11 Campos magnéticos y corrientes eléctricas

EJERCICIOS PROPUESTOS

11.1 Explica el fundamento científico de la utilización de la brújula para la orientación.

La brújula es un imán natural que se orienta en el campo magnético terrestre señalando la dirección de los polos magnéticos de la Tierra.

11.2 Señala la diferencia entre imanes naturales e imanes artificiales, y entre imanes permanentes y temporales.

Los imanes naturales son aquellos que se encuentran en la naturaleza sin intervención humana. El imán natural más conocido es la magnetita. Algunas sustancias se magnetizan cuando se frotan con magnetita o se someten a corrientes eléctricas; en este caso, se tratará de imanes artificiales.

De entre las sustancias que se magnetizan, es posible encontrarse materiales que presentan magnetización al estar en contacto con un imán permanente, pero que dejan de tenerla cuando desaparece el contacto; se trata de imanes temporales. Los imanes permanentes son aquellos que mantienen la magnetización aunque se encuentren lejos de la fuente que lo magnetizó.

11.3 ¿Cuánto vale la fuerza magnética sobre una carga en reposo situada en un campo magnético? ¿Por qué?

La fuerza magnética es nula, porque la fuerza magnética sobre una carga es: $\vec{F} = q\,(\vec{v} \times \vec{B})$

Si la carga está en reposo (v = 0), el producto será nulo.

11.4 ¿Cuánto vale la fuerza magnética sobre una carga que penetra en un campo magnético uniforme con una velocidad paralela a la dirección del campo? ¿Por qué?

La fuerza es cero, porque, si una carga penetra en un campo magnético uniforme con una velocidad paralela a la dirección del campo, el producto vectorial $\vec{v} \times \vec{B}$ es cero.

11.5 Una partícula de masa *m* y carga *q* penetra con una velocidad *v* en dirección perpendicular a un campo magnético *B*. Demuestra que la frecuencia con que gira en el campo, denominada frecuencia ciclotrónica, no depende del valor de la velocidad.

Si se combina la ecuación de la fuerza magnética con la de un movimiento circular, se tiene:

$$qvB = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \frac{qBR}{m} = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi m}{qB}$$

Por tanto, la frecuencia con que la partícula gira en el campo no depende de la masa y es:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}$$

11.6 Un protón (q = 1,6 · 10^{-19} C, m = 1,7 · 10^{-27} kg) penetra con velocidad $\vec{v} = 6{,}0 \cdot 10^5(\vec{j} + \vec{k})$ m s^{-1} en un campo magnético uniforme $\vec{B} = 7{,}5\,\vec{j}$ T. Calcula la fuerza magnética sobre el protón y el radio de la circunferencia que describe.

La fuerza magnética es: $\vec{F} = q\,(\vec{v} \times \vec{B}) = q\left[6{,}0 \cdot 10^5\ (\vec{j} \times \vec{k}) \times 7{,}5\,\vec{j}\right] = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 6{,}0 \cdot 10^5 \cdot 7{,}5\ \vec{k} \times \vec{j} = -7{,}2 \cdot 10^{-13}\ \vec{i}$ (N)

El radio de la trayectoria será: $R = \dfrac{mv}{qB} = \dfrac{1{,}7 \cdot 10^{-27} \cdot 6{,}0 \cdot 10^5 \cdot \sqrt{2}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 7{,}5} = 1{,}2 \cdot 10^{-3}$ m

11.7 Un electrón ($q = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C, $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg) penetra con una velocidad de $3 \cdot 10^6$ m s^{-1} en dirección perpendicular a un campo uniforme de 6 T de un acelerador de partículas. Calcula el radio de la circunferencia que describe el electrón y el número de vueltas que da cada milisegundo.

El radio de la trayectoria será:

$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^6}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 6} = 2,8 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

La frecuencia es:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 6}{2\pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} = 1,7 \cdot 10^{11} \text{ vueltas s}^{-1}$$

Por tanto, el número de vueltas en un milisegundo será:

$$1,7 \cdot 10^{11} \cdot 10^{-3} = 1,7 \cdot 10^8$$

11.8 Un electrón se mueve en un órbita circular de 2 mm de radio dentro de un campo magnético de 0,3 T. Calcula:

a) Su velocidad.

b) La energía cinética del electrón.

c) El período de su movimiento.

a) $R = \dfrac{mv}{qB} \Rightarrow v = \dfrac{RqB}{m} = \dfrac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,3}{9,1 \cdot 10^{-31}} = 1,1 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

b) $E_c = \dfrac{1}{2} mv^2 = \dfrac{1}{2} 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot \left(1,1 \cdot 10^8\right)^2 = 5,5 \cdot 10^{-15} \text{ J}$

c) $T = \dfrac{2\pi m}{qB} = \dfrac{2\pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,3} = 1,2 \cdot 10^{-10} \text{ s}$

11.9 Halla el módulo de la fuerza magnética que actúa sobre un conductor recto de 20 cm de longitud situado en un campo magnético de 6 T con el que forma un ángulo de 45º cuando circula por él una corriente de 0,3 A.

Tomando la ecuación de la fuerza sobre un conductor, se tiene:

$$F = ILB \text{ sen } \alpha = 0,3 \cdot 0,20 \cdot 6 \cdot \text{sen } 45º = 0,25 \text{ N}$$

11.10 Un conductor recto, de longitud *L*, por el que circula una corriente *I*, está situado en un campo magnético uniforme B_0 en dirección perpendicular a las líneas de fuerza del campo. Calcula la fuerza magnética sobre el conductor.

Tomando la ecuación de la fuerza sobre un conductor, se tiene:

$$F = ILB \text{ sen } \alpha = ILB_0 \text{ sen } 90º = ILB_0$$

11.11 Indica cuáles son las unidades de las siguientes magnitudes en el SI.

Fuerza magnética, área de una espira, momento del par de fuerzas sobre una espira, momento magnético de una espira.

Fuerza magnética, N; área de una espira, m^2; momento del par de fuerzas sobre una espira, Nm; momento magnético de una espira, A m^2.

11.12 Calcula el momento del par de fuerzas sobre una espira cuadrada de 10 cm de lado situada en un campo magnético uniforme de 0,5 T cuando circula por ella una corriente de 500 mA, sabiendo que el plano de la espira forma un ángulo de 30º con la dirección del campo.

