EJERCICIOS CA CAMPO ELÉCTRICO PROPUESTOS EN EXÁMENES DEL IES SIERRA MÁGINA (2008-2013)

1. En los vértices de un cuadrado de lado 2m, se colocan tres cargas de 4 μC, -6 μC y 8 μC situadas, respectivamente, en (0,0), (2,0) y (2,2) quedando libre el vértice (0,2). Representa la situación y:

   a. Calcula el campo y el potencial en dicho vértice

   b. Si en dicho punto situásemos un protón... Justifica hacia dónde se moverá y con qué velocidad llegará a su destino.
   Datos: k= 9 10^9 $Nm^2/C^{-2;}$ e= 1,602 10^{-19} C; *m_P=1,67 ·10^{-27} kg*

2. Cargamos dos esferas de aluminio de 20 y 10 cm de radio a potenciales de -200V y 100V, respectivamente. Las situamos a una distancia de 1 m.

   a. Calcula la carga y el número de electrones hemos transferido o retirado a cada esfera.

   b. El campo y el potencial en el punto medio de la recta que las une.

   c. Si las conectamos con un hilo metálico, ¿qué carga quedará finalmente sobre cada una?.
   Datos: k= 9,0 10^9 $Nm^2/C^{-2;}$ e= 1,6 10^{-19} C

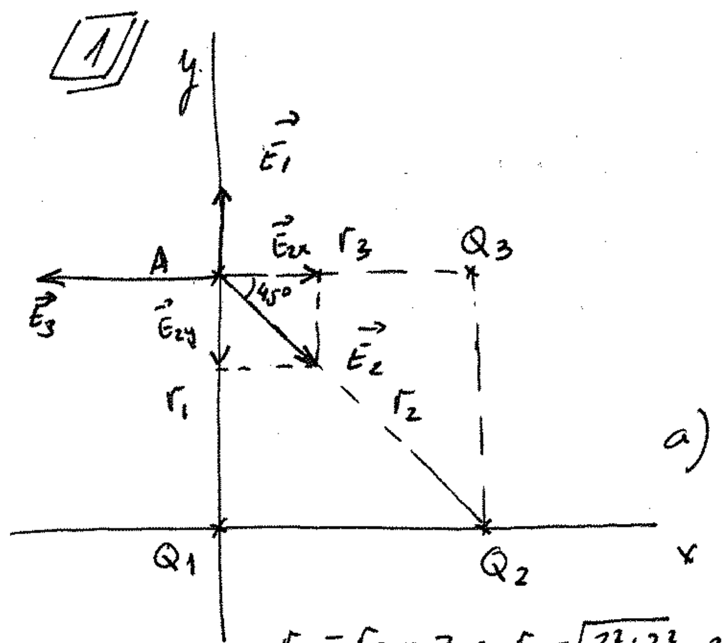
3. Con ayuda de un generador de chispas, cargamos la bolita de 1 gramo y 1 cm de radio a un potencial de -500 V. Al introducir el péndulo entre las placas de un condensador plano, se inclina. Sabiendo que el condensador está cargado a una ddp de 200 V y sus placas están separadas 5 cm, calcula:

   a. La carga y número de electrones que hemos transferido a la bolita

   b. El valor del campo que genera el condensador.

   c. Realiza un diagrama de fuerzas y calcula la inclinación del péndulo en el equilibrio.
   Datos: k= 9 10^9 $Nm^2/C^{-2;}$ e= 1,602 10^{-19} C; g=9,8 m/ s^2

