10 El campo eléctrico

EJERCICIOS PROPUESTOS

10.1 ¿A cuántos electrones equivale una carga eléctrica negativa de dos microculombios?

La carga indicada es: $q = -2\ \mu C = -2 \cdot 10^{-6}$ C

Equivale a: $q = -2 \cdot 10^{-6} C \dfrac{1\ \text{electrón}}{-1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C} = 1{,}25 \cdot 10^{13}$ electrones

10.2 ¿Por qué se dice que la explicación de los fenómenos eléctricos está en la naturaleza atómica de la materia?

La carga eléctrica del protón y la del electrón son iguales, pero de signo opuesto; un átomo es neutro porque tiene el mismo número de protones que de electrones. En consecuencia, la materia compuesta de átomos es también neutra. Cuando en un fenómeno de electrización un cuerpo adquiere electrones queda con un exceso de cargas negativas y presenta entonces carga neta negativa. Por el contrario, si pierde electrones adquiere una carga neta positiva. Por tanto, se dice que la explicación de los fenómenos eléctricos está en la naturaleza atómica de la materia.

10.3 Calcula el valor de la constante dieléctrica del agua y del vidrio.

Tomando: $K_a = 1{,}11 \cdot 10^8$ N m^2 C^{-2}; $K_v = 1{,}29 \cdot 10^8$ N m^2 C^{-2}

Dado que: $K = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon} \Rightarrow \varepsilon = \dfrac{1}{4\pi K}$

$$\varepsilon_a = \frac{1}{4\pi K_a} = \frac{1}{4\pi \cdot 1{,}11 \cdot 10^8} = 7{,}17 \cdot 10^{-10}\ C^2 N^{-1} m^{-2}$$

$$\varepsilon_v = \frac{1}{4\pi K_v} = \frac{1}{4\pi \cdot 1{,}29 \cdot 10^9} = 6{,}17 \cdot 10^{-11}\ C^2 N^{-1} m^{-2}$$

10.4 Calcula el valor de la constante dieléctrica relativa del agua y del vidrio.

$$\varepsilon_{ra} = \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_0} = \frac{7{,}17 \cdot 10^{-10}}{8{,}85 \cdot 10^{-12}} = 81$$

$$\varepsilon_{rv} = \frac{\varepsilon_v}{\varepsilon_0} = \frac{6{,}17 \cdot 10^{-11}}{8{,}85 \cdot 10^{-12}} = 7{,}0$$

10.5 Al situar una carga de +0,3 μC en un punto *P* de un campo eléctrico, actúa sobre ella una fuerza de 0,06 N. Halla:

a) La intensidad del campo eléctrico en el punto *P*.

b) La fuerza que actuaría sobre una carga de –3 μC situada en ese punto del campo.

a) El campo eléctrico sería:

$$E = \frac{F}{q'} = \frac{6 \cdot 10^{-2}}{3 \cdot 10^{-7}} = 2 \cdot 10^5\ NC^{-1}$$

b) La fuerza generada será:

$$F = E|q'| = 2 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-6} = 0{,}6\ N$$

Como la carga es negativa, la fuerza tiene sentido contrario al campo eléctrico.

10.6 Un campo eléctrico está creado por una carga puntual de –3 μC. Calcula:

a) La intensidad del campo eléctrico en un punto *P* situado a 6 dm de la carga en el vacío.

b) La fuerza sobre una carga de –7 μC situada en el punto *P*.

a) $E = K\frac{|q|}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-6}}{(0,6)^2} = 7,5 \cdot 10^4 \text{ N C}^{-1}$. El campo está dirigido hacia la carga negativa de –3 μC.

b) $F = Eq' = -7,5 \cdot 10^4 \cdot (-7) \cdot 10^{-6} = 0,53 \text{ N}$. La fuerza tiene sentido contrario al campo eléctrico.

10.7 Dos cargas iguales de +0,4 μC están situadas en los puntos (–3 cm, 0) y (+3 cm, 0). Halla la intensidad del campo en el punto *O* (0, 0).

Ambas intensidades tienen el mismo módulo y dirección, pero sentidos contrarios, por lo que se anulan. La intensidad del campo en el punto *O* es nula.

10.8 Cuatro cargas *q* iguales ocupan los vértices de un cuadrado de lado *L*. Calcula el módulo del vector intensidad de campo eléctrico en el centro del cuadrado.

Los campos generados por las cuatro cargas son iguales, pero, debido a la simetría de la distribución, se anulan dos a dos. El módulo del vector intensidad de campo eléctrico en el centro del cuadrado es nulo.

10.9 Un campo eléctrico en el vacío está creado por una carga de –3 μC situada en el origen de coordenadas. Calcula la *ddp* entre los puntos *A* (60 cm, 0) y *B* (0,30 cm).

El potencial eléctrico de *A* es: $V_A = K\frac{q}{r_A} = 9 \cdot 10^9 \frac{-3 \cdot 10^{-6}}{0,60} = -45\,000 \text{ V}$

El potencial de *B* es: $V_B = K\frac{q}{r_B} = 9 \cdot 10^9 \frac{-3 \cdot 10^{-6}}{0,30} = -90\,000 \text{ V}$

La diferencia de potencial (*ddp*) entre *A* y *B* es: $V_A - V_B = -45\,000 - (-90\,000) = 45\,000 \text{ V}$

10.10 Cuatro cargas iguales de +2 nC ocupan los vértices de un cuadrado de 20 cm de lado. Calcula el potencial eléctrico en el centro del cuadrado.

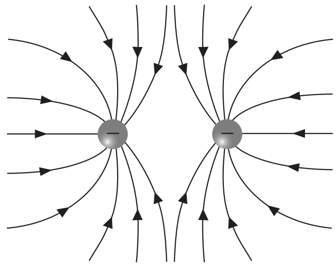
La distancia de una carga al centro del cuadrado es: $d = L\frac{\sqrt{2}}{2} = 0,20\frac{\sqrt{2}}{2} = 0,141 \text{ m}$

Potencial debido a cualquiera de las cargas: $V_q = K\frac{q}{r} = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-9}}{0,141}$

El potencial total es la suma de los potenciales debidos a las cuatro cargas:

$$V = 4V_q = 4 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-9}}{0,141} = 510 \text{ V}$$

10.11 Dibuja las líneas de fuerza y las superficies equipotenciales de un campo eléctrico debido a dos cargas puntuales negativas.



10.12 ¿Qué figura geométrica tienen las superficies equipotenciales de un campo eléctrico generado por una carga puntual? ¿Por qué?

Todos los puntos a una distancia *r* de la carga *q* tienen el mismo potencial: $V = K\frac{q}{r}$

Por tanto, las superficies equipotenciales son esferas concéntricas centradas en la carga.

10.13 La diferencia de potencial entre dos superficies equipotenciales de un campo eléctrico uniforme de 1200 V m^{-1} es 300 V.

Calcula:

a) La distancia entre ambas superficies.

b) El trabajo necesario para mover una carga de 30 nC desde un punto de la superficie de menor potencial a un punto de la de mayor potencial.

a) La distancia será: $l = \frac{V_1 - V_2}{E} = \frac{300}{1200} = 0{,}25\ \text{m} = 25\ \text{cm}$

b) $W = (V_1 - V_2)q' = -300 \cdot 30 \cdot 10^{-9} = -9 \cdot 10^{-6}\ \text{J}$

El signo "–" indica que el trabajo se realiza contra las fuerzas del campo.

10.14 Entre dos superficies equipotenciales separadas por una distancia de 10 cm de un campo eléctrico uniforme hay una diferencia de potencial de 200 V. Calcula:

a) La intensidad del campo.

b) La distancia entre dos superficies equipotenciales del campo entre las que existe una diferencia de potencial de 1000 V.

a) La intensidad de campo será: $E = \frac{V_1 - V_2}{l} = \frac{200}{0{,}10} = 2000\ \text{V m}^{-1}$

b) La distancia entre las superficies equipotenciales será: $l = \frac{V_1 - V_2}{E} = \frac{1000}{2000} = 0{,}5\ \text{m} = 50\ \text{cm}$

10.15 Un electrón penetra en un campo eléctrico uniforme de 1500 N C^{-1} con una velocidad de 4,2 · 10^{6} m s^{-1}, paralela al campo y de su mismo sentido. Calcula qué tiempo transcurre hasta que queda momentáneamente en reposo.

La fuerza eléctrica sobre el electrón es igual al producto carga por campo: F = eE.

La aceleración a la que está sometido es:

$$a = \frac{eE}{m_e} = \frac{-1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1500}{9{,}1 \cdot 10^{-31}} = -2{,}6 \cdot 10^{14}\ \text{m s}^{-2}$$

Aplicando $v = v_0 + at$, en donde la velocidad final es cero:

$$0 = 4{,}2 \cdot 10^{6} - 2{,}6 \cdot 10^{14} t \Rightarrow t = 1{,}6 \cdot 10^{-8}\ \text{s}$$

10.16 Describe cómo influye el signo de la carga eléctrica de una partícula en la trayectoria que sigue en un campo eléctrico uniforme si penetra en él con una velocidad paralela al campo, pero con sentido contrario al mismo.

