# 14 Introducción a la física cuántica

## EJERCICIOS PROPUESTOS

**14.1 El Sol se puede considerar como un cuerpo negro que emite a unos 5800 K.**

**a) Determina la energía emitida por unidad de superficie y de tiempo.**

**b) ¿A qué longitud de onda la emisión de energía radiante es máxima?**

a) Aplicando la Ley de Stefan-Boltzman:

$$E = \sigma T^4 = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 5800^4 = 6{,}42 \cdot 10^7 \text{ J s}^{-1}\text{ m}^{-2}$$

b) Según la ley de Wien: $\lambda_m T = 2{,}897 \cdot 10^{-3}$ m K

$$\lambda_m = \frac{2{,}897 \cdot 10^{-3}}{T} = \frac{2{,}897 \cdot 10^{-3}}{5800} = 4{,}99 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

**14.2 Un cuerpo está radiando energía. Conforme a la hipótesis de Planck:**

**a) Determina la energía de un "cuanto" cuya longitud de onda es $\lambda$ = 25 nm.**

**b) Calcula la frecuencia correspondiente a dicho cuanto de energía.**

a) $E = h\nu = h\dfrac{c}{\lambda} = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\, \dfrac{3{,}00 \cdot 10^8}{25 \cdot 10^{-9}} = 8{,}0 \cdot 10^{-18}$ J

b) $\nu = \dfrac{c}{\lambda} = \dfrac{3{,}00 \cdot 10^8}{25 \cdot 10^{-9}} = 1{,}2 \cdot 10^{16}$ Hz

**14.3 La teoría ondulatoria clásica supone que las ondas transportan la energía de forma continua. En ella la energía depende de la intensidad de la onda.**

**Indica alguna evidencia experimental que entre en contradicción con los anteriores supuestos.**

Si la energía de la luz incidente llegase de manera continua, como supone la teoría ondulatoria, y se repartiese uniformemente entre los átomos de la superficie del metal, estos tardarían mucho tiempo en tener energía suficiente para abandonar la superficie. Sin embargo, en el efecto fotoeléctrico los electrones se emiten de forma instantánea a la llegada de una luz débil.

**14.4 La longitud de onda umbral de un cierto metal es de 250 nm. Determina la frecuencia umbral de la luz necesaria para extraer electrones de la superficie.**

**¿Producirá efecto fotoeléctrico una luz de $10^{15}$ Hz de frecuencia?**

La frecuencia umbral será:

$$\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3{,}00 \cdot 10^8}{250 \cdot 10^{-9}} = 1{,}20 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

La luz de $10^{15}$ Hz no es lo suficientemente energética para producir efecto fotoeléctrico.

**14.5 Determina la energía de los fotones que originan:**

**a) La segunda raya de la serie de Balmer.**

**b) La tercera raya de la serie de Paschen.**

**c) El límite de la serie de Lyman.**

a) La segunda raya de la serie de Balmer está originada por la transición desde $n_j$ = 4 hasta $n_i$ = 2:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right) = 1{,}09 \cdot 10^7 \cdot \frac{3}{16} \Rightarrow \lambda = \frac{16}{3 \cdot 1{,}09 \cdot 10^7} = 4{,}89 \cdot 10^{-7}\text{ m}$$

$$E = h\frac{c}{\lambda} = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\frac{3{,}00 \cdot 10^8}{4{,}89 \cdot 10^{-7}} = 4{,}07 \cdot 10^{-19}\text{ J}$$

b) La tercera raya de la serie de Parchen está originada por la transición desde $n_j$ =6 hasta $n_i$ = 3:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{6^2}\right) = 1{,}09 \cdot 10^7 \cdot \frac{3}{36} \Rightarrow \lambda = \frac{36}{3 \cdot 1{,}09 \cdot 10^7} = 1{,}10 \cdot 10^{-6}\text{ m}$$

$$E = h\frac{c}{\lambda} = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\frac{3{,}00 \cdot 10^8}{1{,}10 \cdot 10^{-6}} = 1{,}81 \cdot 10^{-19}\text{ J}$$

c) El límite de la serie de Lyman sería su última raya, correspondiente a una transición desde $n_j = \infty$ hasta $n_i$ = 1:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2}\right) = 1{,}09 \cdot 10^7 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{1{,}09 \cdot 10^7} = 9{,}17 \cdot 10^{-8}\text{ m}$$

$$E = h\frac{c}{\lambda} = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\frac{3{,}00 \cdot 10^8}{9{,}17 \cdot 10^{-8}} = 2{,}17 \cdot 10^{-18}\text{ J}$$

**14.6 En los choques de electrones con átomos de mercurio en el experimento de Franck-Hertz, indica la diferencia entre los elásticos y los inelásticos.**

En los choque elásticos, los electrones no pierden energía cinética y, por tanto, la corriente no disminuye.

