqrt{3}$, como se deduce en la representación vectorial.**

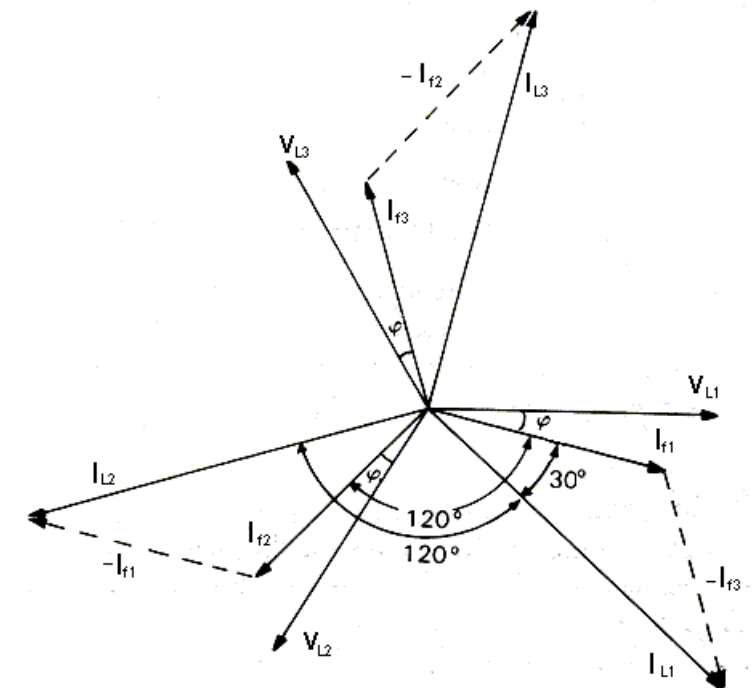
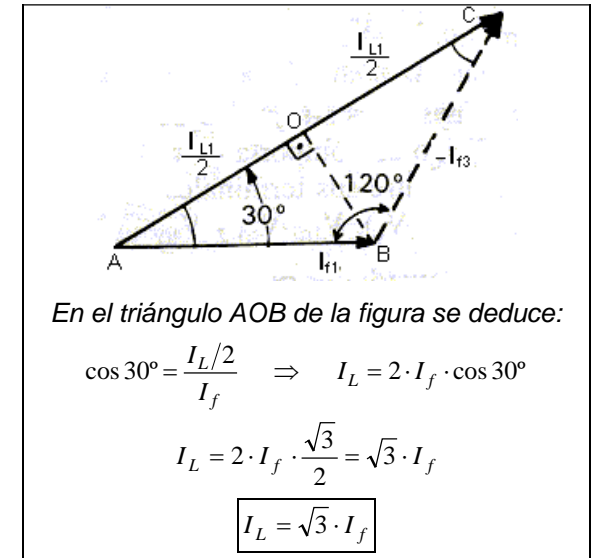
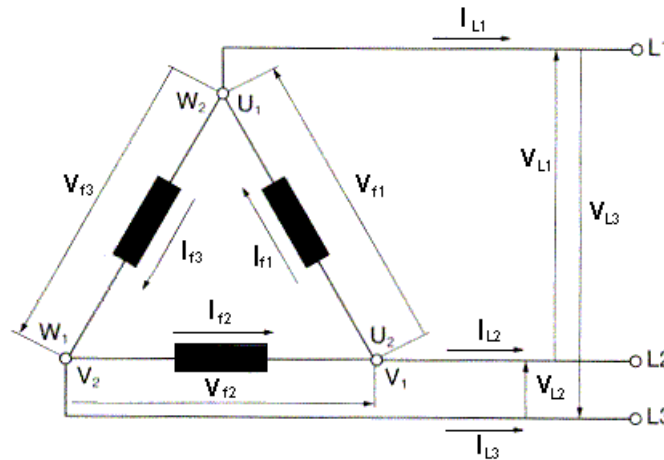
$$\boxed{I_L = \sqrt{3} \cdot I_f}; \quad I_{L1} = I_{L2} = I_{L3} = I_L; \quad I_{f1} = I_{f2} = I_{f3} = I_f$$