Si la carga es negativa, la fuerza eléctrica sobre ella tiene sentido contrario al campo; por lo tanto, tiene el mismo sentido que la velocidad de la partícula. En consecuencia, la partícula se acelera: mantiene su sentido y aumenta continuamente el valor de su velocidad.

Si la carga es positiva, la fuerza eléctrica sobre ella tiene el mismo sentido que el campo; por lo tanto, tiene sentido contrario al de la velocidad inicial de la partícula. La partícula decelera: mantiene su sentido, pero disminuye continuamente su velocidad. En el momento que esta se anula, la fuerza eléctrica sobre la partícula hará que acelere en el sentido del campo cambiando el sentido de su trayectoria.

10.17 ¿Cuál es la unidad de flujo eléctrico en el SI?

$N\ m^2\ C^{-1}$

10.18 ¿Cuál es el flujo eléctrico a través de una superficie esférica que encierra dos cargas iguales pero de signo contrario?

La carga en el interior de la superficie es cero: $\sum q_i = q - q = 0$

Por tanto, aplicando el teorema de Gauss, resulta que el flujo eléctrico a través de esa superficie esférica es nulo.

10.19 Calcula el campo eléctrico en un punto que dista 20 cm del centro de una esfera metálica, situada en el vacío, de 20 cm de diámetro cargada con –6 nC.

El módulo del vector intensidad de campo es: $E = K\frac{|q|}{r^2} = 9 \cdot 10^9\ \frac{6 \cdot 10^{-9}}{0{,}20^2} = 1350\ NC^{-1}$

Como la carga es negativa, el campo está dirigido hacia el centro de la esfera metálica.

10.20 Calcula qué carga eléctrica hay que comunicar a una esfera metálica de 20 cm de diámetro, situada en el vacío e inicialmente descargada, para que el campo eléctrico en un punto de su superficie sea de 180 NC^{-1}.

El campo eléctrico es: $E = K\frac{q}{R^2}$

Despejando y sustituyendo: $q = \frac{ER^2}{K} = \frac{180 \cdot 0{,}10^2}{9 \cdot 10^9} = 2 \cdot 10^{-10} C = 0{,}2\ nC$

10.21 Se tiene un elipsoide conductor cargado. ¿En qué zonas es mayor la intensidad del campo eléctrico? ¿Por qué?

La intensidad del campo será mayor en los polos del elipsoide, que es la zona con mayor curvatura y, por tanto, con mayor densidad de carga eléctrica.

10.22 Calcula el potencial eléctrico de una esfera conductora de 4 cm de diámetro que tiene una densidad superficial de carga de $2 \cdot 10^{-7}$ Cm^{-2}.

La carga de la esfera es:

$$q = \sigma S = \sigma \cdot 4\pi R^2 = 2 \cdot 10^{-7} \cdot 4\pi \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2 = 1{,}0 \cdot 10^{-9}\ C$$

El potencial de la esfera será:

$$V = K\frac{q}{R} = 9 \cdot 10^9\ \frac{1{,}0 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 10^{-2}} = 450\ V$$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

FUERZAS ELÉCTRICAS

10.23 ¿A qué distancia deben encontrarse dos cargas de 1 nC para que la fuerza de repulsión entre ellas sea de 0,1 N?

Despejando la ecuación de la fuerza eléctrica y sustituyendo, se tiene:

$$F = K\frac{q^2}{d^2} \Rightarrow d = q\sqrt{\frac{K}{F}} = 1 \cdot 10^{-9}\sqrt{\frac{9 \cdot 10^9}{0{,}1}} = 3 \cdot 10^{-4} m = 0{,}3\,mm$$

10.24 Dos pequeñas esferas de igual masa *m* y cargas eléctricas +*q* y –*q* cuelgan de sendos hilos de igual longitud. Debido a la atracción electrostática, los hilos forman un ángulo α = 30º con la vertical, y la distancia de equilibrio entre ambas esferas vale d = 1 m.

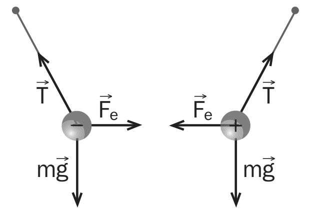
a) Dibuja las fuerzas que actúan sobre cada esfera.

b) Calcula el valor de *q*.

c) Calcula los valores de las fuerzas.

Datos. m = 1 g; g = 10 m s^{-2}

a)



b) Sobre cada pequeña esfera se equilibran tres fuerzas: su peso, la fuerza eléctrica y la tensión del hilo. La componente vertical de la tensión del hilo equilibra el peso:

$$T\cos 30^\circ = mg \Rightarrow T = \frac{mg}{\cos 30^\circ} = \frac{10^{-3}\cdot 10}{\cos 30^\circ} = 0{,}012 \text{ N}$$

La componente horizontal de la tensión del hilo equilibra la fuerza eléctrica:

$$T\text{sen}30^\circ = F_E \Rightarrow 0{,}012 \text{ sen } 30^\circ = 9\cdot 10^9 \frac{q^2}{1^2} \Rightarrow q = 8{,}2\cdot 10^{-7}\text{ C} = 0{,}82\ \mu\text{C}$$

c) La fuerza será: $F_E = 9\cdot 10^9 \dfrac{(8{,}2\cdot 10^{-7})^2}{1^2} = 0{,}0061$ N; $mg = 0{,}01$ N; $T = 0{,}012$ N

10.25 Una partícula de masa despreciable y carga Q = 2 · 10^{-8} C se sujeta del extremo de un muelle que a su vez cuelga del techo. A continuación se crea un campo eléctrico uniforme, de intensidad 2,5 · 10^{8} V m^{-1} y cuyas líneas de campo son verticales, bajo cuya acción se observa que el muelle se alarga 1 cm.

Calcula la constante elástica del muelle.

La fuerza eléctrica equilibra la fuerza elástica del muelle estirado:

$$F_e = k\,x \Rightarrow k = \frac{F_e}{x} = \frac{Q\,E}{x} = \frac{2\cdot 10^{-8}\cdot 2{,}5\cdot 10^{8}}{0{,}01} = 500 \text{ N m}^{-1}$$

10.26 A una gotita de aceite se han adherido varios electrones, de forma que adquiere una carga de 9,6 · 10^{-19} C. La gotita cae inicialmente por su peso, pero se frena y queda en suspensión gracias a la aplicación de un campo eléctrico.

La masa de la gotita es de 3,3 · 10^{-15} kg y puede considerarse puntual.

a) Determina cuántos electrones se han adherido.

b) ¿Cuál es el valor del campo eléctrico aplicado para que la gotita quede detenida?

c) Calcula la fuerza eléctrica entre esta gotita y otra de idénticas propiedades, si la separación entre ambas es de 10 cm. Indica si la fuerza es atractiva o repulsiva.

a) Se habrán adherido los siguientes electrones: $n = \dfrac{q}{e} = \dfrac{9{,}6\cdot 10^{-19}}{1{,}6\cdot 10^{-19}} = 6$ electrones

b) La gotita se detiene si la fuerza iguala al peso: $mg = qE \Rightarrow E = \dfrac{mg}{q} = \dfrac{3{,}3\cdot 10^{-15}\cdot 9{,}8}{9{,}6\cdot 10^{-19}} = 3{,}4\cdot 10^4 \text{ NC}^{-1}$

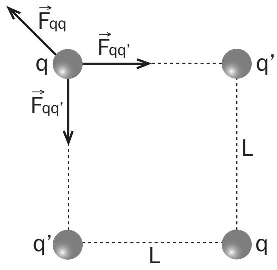
c) $F = K\dfrac{q^2}{d^2} = 9\cdot 10^9 \dfrac{(9{,}6\cdot 10^{-19})^2}{0{,}10^2} = 8{,}3\cdot 10^{-25}$ N

Como ambas gotitas tienen cargas iguales, la fuerza es de repulsión.

10.27 Dos cargas positivas iguales *q* están situadas en vértices opuestos de un cuadrado. Otras dos cargas iguales *q'* ocupan los otros dos vértices.

Halla para qué relación entre *q* y *q'* la fuerza resultante sobre las cargas es cero.

El esquema muestra la disposición de las cargas.