$\boxed{1}$



$r_1 = r_3 = 2$; $r_2 = \sqrt{2^2+2^2} = 2\sqrt{2}$

$Q_1 = 4\mu C = 4 \cdot 10^{-6} C$

$Q_2 = -6\mu C = -6 \cdot 10^{-6} C$

$Q_3 = 8\mu C = 8 \cdot 10^{-6} C$

$k = 9 \cdot 10^9 \ Nm^2/C^2$

$e = 1,602 \cdot 10^{-19} C$

$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} kg$

a) $\vec{E}(A) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$

$\vec{E}_1 = |\vec{E}_1| \vec{j} = k \dfrac{|Q_1|}{r_1^2} \vec{j}$

- $\vec{E}_1 = 9 \cdot 10^9 \dfrac{4 \cdot 10^{-6}}{2^2} \vec{j} = 9 \cdot 10^3 \vec{j} \left(\frac{N}{C}\right)$
- $\vec{E}_3 = -|\vec{E}_3| \vec{i} = -k \dfrac{|Q_3|}{r_3^2} \vec{i} = -9 \cdot 10^9 \dfrac{8 \cdot 10^{-6}}{2^2} \vec{j} = -1{,}8 \cdot 10^4 \vec{i} \left(\frac{N}{C}\right)$
- $\vec{E}_2 = |E_{2x}| \vec{i} - |E_{2y}| \vec{j} = 4{,}8 \cdot 10^3 \vec{i} - 4{,}8 \cdot 10^3 \vec{j} \ (N/C)$

$$|E_{2y}| = |E_{2x}| = |\vec{E}_2| \cdot \cos 45^\circ = k \frac{|Q_2|}{r_2^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 9 \cdot 10^9 \frac{6 \cdot 10^{-6}}{8} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4{,}8 \cdot 10^3 \left(\frac{N}{C}\right)$$

$$\boxed{\vec{E}(A) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = -1{,}3 \cdot 10^4 \vec{i} + 4{,}2 \cdot 10^3 \vec{j} \ (N/C)}$$

Su intensidad de campo eléctrico en A es:

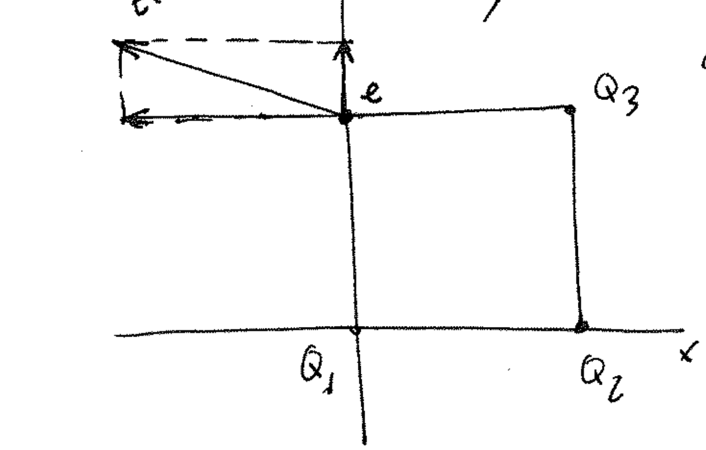
$$\boxed{|\vec{E}(A)| = 13{,}9 \ N/C}$$

$$V(A) = V_{Q_1}(A) + V_{Q_2}(A) + V_{Q_2}(A) = k \frac{Q_1}{r_1} + k \frac{Q_2}{r_2} + k \frac{Q_3}{r_3} =$$

$$= 9 \cdot 10^9 \left(\frac{4 \cdot 10^{-6}}{2} - \frac{6 \cdot 10^{-6}}{2\sqrt{2}} + \frac{8 \cdot 10^{-6}}{2} \right) = 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} \left(2 - \frac{3}{\sqrt{2}} + 4\right)$$

$$\boxed{V(A) = 3{,}5 \cdot 10^4 \ V}$$

b)



Al situar el protón en A, estará sometido a la fuerza: $\vec{F}_e = |e| \cdot \vec{E}(A)$, que por ser una carga positiva tendrá la misma dirección y sentido que el campo eléctrico en ese punto. Alejando al protón del sistema de cargas

Para calcular la velocidad a la que llegará a su destino realizaremos un balance energético:

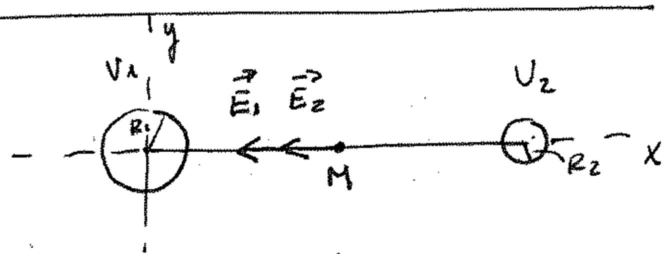
$$E_M(A) = E_M(\infty) \qquad \left(\text{También: } W = \Delta E_c = -\Delta E_p\right)$$

$$\underbrace{\cancel{E_c(A)}}_{0} + E_p(A) = E_c(\infty) + \underbrace{\cancel{E_p(\infty)}}_{0} \Rightarrow |e| \cdot V(A) = \frac{1}{2} m_p v_p^2$$

$$\boxed{v_p = \sqrt{\frac{2|e|V(A)}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot 3{,}5 \cdot 10^{4}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}}} = 2{,}6 \cdot 10^{6}\ m/s}$$

2

$R_1 = 20\ cm$; $V_1 = -200\ V$
$R_2 = 10\ cm$; $V_2 = 100\ V$
$r = 1\ m$



a) El potencial eléctrico de una esfera metálica de radio R en su superficie viene dado por: $V = k\frac{Q}{R}$

- Para R_1: $V_1 = k\frac{Q_1}{R_1} \Rightarrow \boxed{Q_1 = \frac{V_1 \cdot R_1}{K} = \frac{-200 \cdot 0{,}2}{9 \cdot 10^9} = -4{,}4 \cdot 10^{-9}\ C}$

$$\boxed{n_{e^-} = \frac{Q_1}{e^-} = \frac{-4{,}4 \cdot 10^{-9}\ C}{-1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C} = 2{,}8 \cdot 10^{10} \text{ electrones}}$$

TRANSFERIDOS

- Para R_2: $V_2 = k\frac{Q_2}{R_2} \Rightarrow \boxed{Q_2 = \frac{V_2 \cdot R_2}{K} = \frac{100 \cdot 0{,}1}{9 \cdot 10^9} = 1{,}1 \cdot 10^{-9}\ C}$

$$\boxed{n_{e^-} = \frac{Q_2}{|e^-|} = \frac{1{,}1 \cdot 10^{-9}\ C}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C} = 6{,}9 \cdot 10^{9} \text{ electrones}}$$

RETIRADOS

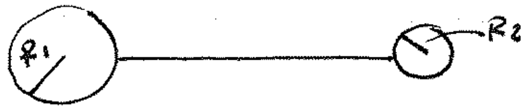
b) $\boxed{\vec{E}(M) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = -160\,\vec{i} - 40\,\vec{i} = -200\,\vec{i}\ (N/C)}$

$$|\vec{E}_1| = k\frac{|Q_1|}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{4{,}4 \cdot 10^{-9}}{(0{,}5)^2} = 160\ (N/C)$$

$$|\vec{E}_2| = k\frac{|Q_2|}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{1{,}1 \cdot 10^{-9}}{(0{,}5)^2} = 40\ (N/C)$$

$r_1 = r_2 = r$ $\quad V(M) = V_{Q_1}(M) + V_{Q_2}(M) = k\frac{Q_1}{r_1} + k\frac{Q_2}{r_2} = \frac{k}{r}(Q_1+Q_2) = \frac{9\cdot 10^9}{0,5}\left(-4,4\cdot 10^{-9} + 1,1\cdot 10^{-9}\right) = -60\,V \Rightarrow \boxed{V(M) = -60\,V}$

c)



$Q_1 = -4,4\cdot 10^{-9}\,C$ $\qquad Q_2 = 1,1\cdot 10^{-9}\,C$

$V_1 = -200\,V$ $\qquad V_2 = 100\,V$

Al conectar las 2 esferas metálicas con un hilo conductor, se produce una transferencia de carga (electrones) de la esfera (R_1) a la pequeña (R_2) hasta que los potenciales se igualan:

$$\left.\begin{array}{l} Q_1' = Q_1 - Q \\ Q_2' = Q_2 + Q \end{array}\right\} \quad V_1' = V_2' \Rightarrow \cancel{k}\frac{Q_1'}{R_1} = \cancel{k}\frac{Q_2'}{R_2} \Rightarrow$$

