OPCION A

4. En las estrellas de núcleos calientes predominan las fusiones del denominado ciclo del carbono, cuyo último paso consiste en la fusión de un protón con ${}^{15}_{7}N$ para dar ${}^{12}_{6}C$ y un núcleo de helio .

a) Escriba la reacción nuclear.

b) Determine la energía necesaria para formar 1 kg de ${}^{12}_{6}C$.

c = 3 ·10^{8} m s^{-1} ; m(${}^{1}_{1}H$) = 1,007825 u ; m(${}^{15}_{7}N$) = 15,000108 u ; m(${}^{12}_{6}C$) = 12,000000 u ;
m(${}^{4}_{2}He$) = 1,007825 u ; u = 1,7 ·10^{-27} kg

a) La reacción nuclear de fusión entre un protón ( ) y un núcleo de nitrógeno-15 ( ) es:

$$ {}^{1}_{1}H + {}^{15}_{7}N \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{4}_{2}He $$

Se cumple, como en toda reacción nuclear, que la suma de números atómicos y másicos se mantiene constante, al principio y al final de la reacción, así como la carga eléctrica.

b) Para calcular la energía necesaria para producir 1 kg de C-12, debemos calcular en primer lugar la energía de reacción en la formación de un núcleo de C-12.
La energía de reacción absorbida o desprendida se debe a la transformación de masa en energía o viceversa,dada por la fórmula de Einstein $E = m{\cdot}c^2$. En este caso $E_r = \Delta m \cdot c^2$ siendo

$$ \Delta m = \sum m_{PRODUCTOS} - \sum m_{REACTIVOS} = m(C) + m(He) - m(H) - m(N) = -0{,}00533\ u = -9{,}061 \cdot 10^{-30}\ kg $$

Y la energía de reacción $Er = \Delta m \cdot c^2 = -9{,}061 \cdot 10^{-30}\ kg \cdot (3 \cdot 10^{8}\ ms^{-1})^2 = -8{,}15 \cdot 10^{-13}\ J = -5{,}10\ MeV$

Obtenemos un valor negativo, que corresponde a energía desprendida. En este caso, se ha transformado materia en energía.

Teniendo en cuenta el signo que obtenemos, no tiene mucho sentido el que nos hablen de « energía necesaria », que sería lógico en el caso de que la energía de reacción saliese positiva. Estoy seguro de que no se refieren a la energía cinética mínima que deben llevar los protones para vencer la repulsión electrostática y acercarse lo suficiente al núcleo de nitrógeno de forma que actúe la fuerza nuclear fuerte, ya que su cálculo excede el nivel de este curso. Será un error « leve » del enunciado (o no tan leve, porque puede hacer perder tiempo comprobando una y otra vez la cuenta, con el nerviosismo que conlleva).

Calculamos ahora la energía « necesariamente desprendida » por cada kg (1000 g) de C-12 obtenido. Sabemos que 1 mol de C-12 tiene una masa de 12 g y contiene 6,022 ·10^{23} átomos. Y hemos calculado que al formarse cada átomo de C-12 se desprenden 8,15 ·10^{-13} J.

$$ 1000\ g\ {}^{12}C \cdot \frac{1\ mol\ {}^{12}C}{12\ g\ {}^{12}C} \cdot \frac{6{,}02 \cdot 10^{23}\ átomos\ {}^{12}C}{1\ mol\ {}^{12}C} \cdot \frac{8{,}15 \cdot 10^{-13}\ J}{1\ átomo\ {}^{12}C} = 4{,}089 \cdot 10^{13}\ J\ desprendidos $$

También puede hacerse con

$$ 1\ kg\ {}^{12}C \cdot \frac{1\ u}{1{,}7 \cdot 10^{-27}\ kg\ {}^{12}C} \cdot \frac{1\ átomo\ {}^{12}C}{12\ u} \cdot \frac{8{,}15 \cdot 10^{-13}\ J}{1\ átomo\ {}^{12}C} = 3{,}995 \cdot 10^{13}\ J\ desprendidos $$