Para que la fuerza resultante sea cero, es necesario que las cargas *q'* sean negativas. Cada carga *q'* dista de una carga *q* una distancia *L* igual al lado del cuadrado. Por tanto, la fuerza de atracción ejercida por cada carga *q'* sobre una carga *q* es:

$$F_{q'} = K\frac{q\,|q'|}{L^2}$$

Las fuerzas de las dos cargas *q'* sobre una carga *q* se componen dando una resultante que tiene la dirección de la diagonal del cuadrado y sentido hacia el centro del mismo; su módulo es:

$$F' = K\frac{q\,|q'|}{L^2}\sqrt{2}$$

Las cargas *q* distan entre sí la diagonal del cuadrado. Por tanto, la fuerza de repulsión entre ellas es:

$$F_q = K\frac{q^2}{(L\sqrt{2})^2} = \frac{1}{2}K\frac{q^2}{L^2}$$

Esta fuerza tiene la dirección de la diagonal pero sentido contrario a la suma de las fuerzas debidas a las cargas *q'*. Para que se dé una situación de equilibrio sobre una carga *q* debe ser:

$$K\frac{q|q'|}{L^2}\sqrt{2} = \frac{1}{2}K\frac{q^2}{L^2} \Rightarrow \frac{q}{|q'|} = 2\sqrt{2} \Rightarrow q = -2\sqrt{2}\,q'$$

INTENSIDAD DEL CAMPO ELÉCTRICO

10.28 Sobre una carga eléctrica puntual de +20 nC actúa una fuerza de 10^{-6} N vertical hacia arriba al situarla en un campo eléctrico. Halla el vector intensidad de campo.

La intensidad del campo magnético en módulo es:

$$E = \frac{F}{q'} = \frac{10^{-6}}{20 \cdot 10^{-9}} = 50\ \text{NC}^{-1}$$

Como la carga es positiva, el vector intensidad de campo es también vertical hacia arriba: $\vec{E} = 50\,\vec{k}\ \left(\text{NC}^{-1}\right)$

10.29 Disponemos de un campo eléctrico $\vec{E} = -100\,\vec{k}\ \left(\text{N C}^{-1}\right)$.

a) Indica cómo son las superficies equipotenciales de este campo.

b) Calcula el trabajo que realiza el campo eléctrico para llevar una carga q = –5 μC desde el punto P_1 (1, 3, 2) m hasta el punto P_2 (2, 0, 4) m.

c) Si liberamos la carga en el punto P_2 y la única fuerza que actúa es la del campo eléctrico, ¿en qué dirección y sentido se moverá?

a) Son planos perpendiculares al eje *z*, es decir, planos horizontales.

b) Como es un desplazamiento entre dos superficies equipotenciales, basta calcular el trabajo debido a la variación en el eje *z*. La fuerza sobre la carga es: $\vec{F} = \vec{E}q = -100\,\vec{k} \cdot (-5 \cdot 10^{-6}) = 5 \cdot 10^{-4}\ \vec{k}\ \ (\text{N})$

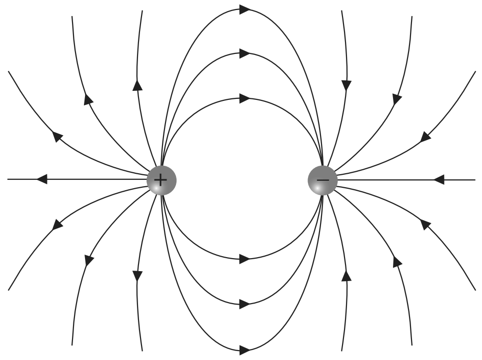
El trabajo es:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta z = 5 \cdot 10^{-4} \cdot (4 - 2) = 10^{-3}\,\text{J}$$

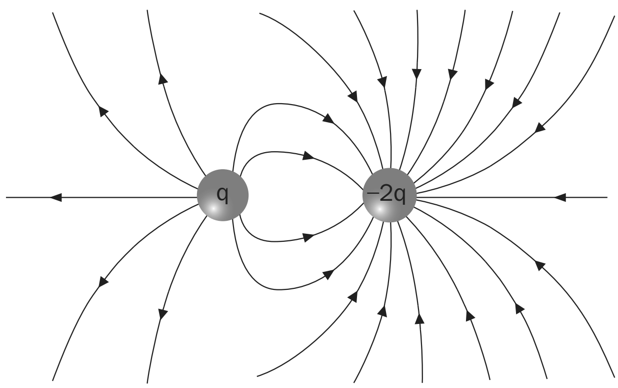
c) Seguirá las líneas de fuerza; como la carga es negativa, se desplazará en sentido contrario al campo hacia el sentido positivo del eje *z*.

10.30 Explica razonadamente qué son las líneas de un campo eléctrico. Dibuja las líneas del campo correspondiente a un dipolo eléctrico (dos cargas iguales y opuestas separadas por una pequeña distancia).

Las líneas de fuerza del campo eléctrico son líneas imaginarias tangentes en cada punto al vector intensidad del campo eléctrico.



10.31 Dibuja de forma aproximada las líneas del campo eléctrico contenidas en un plano en el que hay dos cargas eléctricas, una de valor *Q* y otra de valor –2Q.



10.32 Dos cargas eléctricas positivas, q_1 y q_2, están separadas por una distancia de 1 m. Entre las dos hay un punto situado a 55 cm de q_1, donde el campo eléctrico es nulo. Sabiendo que q_1 = +7 μC, ¿cuánto valdrá q_2?

Campo eléctrico debido a q_1:

$$E_1 = K\frac{q_1}{r_1^2} = 9\cdot 10^9\,\frac{7\cdot 10^{-6}}{0{,}55^2} = 2{,}1\cdot 10^5\ \mathrm{NC^{-1}}$$

Este campo está orientado hacia la carga q_2.

El campo eléctrico en el punto considerado (que dista 45 cm de q_2), debido a q_2 es:

$$E_2 = K\frac{q_2}{r_2^2} = 9\cdot 10^9\,\frac{q_2}{0{,}45^2}$$

Este campo está orientado hacia la carga q_1.

Para que ambos campos se contrarresten sus módulos deben ser iguales:

$$2{,}1\cdot 10^5 = 9\cdot 10^9\,\frac{q_2}{0{,}45^2} \Rightarrow q_2 = 4{,}7\cdot 10^{-6}\ \mathrm{C} = 4{,}7\,\mu\mathrm{C}$$

POTENCIAL ELÉCTRICO

10.33 Dos cargas puntuales, *q* y *q'*, de –0,2 μC cada una, están fijas en los puntos *A*(0, 0) mm y *B*(3, 0) mm, respectivamente. Calcula:

a) El potencial electrostático en el punto *P*(–3, 0) mm y en el punto *P'*(6, 0) mm.

b) La diferencia de potencial entre los puntos *P* y *P'*.

c) El trabajo necesario para trasladar una carga de 3 nC desde el punto *P* hasta el punto *P'*.

a) Potencial en *P* debido a la carga *q*: $V_1 = K\frac{q}{r_{AP}} = 9\cdot 10^9\frac{-0{,}2\cdot 10^{-6}}{3\cdot 10^{-3}} = -6\cdot 10^5\ \text{V}$

Potencial en *P* debido a la carga *q'*: $V_2 = K\frac{q'}{r_{BP}} = 9\cdot 10^9\frac{-0{,}2\cdot 10^{-6}}{6\cdot 10^{-3}} = -3\cdot 10^5\ \text{V}$

Potencial en *P*: $V_P = V_1 + V_2 = -6\cdot 10^{-5} + (-3\cdot 10^{-5}) = -9\cdot 10^{-5}\ \text{V}$

Potencial en *P'* debido a la carga *q*: $V'_1 = K\frac{q}{r_{AP'}} = 9\cdot 10^9\frac{-0{,}2\cdot 10^{-6}}{6\cdot 10^{-3}} = -3\cdot 10^5\ \text{V}$

Potencial en *P'* debido a la carga *q'*: $V'_2 = K\frac{q'}{r_{BP'}} = 9\cdot 10^9\frac{-0{,}2\cdot 10^{-6}}{3\cdot 10^{-3}} = -6\cdot 10^5\ \text{V}$

Potencial en *P'*: $V_{P'} = V'_1 + V'_2 = -3\cdot 10^{-5} + (-6\cdot 10^{-5}) = -9\cdot 10^{-5}\ \text{V}$

b) $V_P - V_{P'} = 0$

c) Como la diferencia de potencial entre los puntos *P* y *P'* es cero, el trabajo necesario para trasladar una carga desde el punto *P* hasta el punto *P'* es cero:

$$W = q\,(V_P - V_{P'}) = q\cdot 0 = 0\ \text{J}$$

10.34 Un campo eléctrico está generado por dos cargas: una de +8 nC, fija en el origen de coordenadas, y otra de –8 nC, situada en el punto (0, 3). Las distancias están expresadas en cm. Calcula:

a) El potencial eléctrico en el punto *P* (4, 3) y en el punto *P'* (0, 2).

b) El trabajo necesario para trasladar una carga de +0,2 nC desde el punto *P* hasta el punto *P'*.

a) La distancia desde la carga positiva hasta *P* es de 5 cm.