Para determinar la relación de las corrientes de línea con las de fase, aplicamos la 1ª Ley de Kirchhoff a cada uno de los nudos que forman la conexión en triángulo:

$$\text{Nudo } (U_1 - W_2) \Rightarrow I_{L1} = I_{f1} - I_{f3}$$

$$\text{Nudo } (V_1 - U_2) \Rightarrow I_{L2} = I_{f2} - I_{f1}$$

$$\text{Nudo } (W_1 - V_2) \Rightarrow I_{L3} = I_{f3} - I_{f2}$$



CARGAS EQUILIBRADAS EN SISTEMAS TRIFÁSICOS

Al estudiar los circuitos trifásicos, hay que tener en cuenta si el receptor está constituido por cargas equilibradas (impedancias iguales), y además, si está conectado en estrella o en triángulo.

Conexión en estrella de cargas equilibradas (con y sin neutro)

En este tipo de conexión se cumple:

- a) Que la carga está formada por **tres impedancias iguales** alimentadas por un sistema equilibrado de tensiones, y que las **intensidades de línea y de fase son iguales**.

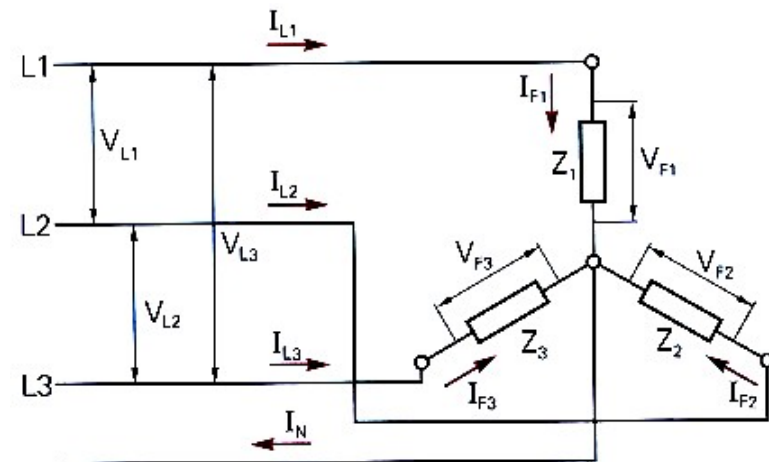
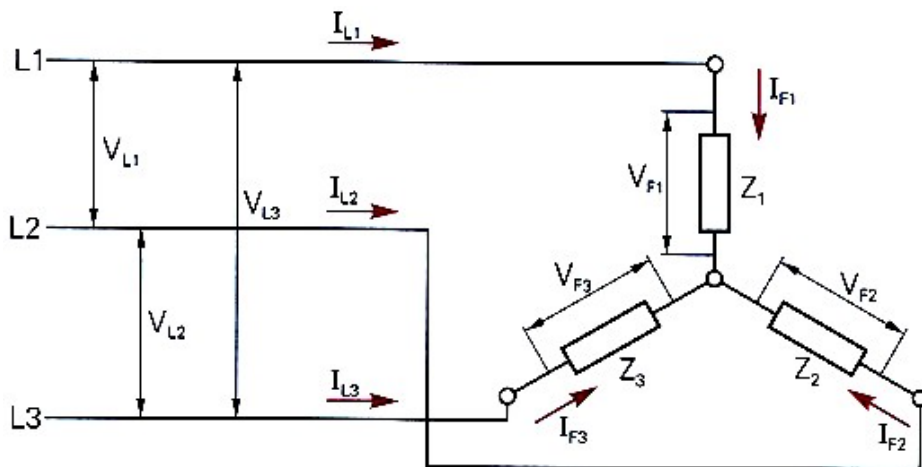
$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z; \quad I_{L1} = I_{f1}; \quad I_{L2} = I_{f2}; \quad I_{L3} = I_{f3}; \quad I_L = I_f$$