Si el plano de la espira forma un ángulo de 30º con la dirección del campo, el vector superficie y el campo forman un ángulo de 60º. El momento del par de fuerzas sobre la espira es:

$$M = ISB \text{sen} \alpha = 0,500 \cdot 0,10^2 \cdot 0,5 \cdot \text{sen } 60º = 2,2 \cdot 10^{-3} \text{ N m}$$

11.13 Calcula el campo magnético generado por un conductor recto, recorrido por una corriente de 6 A, en un punto situado a 12 cm de distancia.

Aplicando la ecuación del campo generado por un conductor recto y sustituyendo, se tiene:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 6}{2\pi \cdot 0{,}12} = 10^{-5}\ \text{T}$$

11.14 Determina la intensidad de la corriente eléctrica que debe circular por una espira de 30 cm de diámetro para que el campo magnético en su centro sea 5 · 10^{-5} T.

Aplicando la ecuación del campo generado por una espira, despejando y sustituyendo, se tiene:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \Rightarrow I = \frac{2RB}{\mu_0} = \frac{2 \cdot 0{,}15 \cdot 5 \cdot 10^{-5}}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 12\ \text{A}$$

11.15 Argumenta si las siguientes afirmaciones son correctas o no. El campo magnético en el centro de una espira:

a) Se duplica si se duplica la corriente que circula por ella.

b) Depende del medio en el que se encuentre la espira.

c) Permanece constante si se interrumpe la circulación de corriente eléctrica por la espira.

a) Es correcta. Sustituyendo se tiene: $B' = \frac{\mu_0 I'}{2R} = \frac{\mu_0 \cdot 2I}{2R} = 2B$

b) Es correcta. El valor de μ en la expresión del campo depende del medio.

c) No es correcta. Si se interrumpe la circulación de corriente eléctrica, el valor del campo magnético tenderá a desaparecer.

11.16 Calcula el valor de la intensidad de la corriente que debe circular por un solenoide de 20 centímetros de longitud que está formado por 450 espiras para generar en su interior un campo magnético de 0,02 T.

Considerando el solenoide, se tiene un número de espiras por unidad de longitud que es:

$$n = \frac{N}{L} = \frac{450}{0{,}20} = 2250\ \text{espiras m}^{-1}$$

Tomando la ecuación del campo en un solenoide, despejando y sustituyendo, se tiene:

$$B = \mu_0 n I \Rightarrow I = \frac{B}{\mu_0 n} = \frac{0{,}02}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2250} = 7{,}1\ \text{A}$$

11.17 En el solenoide del ejercicio anterior se introduce un núcleo de hierro. Calcula el valor de la intensidad de la corriente que debe circular por él para obtener en su interior el mismo campo de 0,02 T.

Considerando que en el texto se indica que $\mu_{hierro} = 1000\ \mu_0$, si se introduce un núcleo de hierro en el solenoide, se tendrá:

$$I = \frac{B}{\mu_{hierro}\ n} = \frac{0{,}02}{1000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2250} = 7{,}1 \cdot 10^{-3}\ \text{A} = 7{,}1\ \text{mA}$$

11.18 Calcula la fuerza por unidad de longitud con la que se repelen dos conductores rectilíneos paralelos por los que circulan corrientes eléctricas de 2 A y 3 A en sentidos contrarios si están separados por una distancia de 3 cm.

De la ecuación de la fuerza por unidad de longitud, se tiene que el módulo de la fuerza de repulsión será:

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 3}{2\pi \cdot 0{,}03} = 4 \cdot 10^{-5}\ \text{N m}^{-1}$$

11.19 Dos conductores rectos y paralelos, separados por una distancia *r*, están recorridos por intensidades de corriente *I* en el mismo sentido.

La fuerza de atracción entre ellos, ¿es mayor en el vacío o en otro medio? ¿Por qué?

En un medio cualquiera, la ecuación de fuerza por unidad de longitud tiene la siguiente forma:

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu I_1 I_2}{2\pi r}$$

Este valor es mayor que en el vacío, porque para cualquier medio $\mu > \mu_0$.

11.20 Señala dos analogías y dos diferencias entre los campos gravitatorio y magnético.

Analogías:

1.ª Ambos son campos de fuerza. La fuerza ejercida por el campo gravitatorio es proporcional a la masa sobre la que actúa. La fuerza ejercida por el campo magnético es proporcional a la carga eléctrica sobre la que actúa.

2.ª Ambos quedan caracterizados por un vector en cada punto del campo. El campo gravitatorio queda definido en cada punto por el vector intensidad del campo $\vec{g}$. El campo magnético queda definido en cada punto por el vector inducción magnética $\vec{B}$.

Diferencias:

1.ª La fuerza gravitatoria es siempre de atracción y paralela al campo gravitatorio. La fuerza magnética puede ser atractiva o repulsiva, pero siempre forma un ángulo de 90º con el campo magnético.

2.ª La constante de gravitación universal *G* es igual en todos los medios. La permeabilidad magnética μ tiene un valor diferente para cada medio.

11.21 Señala dos analogías y dos diferencias entre los campos eléctrico y magnético.

Analogías:

1.ª Ambos son campos de fuerza. La fuerza ejercida por el campo eléctrico es proporcional a la carga sobre la que actúa. La fuerza ejercida por el campo magnético también es proporcional a la carga eléctrica sobre la que actúa.

2.ª La constante electrostática *K* tiene un valor diferente para cada medio. La permeabilidad magnética μ también tiene un valor diferente para cada medio.

Diferencias:

1.ª El campo eléctrico es un campo de fuerzas conservativo. El campo magnético es un campo de fuerzas no conservativo.

2.ª Se puede definir un potencial eléctrico *V* en cada punto del campo. No se puede definir un potencial magnético en cada punto del campo.

11.22 ¿Cómo se puede comprobar experimentalmente si una sustancia es diamagnética o paramagnética?

Basta con introducirlas por uno de los extremos de un electroimán y medir la fuerza que ejerce el campo magnético sobre ellas. Una sustancia diamagnética se aleja del electroimán moviéndose hacia la zona de menor intensidad del campo magnético. Una sustancia paramagnética se mueve hacia el interior del electroimán, o lo que es lo mismo, hacia la zona donde el campo magnético se intensifica.

11.23 ¿Por qué el cobre es repelido ligeramente por un electroimán que genere un intenso campo magnético?

El cobre es una sustancia diamagnética. Si se sitúa en un campo externo, se induce un campo magnético momentáneo muy débil de sentido opuesto al externo, que tiende a alejar el cobre del imán. Es una sustancia que es repelida ligeramente por los imanes.