Potencial en *P* debido a la carga positiva: $V_+ = K\frac{q}{r_{+P}} = 9\cdot 10^9\frac{8\cdot 10^{-9}}{5\cdot 10^{-2}} = 1440\ \text{V}$

La distancia desde la carga negativa es de 4 cm.

Potencial en *P* debido a la carga negativa: $V_- = K\frac{q}{r_{-P}} = 9\cdot 10^9\frac{-8\cdot 10^{-9}}{4\cdot 10^{-2}} = -1800\ \text{V}$

El potencial total en *P* será:

$$V_P = V_+ + V_- = 1440 - 1800 = -360\ \text{V}$$

Potencial en *P'* debido a la carga positiva: $V'_+ = K\frac{q}{r_{+P'}} = 9\cdot 10^9\frac{8\cdot 10^{-9}}{2\cdot 10^{-2}} = 3600\ \text{V}$

Potencial en *P* debido a la carga negativa: $V'_- = K\frac{q}{r_{-P'}} = 9\cdot 10^9\frac{-8\cdot 10^{-9}}{1\cdot 10^{-2}} = -7200\ \text{V}$

Potencial en *P'*:

$$V_{P'} = V'_+ + V'_- = 3600 - 7200 = -3600\ \text{V}$$

b) $V_P - V_{P'} = -360 - (-3600) = 3240\ \text{V}$

$W = q\,(V_P - V_{P'}) = 0{,}2\cdot 10^{-9}\cdot 3240 = 6{,}5\cdot 10^{-7}\ \text{J}$

10.35 Si en un punto *A* el potencial eléctrico es +10 V y en otro punto *B* es +6V, razona si una carga positiva se moverá espontáneamente de *A* hacia *B* o de *B* hacia *A*.

Las cargas positivas se mueven espontáneamente desde los potenciales más altos a los más bajos. Por tanto, una carga positiva se moverá espontáneamente de *A* (+10 V) hacia *B* (+6 V).

10.36 Si una partícula de carga positiva se mueve en la dirección y sentido de un campo eléctrico uniforme, ¿aumentará, disminuirá o permanecerá constante su energía potencial? ¿Y si la partícula tiene carga negativa? Razona la respuesta.

Si una partícula de carga positiva se mueve en la dirección y sentido de un campo eléctrico uniforme, se mueve hacia potenciales más bajos, por lo que su energía potencial disminuirá. Por el contrario, para que una partícula de carga negativa se mueva en la dirección y sentido de un campo eléctrico uniforme es necesario realizar un trabajo para vencer las fuerzas del campo; por tanto, la partícula aumentará su energía potencial.

10.37 a) Razona si la energía potencial electrostática de una carga *q* aumenta o disminuye, al pasar del punto *A* al *B*, siendo el potencial en *A* mayor que en *B*.

b) El punto *A* está más alejado que el *B* de la carga *Q* que crea el campo. Razona si la carga *Q* es positiva o negativa.

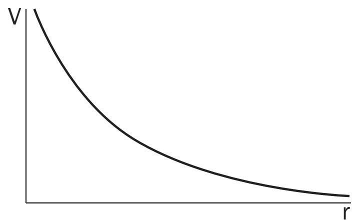
a) Al pasar del punto *A* al *B*, la carga pasa de una potencial mayor a un potencial menor. Si la carga es positiva, su energía potencial electrostática disminuye. Por el contrario, si la carga es negativa, es necesario realizar un trabajo contra las fuerzas del campo y la carga aumentará su energía potencial electrostática.

b) Si el potencial en *A* es mayor que en *B* y *A* está más alejado que *B* de la carga *Q*, la carga *Q* ha de ser negativa.

10.38 Explica en qué consiste el concepto de potencial electrostático en un punto. Dibuja aproximadamente en un sistema de coordenadas el gráfico que relaciona el potencial creado por una carga puntual positiva, eje vertical, con la distancia a dicha carga, eje horizontal, situando la carga en el origen de coordenadas.

El potencial electrostático debido a una carga *q* en un punto a una distancia *r* es: $V = K\dfrac{q}{r}$

Por tanto, la gráfica corresponde a una hipérbola de ecuación: $V\,r = K\,q \Rightarrow V\,r = \text{cte}$



10.39 a) Explica el concepto de energía potencial eléctrica. ¿Qué energía potencial eléctrica tiene una partícula con carga *q* situada a una distancia *r* de otra partícula con carga *q'*?

b) Tres partículas con cargas $q_1 = q_2 = 3$ µC y $q_3 = -3$ µC están situadas, respectivamente, en los puntos de coordenadas (a, 0), (–a, 0) y (0, a), con a = 0,1 m. Calcula las energías potenciales de cada una de las tres partículas.

a) La energía potencial eléctrica de una partícula con carga *q* situada a una distancia *r* de otra partícula con carga *q'* es: $V = K\dfrac{qq'}{r}$

b) La energía potencial de la carga q_1 es la suma de la debida a q_2 más la debida a q_3:

$$E_{P1} = K\frac{q_1q_2}{r_{1,2}} + K\frac{q_1q_3}{r_{1,3}} = Kq_1\left(\frac{q_2}{r_{1,2}} + \frac{q_3}{r_{1,3}}\right) = 9\cdot 10^9\cdot 3\cdot 10^{-6}\cdot\left(\frac{3\cdot 10^{-6}}{2\cdot 0{,}1} + \frac{-3\cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}\cdot 0{,}1}\right) = -0{,}17\ \text{J}$$

Análogamente, resulta: $E_{P2} = -0{,}17$ J

$$E_{P3} = K\frac{q_1q_3}{r_{1,3}} + K\frac{q_2q_3}{r_{2,3}} = Kq_3\left(\frac{q_1}{r_{1,3}} + \frac{q_2}{r_{2,3}}\right) = -9\cdot 10^9\cdot 3\cdot 10^{-6}\cdot\left(\frac{3\cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}\cdot 0{,}1} + \frac{3\cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}\cdot 0{,}1}\right) = -1{,}1\ \text{J}$$

10.40 Sea un cuadrado de 6 cm de lado. En tres de sus vértices se hallan fijas tres cargas eléctricas puntuales de 3 μC. Halla:

a) El vector intensidad de campo eléctrico en el centro del cuadrado y en el cuarto vértice.

b) La diferencia de potencial entre esos dos puntos.

a) En el centro los campos eléctricos debidos a cargas situadas en vértices opuestos se neutralizan, porque tienen el mismo módulo y la misma dirección pero sentidos contrarios. Por tanto, el campo eléctrico en el centro del cuadrado se debe solo a la carga situada en el vértice opuesto al vértice vacío:

$$E = K\frac{q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-6}}{(3\sqrt{2} \cdot 10^{-2})^2} = 1{,}5 \cdot 10^7 \text{ NC}^{-1}$$

Este campo tiene la dirección de la diagonal y sentido hacia el vértice vacío. Sus componentes son:

$$E_x = E_y = E\cos 45^\circ = 1{,}1 \cdot 10^7 \text{ NC}^{-1}$$

El vector intensidad de campo en el centro del cuadrado es, pues:

$$\vec{E} = \left(1{,}1 \cdot 10^7 \,\vec{i} + 1{,}1 \cdot 10^7 \,\vec{j}\right)\left(\text{NC}^{-1}\right)$$

Los campos en el cuarto vértice debidos a las cargas situadas en vértices opuestos tienen de módulo:

$$E = K\frac{q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-6}}{(6 \cdot 10^{-2})^2} = 7{,}5 \cdot 10^6 \text{ NC}^{-1}$$

Sus expresiones vectoriales, teniendo en cuenta su dirección y sentido, son:

$$\vec{E}_1 = 7{,}5 \cdot 10^6 \,\vec{i} \ \text{ NC}^{-1} \quad \vec{E}_2 = 7{,}5 \cdot 10^6 \,\vec{j} \ \left(\text{NC}^{-1}\right)$$

El campo debido a la carga situada en el vértice opuesto al vértice vacío es:

$$E_3 = 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-6}}{(6\sqrt{2} \cdot 10^{-2})^2} = 3{,}75 \cdot 10^6 \text{ NC}^{-1}$$

Sus componentes son:

$$E_{3x} = E_{3y} = E_3 \cos 45^\circ = 2{,}7 \cdot 10^6 \text{ NC}^{-1}$$

Las componentes del campo total en el cuarto vértice son:

$$E_x = E_{1x} + E_{2x} + E_{3x} = 7{,}5 \cdot 10^6 + 0 + 2{,}7 \cdot 10^6 = 1{,}0 \cdot 10^7 \text{ NC}^{-1}$$

Del mismo modo:

$$E_y = 1{,}0 \cdot 10^7 \text{ N C}^{-1}$$

El vector intensidad de campo eléctrico en el cuarto vértice es:

$$\vec{E} = \left(1{,}0 \cdot 10^7 \,\vec{i} + 1{,}0 \cdot 10^7 \,\vec{j}\right) \left(\text{N C}^{-1}\right)$$

b) Potencial en el centro:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = 9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}\left(\frac{1}{3\sqrt{2} \cdot 10^{-2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} \cdot 10^{-2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} \cdot 10^{-2}}\right) = 1{,}9 \cdot 10^6 \text{ V}$$

Potencial en el cuarto vértice:

$$V' = V'_1 + V'_2 + V'_3 = 9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}\left(\frac{1}{6 \cdot 10^{-2}} + \frac{1}{6 \cdot 10^{-2}} + \frac{1}{6\sqrt{2} \cdot 10^{-2}}\right) = 1{,}2 \cdot 10^6 \text{ V}$$

Diferencia de potencial entre ambos puntos:

$$\Delta V = V - V' = 7 \cdot 10^5 \text{ V}$$

10.41 Un electrón inicialmente en reposo se deja libre en un punto del espacio en presencia del campo eléctrico creado por una carga puntual positiva.