- b) En cuanto a las **tensiones de fase y de línea**, dado que la alimentación está **equilibrada en tensiones**, resulta:

$$V_{f1} = V_{f2} = V_{f3} = V_f; \quad V_{L1} = V_{L2} = V_{L3} = V_L; \quad V_f = \frac{V_L}{\sqrt{3}}; \quad \text{o bien } V_L = \sqrt{3} \cdot V_f$$

- c) **Que las tensiones de fase y las intensidades de fase.** Por aplicación de la ley de Ohm, se deduce:

$$V_f = Z \cdot I_f = Z \cdot I_L; \quad I_L = I_f = \frac{V_f}{Z} = \frac{V_L}{\sqrt{3} \cdot Z}$$



Conexión en triángulo de cargas equilibradas

En este tipo de conexión se cumple:

- a) Que la carga está formada por **tres impedancias iguales** alimentadas por un sistema equilibrado de tensiones, y que las **tensiones de línea y de fase son iguales**.

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z;$$

$$V_{L1} = V_{f1}; \quad V_{L2} = V_{f2}; \quad V_{L3} = V_{f3}; \quad V_L = V_f$$

- b) En cuanto a las **intensidades de fase y de línea**, dado que la **alimentación está equilibrada en tensiones**, resulta:

$$I_{f1} = I_{f2} = I_{f3} = I_f; \quad I_{L1} = I_{L2} = I_{L3} = I_L;$$

$$I_f = \frac{I_L}{\sqrt{3}}; \quad \text{o bien} \quad I_L = \sqrt{3} \cdot I_f$$

- c) **Que las tensiones de fase y las intensidades de línea y de fase**. Por aplicación de la ley de Ohm, se deduce:

$$V_f = Z \cdot I_f; \quad I_f = \frac{V_f}{Z}; \quad I_L = \sqrt{3} \cdot I_f = \sqrt{3} \cdot \frac{V_f}{Z} = \sqrt{3} \cdot \frac{V_L}{Z}$$

- d) Que mediante la aplicación de la **primera ley de Kirchhoff** a los nudos de la conexión se obtiene la **relación entre las intensidades de línea y de fase**:

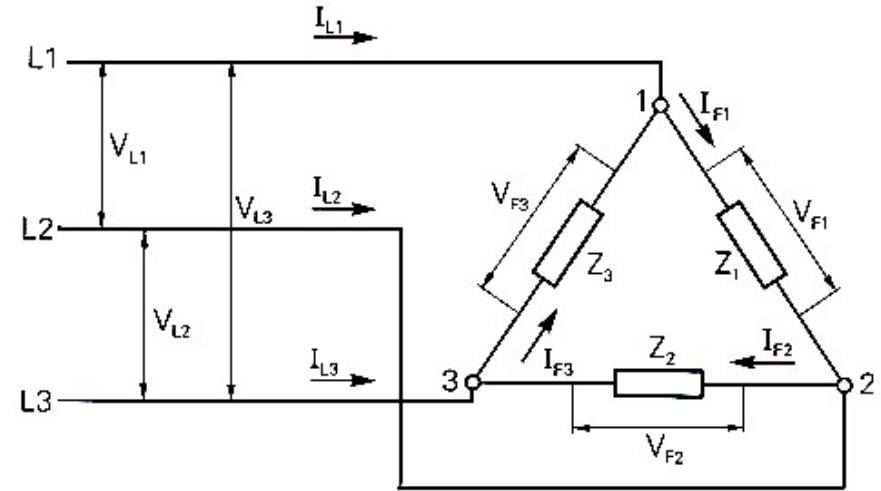
$$\vec{I}_{L1} = \vec{I}_{f1} - \vec{I}_{f3}; \quad \vec{I}_{L2} = \vec{I}_{f2} - \vec{I}_{f1}; \quad \vec{I}_{L3} = \vec{I}_{f3} - \vec{I}_{f2}$$

Conexión mixta de cargas equilibradas (estrella-triángulo)

En este tipo de conexión las cargas producen los mismos efectos, tanto si se conectan en triángulo como si se conectan en estrella, por lo que se puede decir que ambas conexiones son equivalentes. Para la resolución de este tipo de circuitos, puede resultar conveniente unas veces trabajar en la conexión estrella, y otras trabajar en la conexión triángulo. En todas ellas bastará con aplicar correctamente la ley de Ohm en c.a. y tener en cuenta lo expuesto con anterioridad.