(Nota: La pequeña diferencia observada entre ambos resultados se debe únicamente a la poca precisión en el valor de u (1,7·10^{-27} kg, en lugar de 1,66·10^{-27} kg) que aparece en el enunciado del problema)

OPCION B

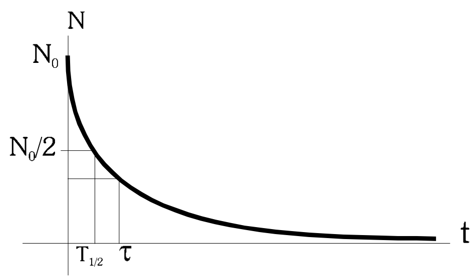
2. a) Enuncie la ley de desintegración radiactiva y enumere las magnitudes que intervienen en su expresión.
b) Considere dos muestras de dos isótopos radiactivos. Si el periodo de semidesintegración de una es el doble que el de la otra, razone cómo cambia la relación entre las actividades de ambas muestras en función del tiempo.

a) Al emitir radiación, la sustancia se va transformando en otra diferente. Esta transformación no es instantánea, ya que no todas las desintegraciones se producen a la vez. Además, es un proceso aleatorio, no sabemos en qué instante exacto se desintegrará un átomo en concreto. Pero, con mayor o menor rapidez, el número de átomos de la sustancia inicial va disminuyendo (y aumentando el de la sustancia final). La rapidez de esta disminución depende de dos factores:

Naturaleza de la sustancia: Esta influencia viene marcada por la llamada **constante de desintegración (λ)**. Se mide en s^{-1}. Cada sustancia radiactiva tendrá su λ . Indica la probabilidad de que un núcleo se desintegre en la unidad de tiempo. La magnitud inversa es la **vida media** ($\tau = 1/\lambda$), tiempo medio que tarda un núcleo en sufrir la desintegración radiactiva.

Número de átomos que tengamos en cada instante: N. En el instante inicial, ese nº será N_0.

La ley de desintegración, en su forma diferencial es $\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N$



En forma exponencial : $N = N_o \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, o $\frac{N}{N_o} = e^{-\lambda \cdot t}$

(también $N = N_o \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$)

La magnitud $\frac{dN}{dt}$ se denomina **actividad**, e indica la rapidez con que se desintegra la sustancia (es decir, el número de desintegraciones por segundo que ocurren en un instante). Se mide, en el S.I., en *desintegraciones / s* (*bequerel*, Bq).

La cantidad N/N_0 se denomina **fracción sin desintegrar**, y suele medirse en %.

b) El periodo de semidesintegración es el tiempo que tardan en desintegrarse la mitad de los núcleos de una muestra radiactiva. Está relacionado con la vida media por $T_{1/2} = \ln 2 \cdot \tau$

De este modo, si el periodo de semidesintegración de una es el doble que el de la otra ($T_2 = 2 \cdot T_1$), también su vida media será el doble ($\tau_2 = 2 \cdot \tau_1$), y la constante radiactiva, la mitad ($\lambda_2 = \lambda_1/2 \rightarrow \lambda_1 = 2 \cdot \lambda_2$)

La relación entre las actividades será

$$\frac{\frac{dN_1}{dt}}{\frac{dN_2}{dt}} = \frac{-\lambda_1 \cdot N_1}{-\lambda_2 \cdot N_2} = 2 \cdot \frac{N_1}{N_2} = 2 \cdot \frac{N_{01} \cdot e^{-\lambda_1 \cdot t}}{N_{02} \cdot e^{-\lambda_2 \cdot t}} = 2 \cdot \frac{N_{01}}{N_{02}} \cdot e^{(\lambda_2 - \lambda_1) \cdot t} = 2 \cdot \frac{N_{01}}{N_{02}} \cdot e^{-\lambda_2 \cdot t}$$

Como la muestra 1 se desintegra más rápidamente que la 2, su actividad se reduce más rápidamente. La relación actividad1/actividad2 disminuye exponencialmente con el tiempo hasta hacerse cero. Si calculáramos la relación actividad2/actividad1, tendería a infinito exponencialmente con el tiempo.