En los inelásticos se produce una pérdida de energía de los electrones que justamente se emplea en promocionar electrones de la corteza de los átomos de mercurio a estados energéticos superiores. En estos casos, la corriente disminuye.

**14.7 Valora la importancia del experimento de Franck-Hertz en su contexto histórico.**

A pesar de que Bohr interpretó los espectros discontinuos como una prueba de la cuantización de las órbitas electrónicas y, por tanto, de la existencia de niveles de energía discretos en la corteza de los átomos, podría suponerse que los espectros discontinuos se debían a alguna interacción especial entre la materia y la radiación y no a la existencia de cuantización en los átomos. Por entonces, ya se aceptaba la cuantización de la energía propuesta por Planck.

El experimento de Franck-Hertz demuestra la existencia de niveles discretos de energía en los átomos sin necesidad de recurrir a la interacción radiación-materia.

**14.8 Determina el momento lineal, la longitud de la ondas materiales y su frecuencia para los siguientes objetos.**

**a) Una persona de 60 kg moviéndose a 5 m $s^{-1}$.**

**b) Un neutrón moviéndose a 100 m $s^{-1}$ sabiendo que la masa del neutrón es 1,675 · $10^{-27}$ kg.**

a) $p = mv = 60 \cdot 5 = 300\text{ kg m s}^{-1}$; $\lambda = \dfrac{h}{mv} = \dfrac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{300} = 2{,}21 \cdot 10^{-36}\text{ m}$; $\nu = \dfrac{c}{\lambda} = \dfrac{3{,}00 \cdot 10^8}{2{,}21 \cdot 10^{-36}} = 1{,}36 \cdot 10^{44}\text{ Hz}$

b) $p = mv = 1{,}675 \cdot 10^{-27} \cdot 100 = 1{,}675 \cdot 10^{-25}\text{ kg m s}^{-1}$

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{1{,}675 \cdot 10^{-25}} = 3{,}96 \cdot 10^{-9}\text{ m};\ \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3{,}00 \cdot 10^8}{3{,}96 \cdot 10^{-9}} = 7{,}58 \cdot 10^{16}\text{ Hz}$$

**14.9 El microscopio electrónico acelera electrones a través de una *ddp* de 1000 V y se sabe que la masa del electrón es $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.**

**Evalúa su poder de resolución sabiendo que cualquier instrumento óptico es capaz de "ver" objetos de un tamaño similar a su longitud de onda.**

Al ser el campo eléctrico conservativo, la energía cinética que pueden adquirir los electrones es: $\frac{1}{2}mv^2 = qV$,

siendo *m* la masa del electrón y V la *ddp* a la que se acelera. La velocidad que adquieren los electrones es:

$$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1000}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} = 1{,}88 \cdot 10^{7}\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

El poder de resolución es, en teoría, del orden de la longitud de onda de De Broglie asociada:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}88 \cdot 10^{7}} = 3{,}89 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m}$$

En la práctica, su resolución no es tan grande.

**14.10 Determina el valor del momento angular de los electrones que se encuentran en subniveles *s* y *p*.**

$\left|\vec{L}\right| = \sqrt{l(l+1)}\,\frac{h}{2\pi}$ ; si l = 0 (s), entonces L = 0

Si l = 1 (p), entonces $L = \frac{\sqrt{2}\,h}{2\pi} = 1{,}491 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{kg\ m^2\ s^{-1}}$

**14.11 Indica cuáles de los siguientes conjuntos de números cuánticos {n, l, $m_l$} definen orbitales.**

**a) {4, 0, 1} b) {3, 2, –2} c) {3, 1, –2} d) {4, 3, 0}**

Solo b) y d). Los conjuntos a) y c) son imposibles.