1. Cuando el electrón se desplaza en el campo eléctrico:

a) Aumenta su energía potencial electrostática.

b) Sigue el sentido de las líneas del campo.

c) Se mueve en la dirección del potencial eléctrico creciente.

2. Cuando el electrón se desplaza entre dos puntos del campo que tienen una diferencia de potencial de 1000 V:

a) Su energía cinética aumenta en 1000 J.

b) Su energía cinética aumenta en 1000 eV.

c) Su energía mecánica aumenta en 1000 eV.

1. c) Como el electrón tiene carga negativa, se mueve en la dirección del potencial eléctrico creciente, es decir, hacia los puntos de potencial más alto en los que su energía potencial electrostática es menor.

2.b) $W = q \cdot \Delta V = (-1) \cdot 1000 = -1000\,\text{eV}$

Su energía potencial disminuye y, por tanto, su energía cinética aumenta 1000 eV.

10.42 Una partícula que se encuentra fija en la posición $x_1 = 0$ tiene una carga eléctrica $q_1 = -7\ \mu C$, y otra partícula que se encuentra, también fija, en $x_2 = 5$ cm tiene una carga eléctrica de $q_2 = 2\ \mu C$. Calcula en los puntos $x_3 = 6$ cm y $x_4 = 9$ cm:

a) El campo eléctrico.

b) El potencial eléctrico.

a) Campo eléctrico en x_3 debido a la carga q_1:

$$E_{3,1} = K\frac{|q_1|}{r_{3,1}^2} = 9 \cdot 10^9\,\frac{7 \cdot 10^{-6}}{(6 \cdot 10^{-2})^2} = 1{,}75 \cdot 10^7\ \text{NC}^{-1}$$

Este campo está dirigido hacia *O*. Su expresión vectorial es:

$$\vec{E}_{3,1} = -1{,}75 \cdot 10^7\,\vec{i}\ \left(\text{NC}^{-1}\right)$$

Análogamente, el eléctrico en x_3 debido a la carga q_2 es:

$$E_{3,2} = K\frac{q_2}{r_{3,2}^2} = 9 \cdot 10^9\,\frac{2 \cdot 10^{-6}}{(1 \cdot 10^{-2})^2} = 1{,}8 \cdot 10^8\ \text{NC}^{-1}$$

Este campo está dirigido hacia el sentido positivo del eje *x*. Su expresión vectorial es:

$$\vec{E}_{3,2} = 1{,}8 \cdot 10^8\,\vec{i}\ \left(\text{NC}^{-1}\right)$$

El campo resultante en x_3 es: $\vec{E}_3 = \vec{E}_{3,1} + \vec{E}_{3,2} = 1{,}6 \cdot 10^8\,\vec{i}\ \left(\text{NC}^{-1}\right)$

Campo eléctrico en x_4 debido a la carga q_1:

$$E_{4,1} = K\frac{|q_1|}{r_{4,1}^2} = 9 \cdot 10^9\,\frac{7 \cdot 10^{-6}}{(9 \cdot 10^{-2})^2} = 0{,}78 \cdot 10^7\ \text{NC}^{-1}$$

Este campo está dirigido hacia *O*. Su expresión vectorial es:

$$\vec{E}_{4,1} = -7{,}8 \cdot 10^6\,\vec{i}\ \left(\text{NC}^{-1}\right)$$

Análogamente, el eléctrico en x_4 debido a la carga q_2 es:

$$E_{4,2} = K\frac{q_2}{r_{4,2}^2} = 9 \cdot 10^9\,\frac{2 \cdot 10^{-6}}{(4 \cdot 10^{-2})^2} = 1{,}13 \cdot 10^7\ \text{NC}^{-1}$$

Este campo está dirigido hacia el sentido positivo del eje *x*. Su expresión vectorial es:

$$\vec{E}_{4,2} = 1{,}13 \cdot 10^7\,\vec{i}\ \left(\text{NC}^{-1}\right)$$

El campo resultante en x_3 es: $\vec{E}_4 = \vec{E}_{4,1} + \vec{E}_{4,2} = 3{,}5 \cdot 10^6\,\vec{i}\ \left(\text{NC}^{-1}\right)$

b) Potencial eléctrico en x_3 debido a la carga q_1:

$$V_{3,1} = K\frac{q_1}{r_{3,1}} = 9\cdot 10^9 \frac{-7\cdot 10^{-6}}{6\cdot 10^{-2}} = -1{,}05\cdot 10^6\ \text{V}$$

Potencial eléctrico en x_3 debido a la carga q_2:

$$V_{3,2} = K\frac{q_2}{r_{3,2}} = 9\cdot 10^9 \frac{2\cdot 10^{-6}}{1\cdot 10^{-2}} = 1{,}80\cdot 10^6\ \text{V}$$

Potencial eléctrico en x_3:

$$V_3 = V_{3,1} + V_{3,2} = 7{,}5\cdot 10^5\ \text{V}$$

Potencial eléctrico en x_4 debido a la carga q_1:

$$V_{4,1} = K\frac{q_1}{r_{4,1}} = 9\cdot 10^9 \frac{-7\cdot 10^{-6}}{9\cdot 10^{-2}} = -7\cdot 10^5\ \text{V}$$

Potencial eléctrico en x_4 debido a la carga q_2:

$$V_{4,2} = K\frac{q_2}{r_{4,2}} = 9\cdot 10^9 \frac{2\cdot 10^{-6}}{4\cdot 10^{-2}} = 4{,}5\cdot 10^6\ \text{V}$$

Potencial eléctrico en x_4:

$$V_4 = V_{4,1} + V_{4,2} = -2{,}5\cdot 10^5\ \text{V}$$

10.43 Una partícula con carga $q_1 = 10^{-6}$ C se fija en el origen de coordenadas.

a) ¿Qué trabajo será necesario realizar para colocar una segunda partícula, con carga $q_2 = 10^{-8}$ C, que está inicialmente en el infinito, en un punto *P* situado en la parte positiva del eje *y* a una distancia de 30 cm del origen de coordenadas?

b) La partícula de carga q_2 tiene 2 mg de masa. Esta partícula se deja libre en el punto *P*; ¿qué velocidad tendrá cuando se encuentre a 1,5 m de distancia de q_1?

Dato. K = $9\cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}

a) Potencial del punto *P*:

$$V_P = K\frac{q_1}{r_P} = 9\cdot 10^9 \frac{10^{-6}}{0{,}30} = 30\ 000\ \text{V}$$

Energía potencial de la carga q_2 en *P*:

$$E_{2,P} = V_P q_2 = 30\ 000\cdot 10^{-8} = 3{,}0\cdot 10^{-4}\ \text{J}$$

El trabajo necesario contra las fuerzas del campo para llevar la carga hasta *P* es:

$$W = 3\cdot 10^{-4}\ \text{J}$$

b) Potencial a 1,5 m de distancia de la carga q_1:

$$V' = K\frac{q_1}{r'} = 9\cdot 10^9 \frac{10^{-6}}{1{,}5} = 6000\ \text{V}$$

Energía potencial de la carga q_2 a 1,5 m de distancia de la carga q_1:

$$E'_2 = V' q_2 = 6000\cdot 10^{-8} = 6{,}0\cdot 10^{-5}\ \text{J}$$

La energía cinética adquirida por la partícula es igual a la disminución de su energía potencial:

$$\Delta E_c = -\Delta E_{pot} = 3{,}0\cdot 10^{-4} - 6{,}0\cdot 10^{-5} = 2{,}4\cdot 10^{-4}\ \text{J}$$

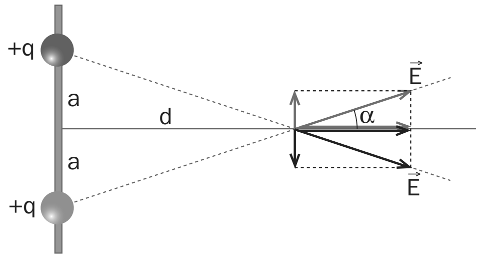
$$\Delta E_c = E_c - E_{c0} = E_c - 0 \Rightarrow E_c = 2{,}4\cdot 10^{-4} \Rightarrow 2{,}4\cdot 10^{-4} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}2\cdot 10^{-6}v^2 \Rightarrow v = 15{,}5\ \text{m s}^{-1}$$

10.44 Dos cargas positivas e iguales están situadas en el eje *y*; una está situada en y = a, y la otra en y = – a.

a) Calcula el campo y el potencial eléctrico en un punto situado sobre el eje *x* y a una distancia *d* del origen.

b) ¿Cómo varía el resultado si a >> d? ¿Y si es d >> a?

a) Como se muestra en la figura, por la simetría de la distribución, las componentes verticales de los campos debidos a ambas cargas se contrarrestan. Las componentes horizontales son iguales y se suman.