11.24 ¿Cuál es la principal diferencia entre sustancias paramagnéticas y ferromagnéticas?

Las sustancias ferromagnéticas se mueven hacia el interior de un electroimán, al igual que las sustancias paramagnéticas, pero lo hacen de forma muy acentuada, experimentando una fuerza magnética que puede ser hasta 100 000 veces mayor que las que experimenta una sustancia paramagnética.

11.25 ¿Cómo influye la temperatura en el carácter ferromagnético de una sustancia?

Los efectos ferromagnéticos desaparecen por encima de una temperatura, denominada punto de Curie, que es característica de cada sustancia.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

FUERZA DE LORENTZ. MOVIMIENTO DE CARGAS EN CAMPOS MAGNÉTICOS

11.26 Una carga q = –3,64 · 10^{-9} C se mueve con una velocidad de 2,75 · 10^6 $\vec{i}$ m s^{-1}. ¿Qué fuerza actúa sobre ella si el campo magnético es 0,38 $\vec{j}$ T?

Aplicando la ecuación de la fuerza magnética, se tiene:

$$\vec{F} = q\,(\vec{v}\times B) = -3{,}64\cdot 10^{-9}\cdot(2{,}75\cdot 10^{6}\,\vec{i}\times 0{,}38\,\vec{j}) = -3{,}80\cdot 10^{-3}\,\vec{k}\ \ (\text{N})$$

11.27 Calcula la fuerza que actúa sobre una partícula con carga eléctrica q = –3 nC, que tiene una velocidad $\vec{v} = -1\cdot 10^6\vec{k}$ m s^{-1}, cuando penetra en el siguiente campo magnético.

a) $\vec{B} = 0{,}03\,\vec{j} + 0{,}04\vec{k}$ **(T)**

b) $\vec{B} = 0{,}01\vec{i} + 0{,}02\,\vec{j}$ **(T)**

c) $\vec{B} = 0{,}01\vec{i} + 0{,}04\,\vec{j} + 0{,}05\vec{k}$ **(T)**

Aplicando la ecuación de la fuerza magnética, se tiene:

a) $\vec{F} = q\,(\vec{v}\times B) = -3\cdot 10^{-9}\cdot(-1)\cdot 10^{6}\,\vec{k}\times(0{,}03\,\vec{j} + 0{,}04\vec{k}) = -9\cdot 10^{-5}\,\vec{i}\ \ (\text{N})$

b) $\vec{F} = q\,(\vec{v}\times B) = -3\cdot 10^{-9}\cdot(-1)\cdot 10^{6}\,\vec{k}\times(0{,}01\vec{i} + 0{,}02\,\vec{j}) = -6\cdot 10^{-5}\,\vec{i} + 3\cdot 10^{-5}\,\vec{j}\ \ (\text{N})$

c) $\vec{F} = q\,(\vec{v}\times B) = -3\cdot 10^{-9}\cdot(-1)\cdot 10^{6}\,\vec{k}\times(0{,}01\vec{i} + 0{,}04\,\vec{j} + 0{,}05\vec{k}) = -1{,}2\cdot 10^{-4}\,\vec{i} + 3\cdot 10^{-5}\,\vec{j}\ \ (\text{N})$

11.28 Un electrón penetra con una velocidad $\vec{v} = 20\,\vec{i}$ (m s^{-1}) en una región en la que coexisten un campo eléctrico $\vec{E} = 2\,\vec{i} + 4\,\vec{j}$ (V m^{-1}) y un campo magnético $\vec{B} = 0{,}4\vec{k}$ (T). Calcula la aceleración que experimenta el electrón cuando penetra en el campo.

La fuerza de Lorentz sobre el electrón es:

$$\vec{F} = e\left(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}\right) = -1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot\left(2\,\vec{i} + 4\,\vec{j} + 20\,\vec{i}\times 0{,}4\vec{k}\right) = -1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot(2\,\vec{i} + 4\,\vec{j} - 8\,\vec{j}) = -1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot(2\,\vec{i} - 4\,\vec{j})\ \ \text{N}$$

La aceleración será:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{-1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot(2\,\vec{i} - 4\,\vec{j})}{9{,}1\cdot 10^{-31}} = (-3{,}5\,\vec{i} + 7{,}0\,\vec{j})\cdot 10^{11}\ (\text{m}\,\text{s}^{-2})$$

11.29 Un protón describe una trayectoria circular de 1 m de diámetro en un plano perpendicular a un campo magnético uniforme de 0,8 T. Calcula:

a) La frecuencia del movimiento.

b) La velocidad del protón.

c) Su energía cinética.

Aplicando las ecuaciones correspondientes, se tiene:

a) $\nu = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}8}{2\pi \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-27}} = 1{,}2 \cdot 10^{7}\,\text{Hz}$

b) $R = \frac{mv}{qB} \Rightarrow v = \frac{RqB}{m} = \frac{0{,}5 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}8}{1{,}7 \cdot 10^{-27}} = 3{,}8 \cdot 10^{7}\ \text{m s}^{-1}$

c) $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}1{,}7 \cdot 10^{-27} \cdot \left(3{,}8 \cdot 10^{7}\right)^2 = 1{,}2 \cdot 10^{-12}\,\text{J}$

11.30 Calcula la energía cinética (en eV) de una partícula α que describe una órbita circular de 40 cm de radio en el interior de un campo magnético de 0,5 T.

Partícula α: masa = 6,65 · 10^{-27} kg; carga = 3,2 · 10^{-19} C.

Velocidad de la partícula:

$$v = \frac{RqB}{m} = \frac{0{,}40 \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}5}{6{,}65 \cdot 10^{-27}} = 9{,}6 \cdot 10^{6}\,\text{m s}^{-1}$$

Energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}6{,}65 \cdot 10^{-27} \cdot \left(9{,}6 \cdot 10^{6}\right)^2 = 3{,}1 \cdot 10^{-13}\ \text{J}$$

En electronvoltios:

$$E_c = \frac{3{,}1 \cdot 10^{-13}\,\text{J}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{J(eV)}^{-1}} = 1{,}9 \cdot 10^{6}\ \text{eV}$$

11.31 Una partícula de masa *m*, con carga *q* y velocidad *v*, penetra oblicuamente con un ángulo α en un campo magnético uniforme *B*. Halla el paso de la hélice que describe la partícula en el campo.