Para la conversión de estrella a triángulo y viceversa, teniendo en cuenta que los valores de las impedancias por fase son iguales, se aplicarán las ecuaciones siguientes:

$$Z_{\Delta} = 3 \cdot C_Y \quad \text{o bien} \quad Z_Y = Z_{\Delta} / 3$$



CARGAS DESEQUILIBRADAS EN SISTEMAS TRIFÁSICOS

Al estudiar los circuitos trifásicos, hay que tener en cuenta si el receptor está constituido por cargas desequilibradas (impedancias distintas), y además, si está conectado en estrella o en triángulo.

Conexión en estrella de cargas desequilibradas con neutro

Este tipo de conexión es el más común en redes de distribución de **Baja Tensión** y se cumple:

- a) Que la carga está formada por **tres impedancias distintas** alimentadas por un **sistema equilibrado de tensiones**, y que las **intensidades de línea y de fase son iguales**.

$$Z_1 \neq Z_2 \neq Z_3; \quad V_{f1} = V_{f2} = V_{f3} = V_f; \quad V_{L1} = V_{L2} = V_{L3} = V_L; \quad I_{L1} = I_{f1}, \quad I_{L2} = I_{f2}, \quad I_{L3} = I_{f3}, \quad I_L = I_f$$

- b) **Que las intensidades de línea y de fase.** Como la carga está desequilibrada, cada fase tiene una impedancia diferente y por lo tanto las intensidades de línea y de fase son distintas entre sí. Por aplicación de la ley de Ohm, se deduce:

$$I_{L1} = I_{f1} = \frac{V_f}{Z_1}; \quad I_{L2} = I_{f2} = \frac{V_f}{Z_2}; \quad I_{L3} = I_{f3} = \frac{V_f}{Z_3}$$

- c) **El desequilibrio de la carga produce sobre el conductor neutro una intensidad I_N igual a la suma vectorial de las tres intensidades de línea:**

$$\vec{I}_N = \vec{I}_{L1} + \vec{I}_{L2} + \vec{I}_{L3} \neq 0$$

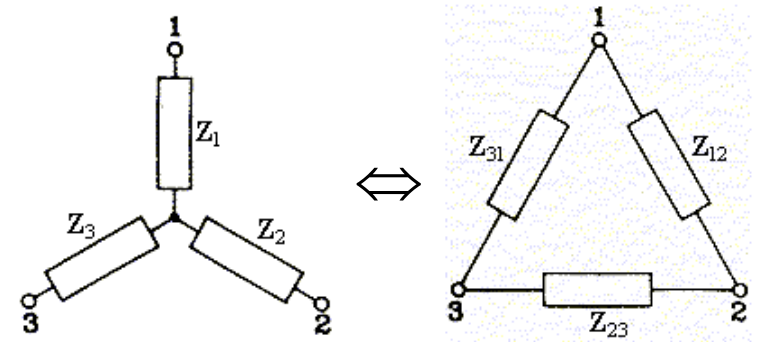
Conexión simple o mixta de cargas desequilibradas (estrella sin neutro y/o triángulo)

Para la resolución de este tipo de circuitos, puede resultar conveniente, una veces trabajar en la conexión estrella, y otras trabajar en la conexión triángulo. En todas ellas bastará con aplicar correctamente la ley de Ohm en c.a. y tener en cuenta lo expuesto con anterioridad.

