UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2013-2014

Reserva A: OPCIÓN B

3 a) La Estación Espacial Internacional orbita en torno a la Tierra a una distancia de 415 km de su superficie. Calcule el valor del campo gravitatorio que experimenta un astronauta a bordo de la estación.

b) Calcule el periodo orbital de la Estación Espacial Internacional.
$g = 9{,}8\ m\ s^{-2}$; $R_T = 6370$ km

Reserva B: OPCIÓN A

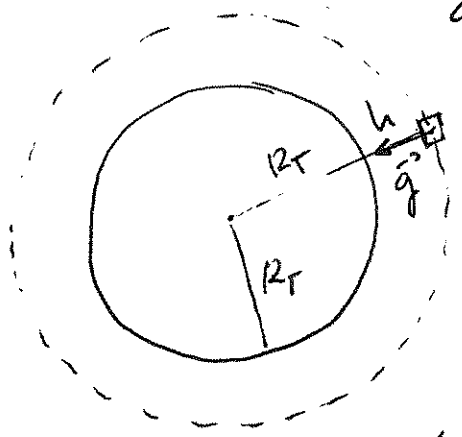
3 Dos masas puntuales de 2 kg están situadas en los puntos A (-5,0) m y B (5,0) m.

a) Calcule el valor del campo gravitatorio en el punto C (0,5) m.

b) Calcule el módulo de la fuerza gravitatoria que actúa sobre una masa puntual de 1 kg colocada en el punto C. Si se traslada esta masa desde el punto C hasta el origen de coordenadas, calcule la variación de su energía potencial.
$G = 6{,}67\ 10^{-11}$ N m2 kg^{-2}

Reserva A : OPCIÓN B

$\boxed{3}$ $h = 415\ km$; $r = R_T + h$



a) El campo gravitatorio que experimenta un astronauta viene dado por:

$$\vec{g} = -G\frac{M_T}{r^2}\vec{u}_r \ (N/kg)$$

Dado que los datos del ejercicio son g_0 y R_T. Sabemos que en la superficie terrestre: $g_0 = G\frac{M_T}{R_T^2}$ (en módulo)

De donde: $GM_T = g_0 R_T^2$

Sustituyendo en la ecuación general:

$$\vec{g} = -g_0\frac{R_T^2}{(R_T+h)^2}\vec{u}_r = -g_0\left(\frac{R_T}{R_T+h}\right)^2\vec{u}_r$$

$$\vec{g} = -9{,}8\left(\frac{6370\,km}{6370km + 415km}\right)^2 = -9{,}8\left(\frac{6370}{6785}\right)^2 \vec{u_r}$$

$$\boxed{\vec{g} = -8{,}64\ \vec{u_r}\ \left(\frac{N}{kg}\right)}$$

b) ¿T? En la órbita por la que circula la estación espacial la única fuerza que actua sobre esta es la fuerza de attacción gravitatoria, que por tanto no es otra que la fuerza centrípeta, que hace que gire alrededor de la Tierra.

$$F_G = F_c \Rightarrow G\frac{M_T \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}}\ ;\ G\frac{M_T}{r} = \omega^2 r^2\ ;$$

$$\frac{GM_T}{r} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r^2\ ;\ \frac{g_0 R_T^2}{r} = \frac{(2\pi)^2}{T^2} r^2\ ;\ T^2 = \frac{(2\pi)^2 r^3}{g_0 R_T^2}$$

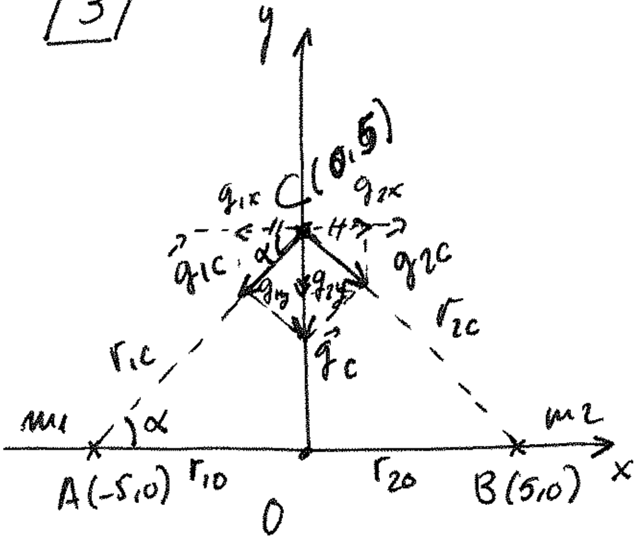
$$\boxed{T = \sqrt{\frac{(2\pi)^2 r^3}{g_0 R_T^2}} = \frac{2\pi}{R_T}\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{g_0}}}$$