El tiempo que tarda la partícula en describir una vuelta completa es el período:

$$T = \frac{2\pi m}{qB\ \text{sen}\alpha}$$

Durante este tiempo, la partícula recorre una distancia *d* en la dirección del campo con una velocidad igual a la componente de la velocidad inicial paralela al campo:

$$d = T \cdot v \cos\alpha$$

Por tanto, el paso de la hélice (*d*) es:

$$d = \frac{2\pi m}{qB\ \text{sen}\ \alpha} v \cos\alpha = \frac{2\pi mv}{qB} \cot g\,\alpha$$

11.32 Un electrón se mueve en un campo eléctrico y magnético uniforme con una velocidad de $1,2 \cdot 10^4$ m s^{-1} en la dirección positiva del eje *x* y con una aceleración constante de $2 \cdot 10^{12}$ m s^{-2} en la dirección positiva del eje *z*. Si el campo eléctrico tiene una intensidad de 20 N C^{-1} en la dirección positiva del eje *z*, ¿cuál es el valor del campo magnético en la región?

Datos. $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C

Del enunciado, se tiene que la velocidad del electrón es: $\vec{v} = 1,2 \cdot 10^4 \vec{i}$ (m s^{-1}); la aceleración del electrón es: $\vec{a} = 2 \cdot 10^{12} \vec{k}$ (m s^{-2}) y la intensidad del campo eléctrico: $\vec{E} = 20\vec{k}$ (NC^{-1})

La fuerza sobre el electrón será:

$$\vec{F} = m\vec{a} = 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 10^{12} = 1,82 \cdot 10^{-18} \vec{k} \text{ (N)}$$

La fuerza debida al campo eléctrico es:

$$\vec{F}_e = q\vec{E} = -1,6 \cdot 10^{-19} \vec{E} = -3,2 \cdot 10^{-18} \vec{k} \text{ (N)}$$

Dado que la fuerza sobre el electrón es la suma de la fuerza eléctrica y la fuerza magnética, se tiene:

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m \Rightarrow 1,82 \cdot 10^{-18} \vec{k} = -3,2 \cdot 10^{-18} \vec{k} + \vec{F}_m \Rightarrow \vec{F}_m = 5,02 \cdot 10^{-18} \vec{k} \text{ (N)}$$

La fuerza magnética sufrida por el electrón proviene de la ecuación:

$$\vec{F}_m = q(\vec{v} \times \vec{B}) \Rightarrow 5,02 \cdot 10^{-18} \vec{k} = -1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (1,2 \cdot 10^4 \vec{i} \times \vec{B})$$

Para que el producto vectorial $-(\vec{i} \times \vec{B})$ tenga la dirección positiva del eje *z*, debe ser $\vec{B} = -B\vec{j}$. Por tanto:

$$5,02 \cdot 10^{-18} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,2 \cdot 10^4 B \Rightarrow B = 2,6 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

El campo magnético será: $\vec{B} = -2,6 \cdot 10^{-3} \vec{j}$ (T)

11.33 Argumenta si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

a) La fuerza magnética es perpendicular a la velocidad de una partícula cargada situada en el campo magnético.

b) El campo magnético incrementa la velocidad de una partícula cargada que penetra en él.

c) Si en una región el campo eléctrico es nulo, la fuerza de Lorentz se expresa mediante $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$.

a) Verdadera. La fuerza magnética tiene la dirección del producto vectorial de la velocidad por el campo magnético y, en consecuencia, es perpendicular a la velocidad.

b) Falsa. La fuerza magnética es perpendicular a la velocidad y, por tanto, cambia la dirección de la velocidad pero no su módulo.

c) Verdadera. $\vec{F} = e\vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B})$. Si $\vec{E} = 0$, se tiene: $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$

11.34 Un ciclotrón para acelerar protones tiene un radio de 60 cm y un campo magnético de 1,2 T. Calcula:

a) La frecuencia del ciclotrón.

b) La velocidad máxima que adquieren los protones en el ciclotrón.

a) La frecuencia máxima se calcula aplicando la inversa del período:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,2}{2\pi \cdot 1,7 \cdot 10^{-27}} = 1,8 \cdot 10^7 \text{Hz}$$

b) La velocidad máxima de los electrones en el ciclotrón corresponde al radio de 60 cm:

$$v = \frac{RqB}{m} = \frac{0,60 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,2}{1,7 \cdot 10^{-27}} = 6,8 \cdot 10^7 \text{ m s}^{-1}$$

11.35 Un electrón entra en una región del espacio en la que existe un campo eléctrico uniforme, paralelo al eje *x* y de intensidad $\vec{E} = -E\vec{i}$. La velocidad del electrón es paralela al eje *y*: $\vec{v} = v\vec{j}$.

Donde $E = 10^3$ V m^{-1} y $v = 10^3$ m s^{-1}.

a) Calcula la fuerza eléctrica sobre el electrón. ¿Cómo será la trayectoria descrita?

b) La fuerza eléctrica sobre el electrón puede anularse mediante una fuerza producida por un campo magnético opuesto al anterior en esa región del espacio. Determina el módulo, dirección y sentido de la intensidad (*B*) de este campo.

c) ¿Cuál será la fuerza neta (módulo, dirección y sentido) sobre un protón que llega al doble de velocidad que el electrón a esa misma superposición de campos?

Datos. Carga del electrón: $-1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; masa del electrón: $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; masa del protón: 1800 m_e

a) De los datos del enunciado, se tiene: $\vec{E} = -10^3\,\vec{i}\,(\text{V m}^{-1})$ $\quad \vec{v} = 10^3\,\vec{j}\,(\text{m s}^{-1})$

Fuerza eléctrica sobre el electrón:

$$\vec{F}_e = q_e\vec{E} = -1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot (-10^3)\vec{i} = 1{,}6 \cdot 10^{-16}\,\vec{i}\ \ (\text{N})$$

La trayectoria es una línea parábola en el plano XY.

b) Para anular esta fuerza eléctrica, la fuerza magnética debe ser:

$$\vec{F}_m = -1{,}6 \cdot 10^{-16}\,\vec{i}\ \ (\text{N})$$

Teniendo en cuenta los factores de los que depende, la fuerza magnética es qvB, se tiene:

$$F_m = qvB \Rightarrow B = \frac{F_m}{q\,v} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-16}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3} = 1\ \text{T}$$