Para ello hay que usar las expresiones para la conversión de estrella a triángulo y viceversa siguientes:

$$\text{Triángulo a estrella: } \vec{Z}_1 = \frac{\vec{Z}_{12} \cdot \vec{Z}_{31}}{\vec{Z}_{12} + \vec{Z}_{23} + \vec{Z}_{31}}; \quad \vec{Z}_2 = \frac{\vec{Z}_{23} \cdot \vec{Z}_{12}}{\vec{Z}_{12} + \vec{Z}_{23} + \vec{Z}_{31}}; \quad \vec{Z}_3 = \frac{\vec{Z}_{31} \cdot \vec{Z}_{23}}{\vec{Z}_{12} + \vec{Z}_{23} + \vec{Z}_{31}}$$

$$\text{Estrella a triángulo: } \vec{Z}_{12} = \frac{\sum \vec{Z}_0}{\vec{Z}_3}; \quad \vec{Z}_{23} = \frac{\sum \vec{Z}_0}{\vec{Z}_1}; \quad \vec{Z}_{31} = \frac{\sum \vec{Z}_0}{\vec{Z}_2}; \quad \text{en donde } \vec{Z}_0 = \vec{Z}_1 \cdot \vec{Z}_2 + \vec{Z}_1 \cdot \vec{Z}_3 + \vec{Z}_2 \cdot \vec{Z}_3$$



POTENCIA EN CORRIENTE ALTERNA TRIFÁSICA EQUILIBRADA

La potencia de un sistema trifásico es la suma de potencias de las tres fases.
Si el sistema es equilibrado:

Potencia activa: $P = 3 \cdot V_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi$

Potencia reactiva $Q = 3 \cdot V_f \cdot I_f \cdot \operatorname{sen} \varphi = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \cdot \operatorname{sen} \varphi$

Potencia aparente $S = 3 \cdot V_f \cdot I_f = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L$

Conexión en Estrella	Conexión en Triángulo
$V_L = \sqrt{3} \cdot V_f$	$V_L = V_f$
$I_L = I_f$	$I_L = \sqrt{3} \cdot I_f$

Siendo φ el ángulo de desfase entre la tensión y la intensidad de fase.

La relación entre las tres potencias $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

El factor de potencia (FP), vendría dado por: $\cos \varphi = \frac{P}{S}$

En el cálculo de las potencias se suelen utilizar valores compuestos o de línea.

La potencia activa del sistema trifásico equilibrado, es tres veces la potencia de una fase.

En estrella: $V_f = \frac{V_L}{\sqrt{3}}$; $I_f = I_L$. La potencia activa $P = 3 \cdot \frac{V_L}{\sqrt{3}} \cdot I_L \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi$

En triángulo: $V_f = V_L$; $I_f = \frac{I_L}{\sqrt{3}}$. La potencia activa $P = 3 \cdot V_L \cdot \frac{I_L}{\sqrt{3}} \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi$

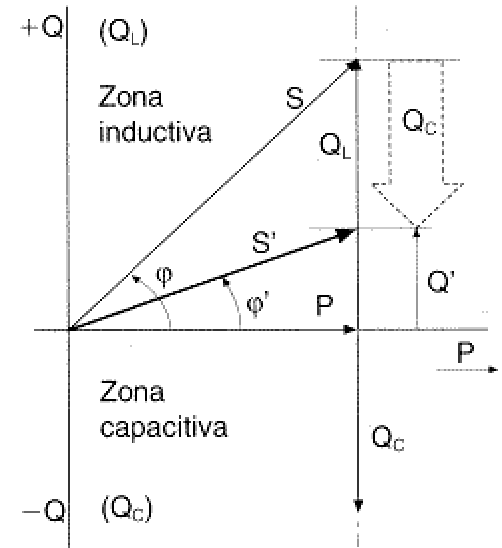
De forma análoga se pueden deducir las fórmulas de la potencia reactiva y de la potencia aparente.

En conclusión las fórmulas para el cálculo de la potencia en un sistema trifásico equilibrado, son las mismas, tanto para cargas conectadas estrella, como en triángulo.

COMPENSACIÓN DEL FACTOR DE POTENCIA

Por las mismas razones que se mejora el factor de potencia en las instalaciones de c.a. monofásica, también se lleva a cabo en las trifásicas. Se consigue compensar la energía reactiva instalando una batería de condensadores conectados en triángulo o en estrella y en paralelo con el receptor o conjunto receptores de la instalación.