$$T = \frac{2\pi}{6{,}37\cdot 10^6}\sqrt{\frac{(6{,}785\cdot 10^6)^3}{9{,}8}} = \underline{\underline{5.568{,}68\ s}}$$

$$\boxed{T = 1{,}55\ h}$$

Reserva B : Opcion A

[3]



a) $m_1 = m_2 = 2\ Kg$

El campo gravitatorio en el pto. C(0.5) viene dado por

$$\vec g(C) = \vec g_1(C) + \vec g_2(C)$$

Dado que $m_1 = m_2$ y $r_{1C} = r_{2C}$ las componentes en el eje OX de $\vec g_{1C}$ y $\vec g_{2C}$ se anulan ($g_{1x}(C) = -g_{2x}(C)$), por tanto:

$$\vec g(C) = -(g_{1y}(C) + g_{2y}(C))\vec j = -2g_{1y}(C)\vec j$$

$$g_{1y}(C) = g_1(C)\,\text{sen}\,\alpha = G\frac{m_1}{r_{1C}^2}\cdot\text{sen}\,\alpha = 6{,}67\cdot10^{-11}\cdot\frac{2}{50}\cdot\frac{5}{\sqrt{50}}$$

$$g_{1y}(C) = 1{,}88\cdot10^{-12}\ \left(\frac{N}{Kg}\right)$$

$$\boxed{\vec g(C) = -3{,}77\cdot10^{-12}\,\vec j\ (N/Kg)}$$

b) $\vec F_m(C) = m\,\vec g(C) \Rightarrow |\vec F_m(C)| = m|\vec g(C)|$

$m = 1\ kg$

$$\boxed{|\vec F_m(C)| = 3{,}77\cdot10^{-12}\ (N)}$$

Para calcular la variación de energía potencial si se traslada la masa "m" del pto. C al O

, calcularemos los potenciales gravitatorios en dichos puntos:

$$V_g(C) = V_{g,m_1}(C) + V_{g,m_2}(C) = -G\frac{m_1}{r_{1C}} - G\frac{m_2}{r_{2C}} \Rightarrow$$

$$\underline{\underline{V_g(C) = -2G\frac{m_1}{r_{1C}}}} \; ; \left(\begin{matrix} m_1 = m_2 \\ r_{1C} = r_{2C} \end{matrix}\right)$$

$$V_g(O) = V_{g,m_1}(O) + V_{g,m_2}(O) = -G\frac{m_1}{r_{1O}} - G\frac{m_2}{r_{2O}} \Rightarrow$$

$$\underline{\underline{V_g(O) = -2G\frac{m_1}{r_{1O}}}} \; ; \; (r_{1O} = r_{2O} \; ; \; m_1 = m_2)$$

$$W^{ext}_{C\to O} = m\left(V_g(O) - V_g(C)\right) = m\left(-2G\frac{m_1}{r_{1O}} + \right.$$

$$\left. + 2G\frac{m_1}{r_{1C}}\right) = 2G\,m\,m_1\left(-\frac{1}{r_{1O}} + \frac{1}{r_{1C}}\right)$$

$$\underline{\underline{W^{ext}_{C\to O}}} = 2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1 \cdot 2\left(-\frac{1}{5} + \frac{1}{\sqrt{50}}\right) = \underline{\underline{-1{,}56 \cdot 10^{-11}\,J}}$$

$$\underline{\underline{W^{ext}_{C\to O} = \Delta E_p}} \Rightarrow \boxed{\Delta E_p = -1{,}56 \cdot 10^{-11}\,J}$$

El signo − nos indica que la masa m se moverá espontáneamente de C a O, disminuyendo su energía potencial.