El vector campo magnético será, teniendo en cuenta que la carga del electrón es negativa:

$$\vec{B} = \vec{k}\ (\text{T})$$

c) La fuerza eléctrica será la misma, pero de sentido opuesto:

$$\vec{F}_e = e\vec{E} = -1{,}6 \cdot 10^{-16}\,\vec{i}\ (\text{N})$$

La fuerza magnética será:

$$\vec{F}_m = q\,(\vec{v} \times \vec{B}) = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot (2 \cdot 10^3\,\vec{j} \times \vec{k}) = 3{,}2 \cdot 10^{-16}\,\vec{i}\ \ (\text{N})$$

La fuerza neta sobre el protón será:

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = -1{,}6 \cdot 10^{-16}\,\vec{i} + 3{,}2 \cdot 10^{-16}\,\vec{i} = 1{,}6 \cdot 10^{-16}\,\vec{i}\ \ (\text{N})$$

11.36 Un selector de velocidades está formado por dos campos perpendiculares, uno magnético de 0,2 T y otro eléctrico de $4 \cdot 10^5$ N C^{-1}. Calcula la velocidad y la energía cinética (en eV) de los electrones que pasan a través del selector sin ser desviados.

Los electrones no se desvían cuando su velocidad hace que la fuerza eléctrica sea opuesta a la fuerza magnética:

$$v = \frac{E}{B} = \frac{4 \cdot 10^5}{0{,}2} = 2 \cdot 10^6\ \text{m s}^{-1}$$

Por tanto, su energía cinética será:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot \left(2 \cdot 10^6\right)^2 = 1{,}82 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$$

La energía en electronvoltios será:

$$E_c = \frac{1{,}82 \cdot 10^{-18}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 11{,}4\ \text{eV}$$

11.37 Una partícula de carga *q* y de masa *m* se acelera desde el reposo mediante una diferencia de potencial *V*. Después se introduce en una región con un campo magnético uniforme *B* de dirección perpendicular a la velocidad de la partícula, de modo que esta describa una trayectoria circular de radio *R*. Demuestra que la relación carga/masa de la partícula es:

$$\frac{q}{m} = \frac{2V}{R^2B^2}$$

La energía cinética adquirida por la partícula es igual a la disminución de su energía potencial al ser acelerada mediante el potencial *V*:

$$E_c = qV$$

Elevando al cuadrado el radio de la trayectoria circular descrita por una carga en un campo magnético uniforme, se tiene:

$$R = \frac{mv}{qB} \Rightarrow R^2 = \frac{m^2v^2}{q^2B^2}$$

Despejando las magnitudes correspondientes a la energía cinética, se tiene:

$$R^2 = \frac{m^2v^2}{q^2B^2} = \frac{2m}{q^2B^2}\frac{1}{2}mv^2 = \frac{2m}{q^2B^2}E_c$$

Igualando la energía cinética a la energía potencial electrostática, se tiene:

$$R^2 = \frac{2m}{q^2B^2}E_C = \frac{2m}{q^2B^2}qV = \frac{2mV}{qB^2}$$

Reorganizando esta última expresión, se encuentra la relación del enunciado:

$$R^2 = \frac{2mV}{qB^2} \Rightarrow \frac{q}{m} = \frac{2V}{R^2B^2}$$

FUERZAS MAGNÉTICAS SOBRE CORRIENTES ELÉCTRICAS

11.38 Un conductor recto de 2 m de longitud, por el que circula una corriente de 4 A, forma un ángulo de 45º con un campo magnético uniforme de 0,4 T. Calcula la fuerza magnética sobre el conductor.

Utilizando la ecuación de la fuerza sobre un conductor rectilíneo y sustituyendo, se tiene:

$$F = ILB\,\text{sen}\,\alpha = 4 \cdot 2 \cdot 0{,}4 \cdot \text{sen } 45º = 2{,}26 \text{ N}$$

11.39 Un conductor largo horizontal, por el que circula una corriente de 5 A, se encuentra en el interior de un campo magnético vertical uniforme de 3 T. Calcula la fuerza magnética por unidad de longitud del conductor.

El ángulo que forman el conductor y el campo es 90º. Sustituyendo en la ecuación, se tiene:

$$F = ILB\,\text{sen}\,\alpha \Rightarrow \frac{F}{L} = IB \text{ sen } \alpha = 5 \cdot 3 \cdot \text{sen } 90º = 15 \text{ Nm}^{-1}$$

11.40 Dos barras rectilíneas, horizontales y paralelas, de 50 cm de longitud y separadas 1,5 mm situadas en un plano vertical, transportan corrientes de 15 A de intensidad de sentidos opuestos. ¿Qué masa debe situarse en la barra superior para equilibrar la fuerza magnética de repulsión?

La fuerza magnética sobre 50 cm de la barra superior es:

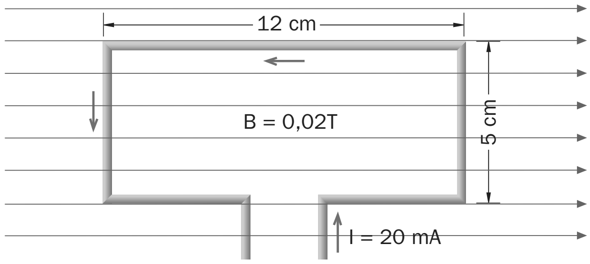
$$F_m = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 15 \cdot 15 \cdot 0{,}50}{2\pi \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3}} = 1{,}50 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

El peso (hacia abajo) debe equilibrar la fuerza magnética (hacia arriba). Despejando, se tiene:

$$F_m = mg \Rightarrow 1{,}5 \cdot 10^{-2} = 9{,}8 \text{ m} \Rightarrow m = 1{,}53 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

11.41 Una espira rectangular conductora de 12 cm de largo y 5 cm de ancho, recorrida por una corriente de 20 mA, se encuentra, como se indica en la figura, en el interior de un campo magnético uniforme de 0,02 T.

Calcula el momento del par de fuerzas que actúa sobre la espira.



La superficie de la espira del enunciado es:

$$S = (12 \cdot 10^{-2}) \cdot (5 \cdot 10^{-2}) = 6 \cdot 10^{-3} m^2$$

Aplicando la ecuación del momento magnético se tiene:

$$M = ISB \text{ sen } \alpha = 20 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}02 \cdot \text{sen } 90º = 2{,}4 \cdot 10^{-6} \text{ Nm}$$

11.42 Calcula el valor del par de fuerzas máximo que se ejerce sobre una espira circular de 4 cm de radio recorrida por una corriente de 2 mA y que se encuentra en el interior de un campo magnético uniforme de 0,3 T.