El procedimiento a seguir para el cálculo de la capacidad de esta batería de condensadores trifásica es igual que el llevado a cabo para instalaciones monofásicas. Dependiendo de si conectamos la batería en estrella o en triángulo cambiarán algunas de sus características. Para ello analizaremos el triángulo de potencias (antes y después de la compensación):



$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{Q_L}{P} \quad \text{de donde:} \quad Q_L = P \cdot \operatorname{tg} \varphi ; \quad \operatorname{tg} \varphi' = \frac{Q'}{P} \quad \text{de donde:} \quad Q' = P \cdot \operatorname{tg} \varphi'$$

La potencia reactiva (Q_C), de la batería de condensadores necesaria para compensar el factor de potencia vendría dada por:

$$\boxed{Q_C = Q_L - Q' = P \cdot \operatorname{tg} \varphi - P \cdot \operatorname{tg} \varphi' = P \cdot (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi')}$$

Teniendo en cuenta que en todo sistema es trifásico, se cumple:

$$Q_C = 3 \cdot Q_{Cf} \quad \text{y como} \quad Q_{Cf} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C \cdot V_f^2 \quad (Q_{Cf} \text{ es la potencia reactiva por fase y } V_f \text{ es la tensión de fase)}$$

se deduce que, la capacidad en faradios (F) por fase que deberá tener la batería de condensadores vendrá dada por:

$$C = \frac{P \cdot (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi')}{3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot V_f^2} \text{ (F)} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{P \cdot (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi')}{3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot V_f^2} \cdot 10^6 \text{ (\mu F)}$$

en triángulo como $\boxed{V_f = V}$ luego $\boxed{C_{\Delta} = \frac{P \cdot (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi')}{6 \cdot \pi \cdot f \cdot V^2} \cdot 10^6}$ y en estrella como $\boxed{V_f = \frac{V}{\sqrt{3}}}$ luego $\boxed{C_Y = \frac{P \cdot (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi')}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot V^2} \cdot 10^6}$

Expresiones que determinan las características (potencia reactiva Q_C y tensión de alimentación V ; tensión V_f y capacidad C de los condensadores conectados por fase) que deberá tener la batería de condensadores para compensar el Factor de Potencia (ángulo de desfase φ) inicial y otro Factor de Potencia (ángulo de desfase φ') que se desea obtener, en función de que se conecte en estrella o en triángulo. También puede comprobarse que entre la capacidad en estrella y la capacidad en triángulo existe una relación:

$$C_Y = 3 \cdot C_{\Delta} \quad \text{o bien} \quad C_{\Delta} = C_Y / 3$$

CAÍDAS DE TENSIÓN EN LAS LÍNEAS ELÉCTRICAS TRIFÁSICAS

Al igual que ocurría en las líneas monofásicas de c.a., también en las líneas trifásicas se produce una caída de tensión en los conductores, que habrá que tener en cuenta a la hora de calcular la sección de los mismos.

La expresión que se utiliza para el cálculo de la c.d.t. que se produce en una línea trifásica, se consigue partiendo de uno de los conductores de la línea representado en la figura (superior), de la que se obtiene el diagrama vectorial de la figura (inferior), para un determinado ángulo φ de una carga óhmica-inductiva.

La caída de tensión en cada uno de los conductores de la línea vendría dada por:

$$\Delta \vec{V} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2$$

Debido al pequeño valor del ángulo θ , entre las tensiones en el origen y extremo del conductor de la línea, se puede asumir sin cometer prácticamente ningún error, que el vector V_1 , es igual a su proyección horizontal.