La componente horizontal de una de las cargas es igual al módulo del campo generado por esa carga multiplicado por el coseno del ángulo que forma con el eje *OX*:

$$E_{x,q} = E\cos\alpha = K\frac{q}{d^2+a^2}\frac{d}{\sqrt{d^2+a^2}} = K\frac{qd}{\left(\sqrt{d^2+a^2}\right)^{3/2}}$$

El campo en un punto a distancia *d* es: $E_x = 2K\frac{qd}{\left(\sqrt{d^2+a^2}\right)^{3/2}}$

El potencial es la suma de los potenciales: $V = K\frac{q}{\sqrt{d^2+a^2}} + K\frac{q}{\sqrt{d^2+a^2}} = 2\frac{Kq}{\sqrt{d^2+a^2}}$

b) Si a >> d, resulta: $\sqrt{d^2+a^2} \approx \sqrt{a^2} = a$. Por tanto: $E_x = 2Kq\frac{d}{a^3} \approx 0 \quad V = 2K\frac{q}{a}$

Si d >> a, resulta: $\sqrt{d^2+a^2} \approx \sqrt{d^2} = d$ Por tanto: $E_x = 2K\frac{q}{d^2}$ y $V = 2K\frac{q}{d}$

10.45 Sea un dipolo eléctrico formado por dos cargas puntuales q_1 = 3 μC y q_2 = –3 μC separadas 2 cm. Calcula en el punto medio del segmento que las une:

a) El campo eléctrico.

b) El potencial eléctrico.

a) Campo eléctrico en el punto medio debido a la carga q_1:

$$E_1 = K\frac{q_1}{r_1^2} = 9\cdot10^9\frac{3\cdot10^{-6}}{(1\cdot10^{-2})^2} = 2{,}7\cdot10^8\ NC^{-1}$$

Este campo está dirigido hacia el sentido positivo del eje *OX*. Su expresión vectorial es:

$$\vec{E}_1 = 2{,}7\cdot10^8\,\vec{i}\ \left(NC^{-1}\right)$$

Campo eléctrico en el punto medio debido a la carga q_2:

$$E_2 = K\frac{q_2}{r_2^2} = 9\cdot10^9\frac{3\cdot10^{-6}}{(1\cdot10^{-2})^2} = 2{,}7\cdot10^8\ NC^{-1}$$

Este campo también está dirigido hacia el sentido positivo del eje *x*. Su expresión vectorial es:

$$\vec{E}_2 = 2{,}7\cdot10^8\,\vec{i}\ \left(NC^{-1}\right)$$

El campo resultante en el punto medio es: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 5{,}4\cdot10^8\,\vec{i}\ \left(NC^{-1}\right)$

b) En el punto medio, el debido a cada carga es igual y de signo opuesto; por tanto, V = 0.

10.46 En el interior de un conductor esférico cargado y en equilibrio electrostático se cumple:

a) El potencial y el campo aumentan desde el centro hacia la superficie de la esfera.

b) El potencial es nulo y el campo es constante.

c) El potencial es constante y el campo es nulo.

c) En el interior de un conductor esférico cargado y en equilibrio electrostático el campo eléctrico es nulo y, en consecuencia, el potencial eléctrico tiene un valor constante.

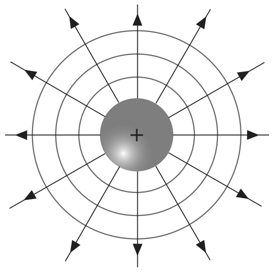
10.47 a) Explica qué son las líneas de fuerza de un campo eléctrico. ¿Cómo están relacionadas con las superficies equipotenciales?

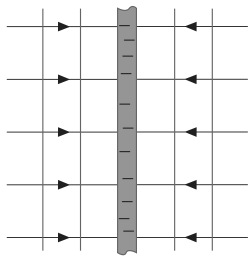
b) Explica cómo son y dibuja las líneas de fuerza y las superficies equipotenciales del campo creado por una esfera cargada positivamente y por una placa indefinida cargada negativamente. Supón que, en ambos casos, las densidades de carga son uniformes.

a) Las líneas de fuerza del campo eléctrico son líneas imaginarias tangentes en cada punto al vector intensidad del campo eléctrico. Las superficies equipotenciales son perpendiculares a las líneas de fuerza del campo.

b) Las líneas de fuerza de una esfera cargada positivamente son rectas que parten de la superficie de la esfera en dirección radial y sentido hacia el infinito. Las superficies equipotenciales son superficies esféricas concéntricas con el centro de la esfera y exteriores a esta.

Las líneas de fuerza de una placa indefinida cargada negativamente son rectas perpendiculares a la placa y dirigidas hacia ella. Las superficies equipotenciales son planos paralelos a la placa.





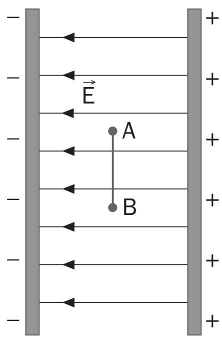
MOVIMIENTOS DE CARGAS ELÉCTRICAS BAJO CAMPOS ELÉCTRICOS UNIFORMES

10.48 Un condensador plano tiene las placas metálicas verticales y separadas 2 mm. En su interior hay un campo eléctrico constante dirigido hacia la izquierda de valor 10^5 N C^{-1}.

a) Calcula la diferencia de potencial entre las placas del condensador. Haz un esquema del condensador e indica qué placa es la positiva y cuál la negativa.

b) Calcula la diferencia de potencial entre dos puntos *A* y *B* del interior del condensador separados 0,5 mm y colocados de manera que el segmento *AB* sea perpendicular al campo eléctrico. Justifica la respuesta.

c) Considera un electrón entre las dos placas del condensador. Si se le deja partir desde el reposo muy próximo a la placa negativa, determina con qué energía cinética llega a la placa positiva. Los efectos gravitatorios se pueden considerar despreciables.



a) Como el campo entre las placas es uniforme: $V_1 - V_2 = E \cdot l = 10^5 \cdot (2 \cdot 10^{-3}) = 200$ V

b) Los puntos *A* y *B* están en un plano paralelo a las placas y perpendicular a las líneas del campo, y que es, por tanto, una superficie equipotencial. En consecuencia, la diferencia de potencial entre los puntos *A* y *B* es cero, porque están en la misma superficie equipotencial.

c) La energía potencial que pierde el electrón al cambiar de placa incrementa su energía potencial:

$$e\Delta V = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow E_c = e\Delta V = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 200 = 3{,}2 \cdot 10^{-17}\,\text{J}$$

10.49 Un electrón penetra en un campo eléctrico uniforme de 2000 V m^{-1} con una velocidad de 5000 km·s^{-1} en dirección perpendicular a las líneas del campo. Calcula qué distancia ha penetrado el electrón en el campo después de haberse desviado 1 mm en dirección perpendicular al campo.

El módulo de la aceleración del electrón es:

$$a = \frac{F_e}{m} = \frac{eE}{m} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 2000}{9{,}1 \cdot 10^{-31}} = 3{,}5 \cdot 10^{14}\ \text{m s}^{-2}$$

Esta aceleración, perpendicular al campo, provoca un desplazamiento del electrón en dirección perpendicular a su trayectoria inicial:

$$y = \frac{1}{2}at^2$$

$$1 \cdot 10^{-3} = \frac{1}{2} 3{,}5 \cdot 10^{14} t^2$$

$$t = 2{,}4 \cdot 10^{-9}\ \text{s}$$

En ese tiempo el electrón ha recorrido en la dirección inicial la distancia:

$$x = v_0 t = 5 \cdot 10^6 \cdot 2{,}4 \cdot 10^{-9} = 12 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$

$$x = 12\ \text{mm}$$

10.50 Un electrón, con una velocidad de 6 · 10^6 m s^{-1}, penetra en un campo eléctrico uniforme y su velocidad se anula a una distancia de 20 cm desde su entrada en la región del campo.

a) Razona cuáles son la dirección y el sentido del campo eléctrico.

b) Calcula su módulo.

a) Debe haber una aceleración negativa, que reduce la velocidad de la partícula; por tanto, la fuerza eléctrica sobre el electrón tiene la misma dirección que la velocidad inicial, pero sentido opuesto. En consecuencia, como la partícula tiene carga negativa, el campo eléctrico tienen la misma dirección y el mismo sentido que la velocidad inicial.

b) La aceleración del electrón es:

$$v^2 - v_0^2 = 2ad$$

$$-(6 \cdot 10^6)^2 = 2a \cdot 0{,}20$$

$$a = -9 \cdot 10^{13}\ \text{m s}^{-2}$$

El módulo de la fuerza sobre el electrón es:

$$F_e = eE = ma$$

$$E = \frac{ma}{e}$$

El módulo del campo es:

$$E = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 9 \cdot 10^{13}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 512\ \text{NC}^{-1}$$

10.51 Un electrón y un positrón (partícula de masa igual a la del electrón y con una carga de igual valor pero de signo positivo) se encuentran separados inicialmente una distancia de 10^{-6} m; el positrón está en el origen de coordenadas y el electrón a su derecha.