El par de fuerzas máximo corresponde a un ángulo α = 90º. Sustituyendo en la ecuación, se tiene:

$$M = ISB \text{ sen } \alpha = ISB = 2 \cdot 10^{-3} \cdot \pi \cdot (4 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 0{,}3 \cdot 1 = 3{,}0 \cdot 10^{-6} \text{ N m}$$

11.43 Una bobina circular está compuesta por 400 espiras de 12 cm de diámetro por las que circula una corriente de 2 A. Halla el momento del par máximo que actúa sobre la bobina cuando se encuentra en el interior de un campo magnético uniforme de 2 T.

El par de fuerzas máximo corresponde a un ángulo α = 90º. El momento debido a la bobina es N veces el debido a cada espira:

$$M = NISB\text{sen } \alpha = NISB = 400 \cdot 2 \cdot \pi \cdot (6 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 2 = 18{,}1 \text{ Nm}$$

11.44 Se dispone de un conductor de longitud *L* que se enrolla para formar una espira circular. Demuestra que el momento magnético de la espira cuando circula por ella la corriente *I* es $\frac{L^2 I}{4\pi}$. ¿Será igual el momento magnético para espiras de otra forma obtenidas con el mismo conductor?

La longitud de la circunferencia formada es L = 2πR. Por tanto:

$$m = IS = I\pi R^2 = I\pi\left(\frac{L}{2\pi}\right)^2 = \frac{L^2 I}{4\pi}$$

Con un mismo conductor se pueden hacer espiras que tengan diferente superficies; por tanto, se obtendrán espiras con momentos magnéticos diferentes.

11.45 Halla la fuerza por centímetro entre dos conductores muy largos, rectos y paralelos, situados en el vacío a una distancia de 5 cm, recorridos ambos por corrientes de 2 A que tienen:

a) El mismo sentido.

b) Sentidos opuestos.

a) Sustituyendo en la ecuación de fuerza entre conductores para 1 cm de longitud de conductor, se tiene:

$$F_m = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 0{,}01}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^{-2}} = 1{,}6 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

La fuerza por centímetro será: $1{,}6 \cdot 10^{-7}$ N cm^{-1}, atractiva.

b) La fuerza por centímetro será: $1{,}6 \cdot 10^{-7}$ N cm^{-1}, repulsiva.

11.46 Argumenta cómo varía la fuerza por unidad de longitud entre dos conductores muy largos, rectilíneos y paralelos, en los siguientes casos:

a) Se duplica la intensidad que circula por cada uno al tiempo que se reduce la distancia entre ellos a la mitad.

b) Se duplica la intensidad que circula por ambos al tiempo que se duplica también la distancia entre ellos.

c) Se reduce a la mitad la intensidad que circula por cada uno al tiempo que también se reduce la distancia entre ellos a la mitad.

a) Si r' = 0,5 r, $I_1' = 2I_1$, $I_2' = 2I_2 \Rightarrow \frac{F'}{L} = \frac{\mu_0 I'_1 I'_2}{2\pi r'} = \frac{\mu_0 \cdot 2 I_1 \cdot 2 I_2}{2\pi \cdot 0,5\ r} = 8\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} = 8\frac{F}{L}$

La fuerza por unidad de longitud se multiplica por 8.

b) Si r' = 2 r, $I_1' = 2I_1$, $I_2' = 2I_2 \Rightarrow \frac{F'}{L} = \frac{\mu_0 I'_1 I'_2}{2\pi r'} = \frac{\mu_0 \cdot 2 I_1 \cdot 2 I_2}{2\pi \cdot 2r} = 2\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} = 2\frac{F}{L}$

La fuerza por unidad de longitud se multiplica por 2.

c) Si r' = 0,5 r, $I_1' = 0,5I_1$, $I_2' = 0,5I_2 \Rightarrow \frac{F'}{L} = \frac{\mu_0 I'_1 I'_2}{2\pi r'} = \frac{\mu_0 \cdot 0,5\ I_1 \cdot 0,5\ I_2}{2\pi \cdot 0,5r} = 0,5\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} = 0,5\frac{F}{L}$

La fuerza por unidad de longitud se reduce a la mitad.

CAMPOS MAGNÉTICOS CREADOS POR CORRIENTES ELÉCTRICAS

11.47 Una corriente de 20 A circula por un alambre largo y recto. Calcula el valor del campo magnético en un punto situado a 20 cm del alambre.

De acuerdo con la ley de Biot y Savart:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 20}{2\pi \cdot 0,20} = 2 \cdot 10^{-5}\ T$$

11.48 ¿Qué campo magnético es mayor en módulo: el que existe en un punto situado a una distancia *R* de una corriente rectilínea de intensidad *I*, o el que hay en un punto a una distancia 2*R* de otra corriente de intensidad 2*I*? Justifica tu respuesta.

El campo a una distancia *R* es: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$

A una distancia 2*R* con una intensidad 2*I* el campo es: $B' = \frac{\mu_0\ (2\ I)}{2\pi\ (2\ R)} = \frac{\mu_0\ I}{2\pi\ R}$

Ambos campos son iguales.

11.49 Calcula qué intensidad de corriente debe recorrer un alambre recto muy largo para que genere un campo magnético de 1 μT a una distancia de:

a) 1 m; b) 10 cm; c) 1 mm.

En todos los casos, se puede aplicar la siguiente ecuación:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \Rightarrow I = \frac{2\pi B}{\mu_0} r = \frac{2\pi \cdot 10^{-6}}{4\pi \cdot 10^{-7}} r = 5\ r$$

a) Si r = 1 m: $I = 5\ r = 5 \cdot 1 = 5\ A$

b) Si r = 10 cm: $I = 5\ r = 5 \cdot 0,10 = 0,5\ A$

c) Si r = 1 mm: $I = 5\ r = 5 \cdot 0,001 = 0,005\ A = 5\ mA$

11.50 Dos cables paralelos situados en el plano del papel transportan corrientes iguales en sentidos opuestos. ¿Cómo es el campo magnético en el punto medio entre ambos cables?