De acuerdo con este criterio y como el punto **D** es el extremo del radio V_1 , puede tomarse el segmento **AE** como el **AD**:

$$\Delta V = OC - OA = AD \approx AE$$

De esta forma, el segmento **AE** es la suma de las proyecciones de las caídas de tensión sobre la dirección **AE**:

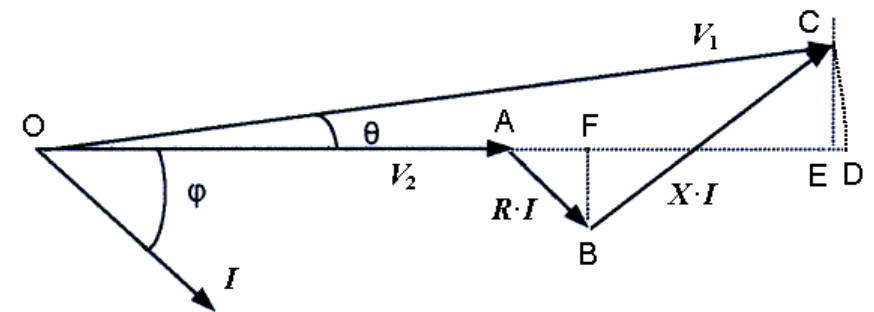
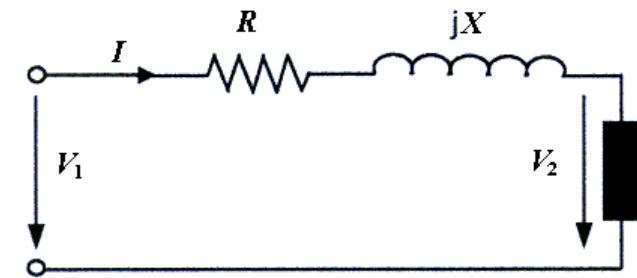
$$AE = AF + FE = R_L \cdot I \cdot \cos \varphi + X_L \cdot I \cdot \operatorname{sen} \varphi \approx AD$$

Así pues, la caída de tensión aproximada en cada uno de los conductores de línea, resulta:

$$\Delta V = (R_L \cdot \cos \varphi + X_L \cdot \operatorname{sen} \varphi) \cdot I$$

Y teniendo en cuenta que en un sistema trifásico se cumple: $\Delta V_{III} = \sqrt{3} \cdot \Delta V$ por lo que:

$$\Delta V_{III} = \sqrt{3} \cdot (R_L \cdot \cos \varphi + X_L \cdot \operatorname{sen} \varphi) \cdot I$$



En instalaciones de **Baja Tensión**, la contribución a la caída de tensión por efecto de la inductancia es despreciable frente al efecto de la resistencia, y por lo tanto la fórmula anterior se pueden simplificar de la siguiente forma:

$$\Delta V_{III} = \sqrt{3} \cdot R_L \cdot I \cdot \cos \varphi$$

Si en esta última expresión sustituimos:

- La resistencia R_L , a partir de la expresión general de la resistencia:

$$R_L = \rho \cdot \frac{L}{S} \quad (\text{donde; } \rho \text{ es la resistividad del conductor, } L \text{ la longitud de la línea y } S \text{ la sección del conductor})$$

- La corriente activa ($\sqrt{3} \cdot I \cdot \cos \varphi$) a partir de la potencia activa:

$$P = \sqrt{3} \cdot V \cdot I \cdot \cos \varphi \quad \text{de donde:} \quad \sqrt{3} \cdot I \cdot \cos \varphi = \frac{P}{V}$$

obtenemos:

$$\Delta V_{III} = \frac{\rho \cdot L \cdot P}{S \cdot V} \quad \text{y por lo tanto la sección de los conductores será: } S = \frac{\rho \cdot L \cdot P}{\Delta V_{III} \cdot V}$$

En la práctica, y para instalaciones de **Baja Tensión** se suele trabajar con el inverso de la resistividad que se denomina conductividad " γ ", (a la temperatura de 20 °C es de $\gamma = 56 \text{ m}/\Omega \cdot \text{mm}^2$ para el **Cu** y de $\gamma = 35 \text{ m}/\Omega \cdot \text{mm}^2$ para el **Al**). Además se suele utilizar la letra " e " para designar a la caída de tensión en voltios, y la letra " V " para designar la tensión de la línea en trifásico (400 V). Con estas simplificaciones se obtienen la expresión siguiente para determinar la sección en función de la potencia activa.

$$S = \frac{L \cdot P}{\gamma \cdot e \cdot V}$$