$$\frac{Q_1 - Q}{R_1} = \frac{Q_2 + Q}{R_2} \;;\quad \frac{-4,4\cdot 10^{-9} - Q}{0,2} = \frac{1,1\cdot 10^{-9} + Q}{0,1}$$

$$-4,4\cdot 10^{-9} - Q = 2,2\cdot 10^{-9} + 2Q$$

$$3Q = -6,6\cdot 10^{-9} \Rightarrow \underline{\underline{Q = -2,2\cdot 10^{-9}\,C}}$$

$$Q_1' = Q_1 - Q = -4,4\cdot 10^{-9} + 2,2\cdot 10^{-9} = -2,2\cdot 10^{-9}\,C$$

$$Q_2' = Q_2 + Q = 1,1\cdot 10^{-9} - 2,2\cdot 10^{-9} = -1,1\cdot 10^{-9}\,C$$

$$\boxed{\begin{array}{l} Q_1' = -2,2\cdot 10^{-9}\,C \\ Q_2' = -1,1\cdot 10^{-9}\,C \end{array}}$$

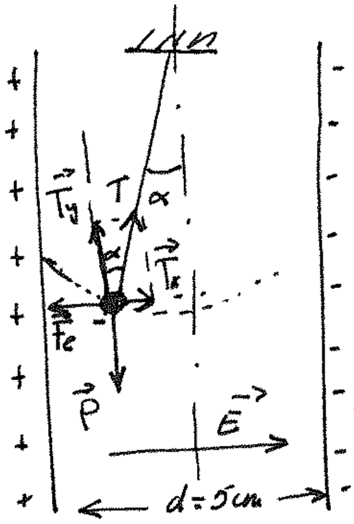
3

$m = 1\,g$
$R = 1\,cm$
$V = -500\,V$
$ddp = 200\,V$
$d = 5\,cm$

a) $V = k\dfrac{Q}{R}$

$$Q = \frac{1}{k} V R = \frac{-500\,V \cdot 10^{-2}\,m}{9 \cdot 10^{9}\,\frac{N m^2}{C^2}}$$

$$\mathbf{Q = -5{,}60 \cdot 10^{-10}\,C}$$



$$n_{e^-} = \frac{Q}{e^-} = \frac{-5{,}6 \cdot 10^{-10}\,C}{-1{,}602 \cdot 10^{-19}\,C/e^-} = 3{,}47 \cdot 10^{9}$$

$$\boxed{n_{e^-} = 3{,}47 \cdot 10^{9} \text{ electrones}}$$

b) $$\boxed{E = -\frac{\nabla V}{d} = -\frac{(-200\,V)}{5 \cdot 10^{-2}\,m} = 4.000\,\frac{N}{C}}$$

c) Cuando el péndulo se encuentra en equilibrio las fuerzas que actúan sobre la bolita se anulan:

$$\left.\begin{array}{l} \sum \vec{F_x} = 0 \Rightarrow \vec{F_e} + \vec{T_x} = 0 \\ \sum \vec{F_y} = 0 \Rightarrow \vec{T_y} + \vec{P} = 0 \end{array}\right\}$$

lo que equivale:

$$\left.\begin{array}{l} |\vec{F_e}| = |\vec{T_x}| \Rightarrow Q \cdot E = T \operatorname{sen}\alpha \\ |\vec{P}| = |\vec{T_y}| \Rightarrow m g = T \cos\alpha \end{array}\right\}$$ Resolviendo el sistema:

$$\frac{Q \cdot E}{m g} = \frac{\cancel{T} \operatorname{sen}\alpha}{\cancel{T} \cos\alpha} \Rightarrow tg\,\alpha = \frac{Q \cdot E}{m g} \Rightarrow \boxed{\alpha = \operatorname{artg}\left(\frac{QE}{mg}\right)}$$

$$\boxed{\alpha = \operatorname{artg}\left(\frac{5{,}6 \cdot 10^{-10} \cdot 4000}{1 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}8}\right) = 0{,}013^{\circ}}$$