Los campos magnéticos debidos a cada conductor tienen la misma dirección y sentido. El módulo del campo resultante es la suma de ambos. Si *d* es la distancia entre los dos conductores:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot 0{,}5d} + \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot 0{,}5d} = \frac{2\mu_0 I}{\pi d}$$

11.51 En el plano *XY* hay dos cables rectilíneos y muy largos, separados una distancia *d* y paralelos al eje *x*. Por ambos conductores circula una corriente *I* en el sentido positivo del eje *x*. Calcula el campo magnético en los puntos del espacio contenidos en el plano *XY* y que:

a) Sean equidistantes de ambos conductores.

b) Estén situados a una distancia d/2 por encima del cable superior.

c) Estén situados a una distancia d/2 por debajo del cable inferior.

a) En un punto equidistante de ambos conductores, los campos magnéticos debidos a cada conductor tienen la misma dirección y el mismo módulo, pero sentidos opuestos. El módulo del campo resultante, suma de los campos de cada conductor, es nulo: B = 0.

b) Si el punto está situado 0,5d por encima del cable superior, está 1,5d del inferior. Por tanto:

$$B_{sup} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot 0{,}5d} = \frac{\mu_0 I}{\pi d} \qquad B_{inf} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot 1{,}5d} = \frac{\mu_0 I}{3\pi d}$$

En ese punto los campos magnéticos debidos a cada conductor tienen la misma dirección y el mismo sentido. El módulo del campo resultante, suma de los campos de cada conductor, es:

$$B = B_{sup} + B_{inf} = \frac{\mu_0 I}{\pi d} + \frac{\mu_0 I}{3\pi d} = \frac{4\mu_0 I}{3\pi d}$$

Teniendo en cuenta la dirección y el sentido, el campo resultante es:

$$\vec{B} = \frac{4\mu_0 I}{3\pi d}\vec{k}$$

c) Si el punto está situado 0,5 d por debajo del cable inferior, está 1,5 d por debajo del superior. Por tanto:

$$B_{sup} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot 1{,}5d} = \frac{\mu_0 I}{3\pi d} \qquad B_{inf} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot 0{,}5d} = \frac{\mu_0 I}{\pi d}$$

En ese punto los campos magnéticos debidos a cada conductor tienen la misma dirección y el mismo sentido. El módulo del campo resultante, suma de los campos de cada conductor, es:

$$B = B_{sup} + B_{inf} = \frac{\mu_0 I}{3\pi d} + \frac{\mu_0 I}{\pi d} = \frac{4\mu_0 I}{3\pi d}$$

Teniendo en cuenta la dirección y el sentido, el campo resultante es:

$$\vec{B} = -\frac{4\mu_0 I}{3\pi d}\vec{k}$$

11.52 Sea un hilo conductor rectilíneo indefinido, de sección despreciable y por el que circula una corriente de 2 A. Se lanza una partícula cargada con $2 \cdot 10^{-9}$ C paralelamente a la corriente, con velocidad inicial de 10^6 m s^{-1} y a una distancia de 2 cm del hilo conductor. Calcula la fuerza que actúa sobre la carga.

Datos. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m A^{-1}

El campo magnético debido al conductor, a la distancia a la que se encuentra la carga, es:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2}{2\pi \cdot 0{,}02} = 2 \cdot 10^{-5}\ \text{T}$$

Este campo es perpendicular al conductor y forma con la velocidad un ángulo de 90º.

La fuerza de Lorentz sobre la carga es:

$$F = qvB = 2 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{6} \cdot 2 \cdot 10^{-5} = 4 \cdot 10^{-8}\ \text{N}$$

11.53 Argumenta si las siguientes afirmaciones son correctas o no.

a) El campo magnético en el centro de una espira circular es tanto mayor cuanto menor es el radio de la espira.

b) La circulación del vector $\vec{B}$ a lo largo de una línea cerrada es cero.

c) El campo magnético generado por un solenoide es tanto mayor cuanto mayor es el número de espiras del solenoide.

a) Sí es correcta. La ecuación es: $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$ y cuanto menor es el radio *R* de la espira mayor es el campo *B*.

b) No es correcta. La circulación de $\vec{B}$ a lo largo de una línea cerrada es igual a μ_0 veces la intensidad de la corriente o corrientes encerradas por ella, por lo que puede ser distinta de cero.

c) No es correcta. El campo magnético en el interior del solenoide no depende del número de espiras, sino de la concentración de espiras a lo largo del mismo (de lo apretadas que estén), es decir, del número de espiras por unidad de longitud.

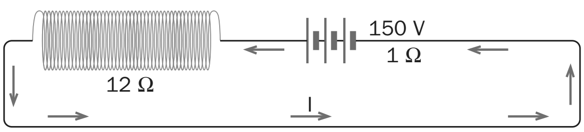
11.54 Un solenoide de 20 cm de longitud tiene 1000 espiras. Calcula el valor de la corriente que debe circular por él para generar un campo magnético en su interior de 2 mT.

La densidad de espiras del solenoide es: $n = \frac{N}{L} = \frac{1000}{0{,}20} = 5000 \text{ esp m}^{-1}$

El campo magnético en el interior del solenoide es:

$$B = \mu_0 n I \Rightarrow I = \frac{B}{\mu_0 n} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5000} = 0{,}32 \text{ A}$$

11.55 Un solenoide que tiene 10 000 espiras por metro y una resistencia eléctrica de 12 ohmios se conecta a una batería de 150 voltios de fuerza electromotriz y 1 ohmio de resistencia interna.



Calcula el campo magnético inducido en el interior del solenoide.

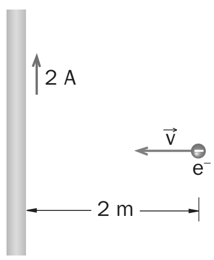
Aplicando la ley de Ohm generalizada:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{150}{12 + 1} = 11{,}5 \text{ A}$$

El campo magnético que genera esta corriente será:

$$B = \mu_0 n I = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10000 \cdot 11{,}5 = 0{,}14 \text{ T}$$

11.56 Un electrón se dirige con velocidad v = 8·10^7 m s^{-1} hacia un conductor rectilíneo por el que circula una corriente ascendente I = 2 A. Determina la fuerza magnética que el conductor ejerce sobre el electrón cuando este se encuentra a 2 m del conductor.



Datos. e = 1,60·10^{-19} C, μ_0 = 4π·10^{-7} T m A^{-1}

Campo magnético debido al conductor en un punto a 2 m de distancia:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2}{2\pi \cdot 2} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

Este campo es perpendicular al conductor y forma con la velocidad un ángulo de 90º.