**14.12 Razona si es posible determinar la posición de una partícula con una incertidumbre de $10^{-6}$ m y su momento lineal con una incertidumbre de $10^{-10}$ kg m $s^{-1}$.**

Según el principio de indeterminación: $\Delta p\, \Delta x \geq \hbar$

Si $\Delta x = 10^{-6}$ m $\Rightarrow$ $\Delta p \geq \frac{10^{-34}}{10^{-6}} = 10^{-28}\,\mathrm{kg\,m\,s^{-1}} < 10^{-10}\,\mathrm{kg\,m\,s^{-1}}$

Estos valores son perfectamente posibles.

**14.13 ¿Crees que en el futuro será posible fabricar instrumentos de medida que eliminen completamente la incertidumbre de la posición y el momento lineal de las partículas?**

El principio de indeterminación no está ligado al proceso de medida y es inherente a los entes cuánticos. Por tanto, no será posible eliminar estas indeterminaciones simultáneas.

**14.14 Indica por qué es posible discernir objetos más pequeños mediante un microscopio electrónico que con un microscopio óptico. Señala algunas aplicaciones y limitaciones de los microscopios electrónicos.**

Cualquier microscopio es capaz de discernir objetos cuyo tamaño sea del orden de magnitud de la longitud de onda de la luz empleada. La longitud de onda de De Broglie asociada a un electrón de los empleados en los microscopios electrónicos es menor que la de la luz visible y pueden discernir detalles menores.

Se emplean en microbiología para estudiar estructuras celulares o virus, pero en muchas ocasiones es necesario cortar y preparar las muestras.

**14.15 Define los conceptos siguientes.**

**a) Población electrónica normal e invertida.**

**b) Bombeo óptico.**

**c) Emisión inducida de radiación.**

a) Cuando la cantidad de electrones en un nivel energético *n* es mucho mayor que en el nivel *n* + 1 se dice que la distribución electrónica es normal. En caso contrario, se dice que es invertida.

b) El bombeo óptico es el mecanismo que permite mantener en el tiempo una población invertida.

c) Cuando los electrones de una población invertida pasan al mismo tiempo del nivel superior al inferior, se produce una emisión inducida de radiación (láser).

## EJERCICIOS Y PROBLEMAS

### RADIACIÓN DEL CUERPO NEGRO E HIPÓTESIS DE PLANCK

**14.16 La Ley de Stefan-Boltzmann se transforma en la expresión $E = A\sigma T^4$ cuando el cuerpo que radia no se puede considerar completamente negro. Al coeficiente *A* (A < 1) se le denomina poder absorbente de su superficie y toma 1 para el cuerpo negro.**

**Determina la energía que radia un cuerpo de poder absorbente A = 0,9 cuando se encuentra a 1000 K de temperatura.**

**Dato. $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W m$^{-2}$ K$^{-4}$**

Aplicando la fórmula ampliada de Stefan-Boltzmann, se obtiene:

$$E = A\sigma T^4 = 0{,}9 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot (10^3)^4 = 51\,030 \ \text{W m}^{-2}$$

**14.17 Se puede suponer que el Sol se comporta aproximadamente como un cuerpo negro con una temperatura superficial de 6000 K. Calcula:**

**a) La energía total que radia su superficie cada segundo.**

**b) La frecuencia de la luz más abundante en su espectro.**

**Datos. Radio solar $R_s = 0{,}7 \cdot 10^9$ m**

**Cte. de Wien: $2{,}897 \cdot 10^{-3}$ m K**

**Cte. de Boltzmann $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W m$^{-2}$ K$^{-4}$**

a) El Sol tiene aproximadamente forma esférica: $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot (0{,}7 \cdot 10^9)^2 = 6{,}16 \cdot 10^{18} \text{m}^2$

La energía que radia por segundo y metro cuadrado es:

$$E = \sigma T^4 = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 6000^4 = 7{,}35 \cdot 10^7 \text{J}$$