(Datos: $|e|$ = 1,60 · 10^{-19} C, m_e = 9,1 · 10^{-31} kg, K = 9 · 10^9 Nm^2C^{-2}). Calcula:

a) El campo eléctrico en el punto medio entre ambas partículas, antes de que empiecen a moverse atraídas entre sí.

b) El módulo de la aceleración inicial del electrón (o del positrón) en el momento en que empieza a moverse hacia la otra partícula.

c) La energía potencial eléctrica del conjunto de las dos partículas, cuando se han aproximado hasta una distancia de 10^{-7} m.

a) El campo debido al electrón está dirigido en dirección contraria a la otra partícula (derecha) y su valor es:

$$E_- = K\frac{e}{r_-^2} = 9\cdot 10^9\,\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}}{(0{,}5\cdot 10^{-6})^2} = 5{,}8\cdot 10^3\ NC^{-1}$$

El campo debido al positrón también está dirigido hacia la derecha y su valor es:

$$E_+ = K\frac{e}{r_+^2} = 9\cdot 10^9\,\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}}{(0{,}5\cdot 10^{-6})^2} = 5{,}8\cdot 10^3\ NC^{-1}$$

El campo resultante estará dirigido hacia la derecha y su valor es:

$$E = E_- + E_+ = 1{,}2\cdot 10^4\ NC^{-1}$$

b) La fuerza sobre el electrón es:

$$F_e = K\frac{e\cdot e}{d^2} = 9\cdot 10^9\,\frac{(1{,}6\cdot 10^{-19})^2}{(10^{-6})^2} = 2{,}3\cdot 10^{-16}\ N$$

La aceleración sobre él:

$$a = \frac{F_e}{m_e} = \frac{2{,}3\cdot 10^{-16}}{9{,}1\cdot 10^{-31}} = 2{,}5\cdot 10^{14}\ m\,s^{-2}$$

c) El potencial en la posición de una partícula debido a la carga de la otra es:

$$V = K\frac{e}{d} \Rightarrow E_P = Ve = K\frac{e^2}{d}$$

Y la energía potencial del conjunto de las dos partículas es

$$E_P = 2K\frac{e^2}{d} = 2\cdot 9\cdot 10^9\,\frac{\left(1{,}6\cdot 10^{-19}\right)^2}{10^{-7}} = 4{,}6\cdot 10^{-21}\ J$$

TEOREMA DE GAUSS

10.52 Un conductor rectilíneo indefinido tiene una densidad lineal de carga de 6 nC m^{-1}. Calcula el campo eléctrico generado en el vacío a una distancia del conductor de:

a) 10 cm **b) 50 cm**

a) $E = \frac{1}{2\pi\varepsilon r}\lambda = 2\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{\lambda}{r} = 2K\frac{\lambda}{r} = 2\cdot 9\cdot 10^9\,\frac{6\cdot 10^{-9}}{r}$

Si r = 10 cm = 0,1 m: $E = 2\cdot 9\cdot 10^9\,\frac{6\cdot 10^{-9}}{r} = 2\cdot 9\cdot 10^9\,\frac{6\cdot 10^{-9}}{0{,}1} = 1080\ NC^{-1}$

b) Si r = 50 cm = 0,5 m: $E = 2\cdot 9\cdot 10^9\,\frac{6\cdot 10^{-9}}{r} = 2\cdot 9\cdot 10^9\,\frac{6\cdot 10^{-9}}{0{,}5} = 216\ NC^{-1}$

10.53 Una placa conductora tiene una densidad superficial de carga de 4 nC m^{-2}. Calcula el campo eléctrico que genera esta placa en el vacío.

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon} = 2\pi\frac{1}{4\pi\varepsilon}\sigma = 2\pi K\sigma = 2\pi\cdot 9\cdot 10^9\cdot 4\cdot 10^{-9} = 226\ NC^{-1}$$

10.54 Dos placas conductoras, planas y paralelas, están separadas por una distancia de 5 mm. Sus densidades superficiales de carga son +4 nC m^{-2} y –4 nC m^{-2}, respectivamente. Calcula:

a) El campo eléctrico entre las placas.

b) El campo eléctrico en un punto situado fuera del espacio entre ambas placas.

c) La diferencia de potencial entre ellas.

d) El trabajo necesario para llevar una carga de +5 nC desde la placa negativa a la placa positiva.

a) El campo debido a la placa positiva es:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon} = 2\pi K\sigma = 2\pi \cdot 9 \cdot 10^{9} \cdot 4 \cdot 10^{-9} = 226\,\text{N C}^{-1}$$

El campo debido a la placa negativa es:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon} = 2\pi K\sigma = 2\pi \cdot 9 \cdot 10^{9} \cdot 4 \cdot 10^{-9} = 226\,\text{N C}^{-1}$$

Ambos campos son perpendiculares a las placas y se dirigen hacia la placa negativa. El campo resultante tiene este mismo sentido y su módulo es:

$$E = E_{+} + E_{-} = 512\ \text{N C}^{-1}$$

b) En un punto fuera de las placas los campos debidos a cada una de ellas tienen el mismo módulo y la misma dirección, pero sentidos opuestos. Por tanto, el campo eléctrico en un punto situado fuera del espacio entre ambas placas es nulo:

$$E = 0$$

c) $\Delta V = Ed = 512 \cdot (5 \cdot 10^{-3}) = 2{,}56\ \text{V}$

d) $W = \Delta V \cdot q = 2{,}56 \cdot 5 \cdot 10^{-9} = 1{,}28 \cdot 10^{-8}\,\text{J}$

10.55 Se tiene una esfera de 0,1 m de radio cargada con 4 · 10^{-6} C. Calcula la intensidad del campo eléctrico en los siguientes puntos:

a) A 0,20 m del centro de la esfera.

b) A 0,50 m del centro de la esfera.

a) Utilizando la ecuación del campo eléctrico de una carga puntual, que es el mismo que el generado por una esfera en su exterior, se tiene:

$$E = K\frac{Q}{r^2} = 9 \cdot 10^{9}\,\frac{4 \cdot 10^{-6}}{0{,}20^2} = 9 \cdot 10^{5}\ \text{NC}^{-1}$$

b) Utilizando la ecuación anterior, se tiene:

$$E' = K\frac{Q}{r'^2} = 9 \cdot 10^{9}\,\frac{4 \cdot 10^{-6}}{0{,}50^2} = 1{,}4 \cdot 10^{5}\ \text{NC}^{-1}$$

10.56 Se tiene una esfera maciza conductora cargada en equilibrio electrostático. ¿Cuánto vale el campo eléctrico en su interior? ¿Dónde se encuentra la carga, en el interior o en la superficie de la esfera? Razona las respuestas.

En el interior de un conductor esférico cargado y en equilibrio electrostático el campo eléctrico es nulo. La carga se encuentra en la superficie de la esfera, como resulta al aplicar el teorema de Gauss.

10.57 Una esfera metálica de 4 cm de diámetro se carga con +6 nC.

1. Calcula:

a) La densidad superficial de carga de la esfera.

b) El valor del campo eléctrico en su superficie.

c) El campo eléctrico en el punto *P* situado a 3 cm de su centro.

2. El potencial eléctrico en los puntos situados a una distancia del centro mayor o igual al radio ($r \geq R$) se puede expresar por $V = K\,q\,r^{-1}$. Determina el potencial eléctrico en:

d) La superficie de la esfera.

e) El punto *P*.

f) El interior de la esfera.