La fuerza de Lorentz sobre el electrón es:

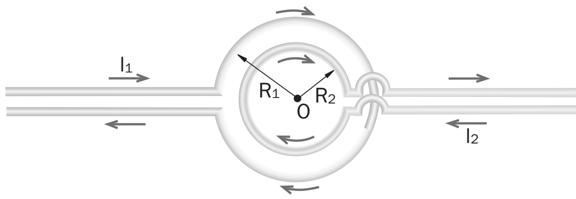
$$F = evB = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 8 \cdot 10^{7} \cdot 2 \cdot 10^{-7} = 2{,}56 \cdot 10^{-18} \text{ N}$$

11.57 Halla el valor de la inducción magnética en el centro de una espira circular de 12 cm de diámetro por la que circula una corriente de 3 A.

El valor del campo magnético en el interior de una espira es:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3}{2 \cdot 0{,}06} = 3{,}1 \cdot 10^{-5}\ \text{T}$$

11.58 Dos espiras circulares, coplanarias y concéntricas, tienen radios 10 y 15 cm. La de mayor radio está recorrida por una corriente eléctrica de 2 A.

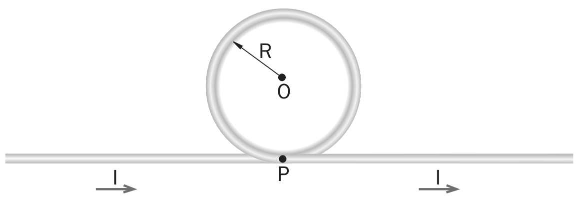


Halla la intensidad de la corriente eléctrica que debe circular por la espira de menor radio para que la inducción magnética en el centro de las espiras sea nula.

Los campos debido a cada espira tienen la misma dirección y para que tengan sentidos opuestos deberán circulara en contracorriente (en sentido contrario al de la figura). Para que se contrarresten estos campos sus módulos deben ser iguales:

$$B_1 = B_2 \Rightarrow \frac{\mu_0 I_1}{2R_1} = \frac{\mu_0 I_2}{2R_2} \Rightarrow I_2 = I_1 \frac{R_2}{R_1} = 2\frac{0{,}10}{0{,}15} = 1{,}33\ \text{A}$$

11.59 Un alambre conductor, por el que circula una corriente *I*, se dobla formando una circunferencia como se indica en la figura, sin que haya contacto eléctrico en el punto *P*.



Halla el campo magnético en el centro *O* de la circunferencia.

Campo en *O* debido al conductor rectilíneo, que está a una distancia *R*:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

Campo debido a la circunferencia (espira circular):

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

Estos campos tienen en *P* la misma dirección y el mismo sentido. El campo resultante en *O* es:

$$B = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} + \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}(1+\pi)$$

11.60 Un conductor cilíndrico de 8 mm diámetro está recorrido por una intensidad de corriente de 10 A distribuida uniformemente por su sección recta. Calcula el valor del campo magnético a una distancia del eje del conductor de:

a) 2 mm.

b) 4 mm.

c) 8 mm.

a) Es un punto interior del conductor. El campo en él está expresado por:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r$$

Sustituyendo el valor de *r*, se tiene:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2\pi \cdot (4 \cdot 10^{-3})^2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 2{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{T}$$

b) Es un punto de la superficie del conductor. El campo en él está expresado por:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r$$

Sustituyendo el valor de *r*, se tiene:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2\pi \cdot (4 \cdot 10^{-3})^2} \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 5{,}0 \cdot 10^{-4}\ \text{T}$$

c) Es un punto exterior al conductor. El campo en él está expresado por la ley de Biot y Savart:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Sustituyendo el valor de *r*, se tiene:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2\pi \cdot 8 \cdot 10^{-3}} = 2{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{T}$$

PROBLEMA DE SÍNTESIS

11.61 Una agencia científica estatal desea construir un acelerador de partículas tipo ciclotrón de forma que acelere electrones hasta que adquieran 30 MeV.

Los electrones penetran en las "*D*" con una energía inicial de 10 eV y el campo magnético perpendicular existente en el interior de estas piezas es 10^{-4} T. Asimismo, entre las "*D*" se establece una *ddp* de 1000 V.

a) Determina la velocidad de entrada del electrón al acelerador.

b) Calcula el radio de la primera semicircunferencia que describe el electrón.

c) ¿Cuánta energía recibe el electrón cada media vuelta?

d) ¿Qué hay que hacer con la *ddp* para que se produzcan dos aceleraciones por vuelta?

e) Por motivos de fabricación, el máximo radio que se puede dar a las piezas "*D*" es 2 m. Determina la velocidad de salida de los electrones acelerados.

f) Calcula las vueltas que darían los electrones en este ciclotrón.

g) Indica cómo se podría actuar sobre los parámetros del dispositivo para conseguir la misma energía de salida con unas "*D*" más pequeñas.

Datos. $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

a) Los electrones tienen una energía cinética de entrada de 10 eV:

$$E_c = 10\ \text{eV} = 10\ \text{eV} \cdot \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1\text{eV}} = 1{,}6 \cdot 10^{-18}\ \text{J} \Rightarrow \frac{1}{2} mv^2 = 1{,}6 \cdot 10^{-18}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-18}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} = 1{,}88 \cdot 10^6\ \text{m s}^{-1}$$

b) Con esta velocidad, el radio de la primera semicircunferencia que describe el electrón es:

$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}88 \cdot 10^6}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-4}} = 0{,}11\ \text{m}$$

c) $\Delta E = e\Delta V = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1000 = 1{,}6 \cdot 10^{-16}$ J

d) Cambiar el sentido de la *ddp* de 1000 V aplicada entre las "*D*".

e) A este radio le corresponde una velocidad de salida de:

$$R = \frac{mv}{qB} \Rightarrow v = \frac{RqB}{m} = \frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-4}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}} = 3{,}5 \cdot 10^7\ \text{m s}^{-1}$$

f) La energía que reciben los electrones en cada vuelta es igual al doble de la que reciben en cada paso entre las "*D*":

$$\Delta E = 2e\ \Delta V = 2 \cdot 1 \cdot 1000 = 2000\ \text{eV}$$

Para que adquieran una energía final de 30 MeV = 30 000 000 eV, el número de vueltas que se necesita es:

$$n = \frac{30\,000\,000}{2000} = 15\,000\ \text{vueltas}$$

g) Se podría conseguir aumentado el valor del campo magnético aplicado para disminuir el valor del radio de cada órbita y conseguir que los electrones de mayor velocidad permanezcan acelerándose en el ciclotrón.