Toda su superficie radiará en cada segundo:

$$E_T = 6{,}16 \cdot 10^{18} \cdot 7{,}35 \cdot 10^7 = 4{,}53 \cdot 10^{26} \text{ J}$$

b) Aplicando la Ley de Wien: $\lambda_{\text{máx}} \cdot T = 2{,}897 \cdot 10^{-3}$, la longitud de onda a la que se produce la máxima emisión de energía a una temperatura dada es:

$$\lambda_{\text{máx}} = \frac{2{,}897 \cdot 10^{-3}}{T} = \frac{2{,}897 \cdot 10^{-3}}{6000} = 4{,}83 \cdot 10^{-7} \text{m}$$

La frecuencia más abundante es: $\nu = \dfrac{c}{\lambda} = \dfrac{3 \cdot 10^8}{4{,}83 \cdot 10^{-7}} = 6{,}21 \cdot 10^{14} \ \text{Hz}$

**14.18 Un objeto que puede ser considerado como un cuerpo negro radia el máximo de energía en la longitud de onda de 650,0 nm.**

**a) Determina su temperatura.**

**b) Suponiendo que su forma es una esfera de 0,3 m de radio, calcula su potencia radiante y la energía que radia en 2 minutos.**

**(Toma del texto los valores de las constantes.)**

a) La temperatura del cuerpo la obtenemos de la ley de Wien: $\lambda_{máx} \cdot T = 2{,}897 \cdot 10^{-3}$ K m

$$T = \frac{2{,}897 \cdot 10^{-3}}{650{,}0 \cdot 10^{-9}} = 4457 \text{ K}$$

b) Conforme a la ley de Stefan-Boltzmann, la energía por segundo y metro cuadrado de superficie es:

$$E = \sigma T^4 = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 4457^4 = 2{,}24 \cdot 10^7 \text{ J}$$

La superficie de la esfera es $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 0{,}3^2 = 1{,}13 \text{ m}^2$ ; luego la energía total radiada en 2 minutos es:

$$E = 2{,}24 \cdot 10^7 \cdot 1{,}13 \cdot 120 = 3{,}04 \cdot 10^9 \text{ J}$$

**14.19 El espectro de luz visible (luz blanca) incluye longitudes de onda comprendidas entre 380 nm (violeta) y 780 nm (rojo).**

**a) Determina la frecuencia de la radiación correspondiente a estos colores.**

**b) Calcula, conforme a la hipótesis de Planck, la energía de los fotones que corresponden a luz violeta y luz roja.**

**c) ¿Cuántos fotones de luz roja son necesarios para acumular 3 J de energía?**

**Datos: $c = 3{,}00 \cdot 10^8$ ms$^{-1}$; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s**

a) Luz violeta: $\nu_1 = \dfrac{c}{\lambda_1} = \dfrac{3{,}00 \cdot 10^8}{350 \cdot 10^{-9}} = 8{,}57 \cdot 10^{14}$ Hz ; luz roja: $\nu_2 = \dfrac{c}{\lambda_2} = \dfrac{3{,}00 \cdot 10^8}{780 \cdot 10^{-9}} = 3{,}85 \cdot 10^{14}$ Hz

b) $E_{violeta} = h\nu_1 = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 8{,}57 \cdot 10^{14} = 5{,}68 \cdot 10^{-19}$ J ; $E_{roja} = h\nu_2 = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}85 \cdot 10^{14} = 2{,}55 \cdot 10^{-19}$ J

c) El número de fotones que se necesitarán será:

$$\frac{3\,(\text{J})}{2{,}55 \cdot 10^{-19}(\text{J fotón}^{-1})} = 1{,}18 \cdot 10^{19} \text{ fotones}$$

**EFECTO FOTOELÉCTRICO**

**14.20 Cuando una radiación de 250,0 nm incide sobre un metal, los electrones emitidos por efecto fotoeléctrico tienen una velocidad máxima de $2{,}0 \cdot 10^5$ m s$^{-1}$.**

**a) ¿Qué energía poseen los fotones incidentes?**

**b) Determina el trabajo de extracción correspondiente a ese metal.**

**c) Calcula su frecuencia umbral.**

**Datos. $c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m s$^{-1}$; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg**

a) La energía de los fotones es: $E = h\dfrac{c}{\lambda} = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \dfrac{3{,}00 \cdot 10^8}{250{,}0 \cdot 10^{-9}} = 7{,}95 \cdot 10^{-19}$ J

b) La energía cinética de los electrones emitidos es: $E = \dfrac{1}{2} m_e v^2 = 0{,}5 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot (2{,}0 \cdot 10^5)^2 = 1{,}8 \cdot 10^{-20}$ J