3. Se pone en contacto con la primera esfera una segunda esfera inicialmente descargada de 1 cm de diámetro. Calcula después del contacto:

g) La carga eléctrica de cada esfera.

h) El potencial en el interior de cada esfera.

i) El campo eléctrico en la superficie de cada esfera.

a) $\sigma = \dfrac{q}{S} = \dfrac{q}{4\pi R^2} = \dfrac{6 \cdot 10^{-9}}{4\pi (2 \cdot 10^{-2})^2} = 1{,}2 \cdot 10^{-6}\ \text{Cm}^{-2}$

b) $E = K\dfrac{q}{R^2} = 9 \cdot 10^9 \dfrac{6 \cdot 10^{-9}}{(2 \cdot 10^{-2})^2} = 1{,}35 \cdot 10^5\ \text{NC}^{-1}$

c) $E = K\dfrac{q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \dfrac{6 \cdot 10^{-9}}{(3 \cdot 10^{-2})^2} = 6 \cdot 10^4\ \text{NC}^{-1}$

d) $V = K\dfrac{q}{R} = 9 \cdot 10^9 \dfrac{6 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 10^{-2}} = 2700\ \text{V}$

e) $V = K\dfrac{q}{r} = 9 \cdot 10^9 \dfrac{6 \cdot 10^{-9}}{3 \cdot 10^{-2}} = 1800\ \text{V}$

f) El potencial en el interior de la esfera es constante e igual al de la superficie:

$$V = 2700\ \text{V}$$

g) La suma de las cargas de ambas esferas después del contacto es igual a la carga inicial. El potencial de ambas esferas es el mismo cuando están en contacto. Por tanto:

$$\left.\begin{aligned} & q'_1 + q'_2 = 6 \cdot 10^{-9}\ \text{C} \\ & V'_1 = V'_2 \Rightarrow K\frac{q'_1}{R_1} = K\frac{q'_2}{R_2} \Rightarrow \frac{q'_1}{2 \cdot 10^{-2}} = \frac{q'_2}{0{,}5 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow q'_1 = 4\,q'_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{cases} q'_1 = 4{,}8 \cdot 10^{-9}\ \text{C} \\ q'_2 = 1{,}2 \cdot 10^{-9}\ \text{C} \end{cases}$$

h) El potencial interior de cada esfera es igual al potencial en su superficie:

$$V'_1 = K\frac{q'_1}{R_1} = 9 \cdot 10^9 \frac{4{,}8 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 10^{-2}} = 2160\ \text{V} \qquad V'_2 = V'_1 = 2160\ \text{V}$$

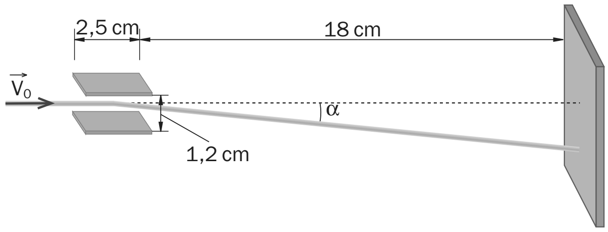
i) $E'_1 = K\dfrac{q'_1}{R_1^{\,2}} = 9 \cdot 10^9 \dfrac{4{,}8 \cdot 10^{-9}}{(2 \cdot 10^{-2})^2} = 1{,}08 \cdot 10^5\ \text{NC}^{-1}$; $E'_2 = K\dfrac{q'_2}{R_2^{\,2}} = 9 \cdot 10^9 \dfrac{1{,}2 \cdot 10^{-9}}{(0{,}5 \cdot 10^{-2})^2} = 4{,}32 \cdot 10^5\ \text{NC}^{-1}$

PROBLEMA DE SÍNTESIS

10.58 Se ha diseñado un sistema para desviar electrones que consta de dos placas cuadradas paralelas, de 2,5 cm de lado, separadas 1,2 cm y cargadas con cargas eléctricas iguales y opuestas para generar un campo eléctrico vertical hacia arriba.

Los electrones, acelerados desde el reposo mediante una diferencia de potencial de 1000 V, penetran entre las placas en una dirección perpendicular al campo, paralela a un lado de las placas y equidistante de ambas. A 18 cm de la salida de las placas se ha situado una pantalla paralela a la dirección del campo.

Se aplica a las placas una diferencia de potencial de 180 V.



Calcula:

a) La intensidad del campo eléctrico entre las placas.

b) La velocidad con que los electrones se introducen entre las placas.

c) El tiempo que tarda un electrón en recorrer el espacio entre las placas.

d) La desviación vertical que experimenta un electrón durante ese tiempo.

e) El ángulo α que se ha desviado el electrón.

f) El punto de la pantalla en el que incidirá.

Se eleva la diferencia de potencial entre las placas a 360 V. Calcula:

g) El nuevo ángulo α' de desviación de los electrones.

h) El nuevo punto de la pantalla en el que inciden.

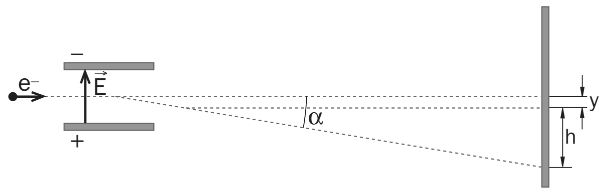
a) $E = \frac{\Delta V}{l} = \frac{180}{1{,}2 \cdot 10^{-2}} = 1{,}5 \cdot 10^4 \ \text{NC}^{-1}$

b) Los electrones acelerados con una *ddp* de 1000 V desde el reposo han transformado en energía cinética la disminución de energía potencial eléctrica experimentada:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = e\Delta V \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2e\Delta V}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1000}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} = 1{,}9 \cdot 10^7 \ \text{m s}^{-1}$$

c) $t = \frac{x}{v_0} = \frac{2{,}5 \cdot 10^{-2}}{1{,}9 \cdot 10^7} = 1{,}3 \cdot 10^{-9} \ \text{s}$

d) La figura muestra la trayectoria del electrón en las placas y fuera de ellas.



La aceleración vertical del electrón es:

$$a = \frac{F_e}{m} = \frac{eE}{m} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}5 \cdot 10^4}{9{,}1 \cdot 10^{-31}} = 2{,}6 \cdot 10^{15} \ \text{m s}^{-2}$$

La desviación vertical *y* que experimenta el electrón es:

$$y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}2{,}6 \cdot 10^{15} \cdot (1{,}3 \cdot 10^{-9})^2 = 2{,}2 \cdot 10^{-3} \ \text{m}$$

e) La velocidad vertical del electrón al salir de las placas es:

$$v_y = at = 2{,}6\cdot 10^{15}\cdot 1{,}3\cdot 10^{-9} = 3{,}38\cdot 10^{6}\ \mathrm{m\,s^{-1}}$$

El ángulo con que emerge de las placas el electrón es:

$$\mathrm{tg}\ \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{3{,}38\cdot 10^{6}}{1{,}9\cdot 10^{7}} \Rightarrow \alpha = 0{,}176\ \mathrm{rad}$$

f) El desplazamiento vertical del electrón tras salir de las placas es:

$$h = D\ \mathrm{tg}\ \alpha \approx D\ \alpha = 18\cdot 0{,}178 = 3{,}17\ \mathrm{cm}$$

El desplazamiento vertical total del electrón es la suma del desplazamiento dentro de las placas más el desplazamiento fuera de las placas:

$$h + y = 3{,}17 + 0{,}22 = 3{,}39\ \mathrm{cm}$$

g) El nuevo valor del campo aplicado entre las placas es:

$$E' = \frac{\Delta V'}{l} = \frac{360}{1{,}2\cdot 10^{-2}} = 3\cdot 10^{4}\ \mathrm{N\,C^{-1}}$$

El módulo de la aceleración del electrón en este caso es:

$$a' = \frac{F'_e}{m} = \frac{eE'}{m} = \frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 3\cdot 10^{4}}{9{,}1\cdot 10^{-31}} = 5{,}2\cdot 10^{15}\ \mathrm{m\,s^{-2}}$$

La velocidad vertical del electrón al salir de las placas es:

$$v'_y = a't = 5{,}2\cdot 10^{15}\cdot 1{,}3\cdot 10^{-9} = 6{,}76\cdot 10^{6}\ \mathrm{m\,s^{-1}}$$

Y el ángulo de salida:

$$\alpha' \approx \mathrm{tg}\alpha' = \frac{v'_y}{v_x} = \frac{6{,}76\cdot 10^{6}}{1{,}9\cdot 10^{7}} \Rightarrow \alpha = 0{,}342\ \mathrm{rad}$$

h) La desviación del electrón dentro de las placas es:

$$y' = \frac{1}{2}a't^2 = \frac{1}{2}5{,}2\cdot 10^{15}\cdot (1{,}3\cdot 10^{-9})^2 = 4{,}4\cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}$$

Y la desviación una vez que ha abandonado las placas:

$$h' = D\mathrm{tg}\alpha' \approx D\alpha' = 18\cdot 0{,}342 = 6{,}16\ \mathrm{cm}$$

La desviación total ha sido:

$$h' + y' = 6{,}16 + 0{,}44 = 6{,}60\ \mathrm{cm}$$