Aplicando la ecuación de Einstein: $E = W_{ext} + E_c \Rightarrow W_{ext} = E - E_c = 7{,}95 \cdot 10^{-19} - 1{,}8 \cdot 10^{-20} = 7{,}77 \cdot 10^{-19}$ J

c) Del trabajo de extracción se determina la frecuencia umbral:

$$W_{ext} = h\nu_0 \Rightarrow \nu_0 = \frac{W_{ext}}{h} = \frac{7{,}77 \cdot 10^{-19}}{6{,}626 \cdot 10^{-34}} = 1{,}17 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

**14.21 Se sabe que una superficie metálica tiene una frecuencia umbral en relación al efecto fotoeléctrico de $5{,}00 \cdot 10^{14}$ Hz. ¿Con qué velocidad se emiten electrones al ser iluminada con luz de $7{,}00 \cdot 10^{14}$ Hz?**

**Datos. $c = 3{,}00 \cdot 10^{8}$ m s$^{-1}$; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg**

La energía cinética de los electrones emitidos es:

$$E_c = E - W_{ext} = h\nu - h\nu_0 = h(\nu - \nu_0) = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ (7{,}00 \cdot 10^{14} - 5{,}00 \cdot 10^{14}) = 1{,}33 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m_e v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}33 \cdot 10^{-19}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} = 5{,}4 \cdot 10^{5}\ \text{m s}^{-1}$$

**14.22 ¿Por qué las superficies metálicas son las más apropiadas para producir efecto fotoeléctrico? De entre ellas, ¿cuáles son las que lo producen más fácilmente?**

Los metales tienen energías de ionización bajas y es fácil extraer electrones de su superficie. Los alcalinos y alcalinotérreos son los mejores cátodos de efecto fotoeléctrico.

**14.23 El cesio es un metal que tiene una baja energía de ionización y es capaz de emitir electrones por efecto fotoeléctrico cuando se ilumina con luz de 579 nm.**

**a) Calcula la función trabajo de este metal e indica el resultado en julios y electronvoltios.**

**b) Determina la energía de los electrones emitidos por una célula fotoeléctrica de cesio cuando se ilumina con luz de 400,0 nm.**

a) La función de trabajo se calcula a partir de la longitud de onda umbral:

$$W_{ext} = h\frac{c}{\lambda_0} = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \frac{3{,}00 \cdot 10^{8}}{579 \cdot 10^{-9}} = 3{,}43 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = 3{,}43 \cdot 10^{-19}\ \text{J} \cdot \frac{1\ \text{eV}}{1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{J}} = 2{,}15\ \text{eV}$$

b) El exceso de energía de la radiación se emplea en proporcionar energía cinética a los electrones:

$$E_c = E - W_{ext} = h\frac{c}{\lambda} - h\frac{c}{\lambda_0} = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right) = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8} \cdot \left(\frac{1}{400 \cdot 10^{-9}} - \frac{1}{579 \cdot 10^{-9}}\right) \cdot \frac{1}{10^{-9}} = 1{,}54 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

**14.24 Se hace incidir luz monocromática de 420 nm de longitud de onda y de $10^{-3}$ W de potencia sobre una superficie de cesio. Sabiendo que el trabajo de extracción de este metal es 1,93 eV y suponiendo un rendimiento cuántico del 100% (cada fotón incidente extrae un electrón), determina:**

**a) La corriente de electrones liberada por la superficie metálica.**

**b) El potencial de retardo que habría que aplicar para anularla.**

a) Los fotones incidentes tienen una energía superior al trabajo de extracción del metal:

$$E = h\frac{c}{\lambda} = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \frac{3{,}00 \cdot 10^{8}}{420 \cdot 10^{-9}} = 4{,}73 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = 2{,}96\ \text{eV}$$

Cada segundo llegan a la superficie del cesio:

$$10^{-3}\,(\text{J}) \cdot \frac{1(\text{fotón})}{4{,}73 \cdot 10^{-19}\,(\text{J})} = 2{,}1 \cdot 10^{15}\ \text{fotones}$$

que extraerán el mismo número de electrones, por lo que la corriente de electrones será:

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{2{,}1 \cdot 10^{15} \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}}{1} = 3{,}4 \cdot 10^{-4}\ \text{A}$$

b) La energía cinética de los electrones emitidos es:

$$2{,}96 - 1{,}93 = 1{,}03\ \text{eV} = 1{,}65 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

Como el campo eléctrico es conservativo, se puede aplicar la siguiente igualdad:

$$\Delta E_c = -\Delta E_p \Rightarrow 0 - 1{,}65 \cdot 10^{-19} = q\,V = -1{,}60 \cdot 10^{-19}\ V \Rightarrow V = 1{,}03\ \text{V}$$

**14.25 Cuando se ilumina una superficie de potasio situada en un ambiente de vacío con luz de 589 nm, se liberan electrones que se detienen con un potencial retardador (potencial de frenado) de 0,35 V.**

**Si se ilumina la misma superficie con luz de 253,7 nm, el potencial de frenado de los electrones emitidos es ahora de 3,14 V.**

**Conociendo que la carga del electrón en valor absoluto es $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C y tomando como velocidad de la luz en el vacío $c = 3{,}00 \cdot 10^{8}$ m s$^{-1}$, determina:**

**a) El trabajo de extracción de la superficie metálica citada.**

**b) El valor de la constante de Planck.**

**c) La longitud de onda umbral y la frecuencia umbral del potasio.**

a) Los electrones liberados con luz de 589 nm necesitan un potencial de frenado de 0,35 V, lo que indica que tienen una energía de 0,35 eV. De forma equivalente, si los electrones liberados con luz de 253,7 nm necesitan un potencial de frenado de 3,14 V, se debe a que tienen una energía de 3,14 eV.

Por tanto, se pueden establecer las siguientes ecuaciones:

$$\frac{hc}{\lambda_1} = W + E_{c1}; \qquad \frac{hc}{\lambda_2} = W + E_{c2}$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{W + E_{c1}}{W + E_{c2}} \Rightarrow \frac{253{,}7 \cdot 10^{-9}}{589 \cdot 10^{-9}} = \frac{W + 0{,}35 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{W + 3{,}14 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}$$

$$0{,}431 = \frac{W + 0{,}35 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{W + 3{,}14 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow W = 2{,}8 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

b) Sustituyendo los valores, se encuentra el valor de *h*:

$$h = \frac{\lambda_1 (W + E_{c1})}{c} = \frac{589 \cdot 10^{-9} (2{,}8 \cdot 10^{-19} + 0{,}35 \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19})}{3{,}00 \cdot 10^{8}} = 6{,}60 \cdot 10^{-34}\ \text{J s}$$

Valor que es muy aproximado al verdadero.

c) La longitud de onda umbral y su frecuencia correspondiente se pueden determinar a partir del trabajo de extracción:

$$W = h\frac{c}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{W} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}}{2{,}8 \cdot 10^{-19}} = 7{,}1 \cdot 10^{-7}\ \text{m}; \quad \nu_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3{,}00 \cdot 10^{8}}{7{,}1 \cdot 10^{-7}} = 4{,}2 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}$$

**14.26 El potencial de frenado de los electrones emitidos por una superficie metálica cuando incide sobre el una luz de 350 nm de longitud de onda es 2,45 V.**

**a) Determina la función de trabajo (trabajo de extracción) de la superficie expresada en eV.**

**b) Calcula la longitud de onda umbral en nm para que se produzca efecto fotoeléctrico en esta superficie.**

**Datos. $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s; $c = 3{,}00 \cdot 10^{8}$ m s$^{-1}$; carga del electrón, $e = -1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C**

a) El potencial de frenado proporciona la energía cinética de los electrones emitidos al ser el campo eléctrico conservativo:

$$\Delta E_c = -\Delta E_p;\ 0 - E_c = q\,V \Rightarrow 0 - E_c = -1{,}60 \cdot 10^{-19} \cdot 2{,}45 \Rightarrow E_c = 3{,}92 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = 2{,}45\ \text{eV}$$

La energía de los fotones incidentes es:

$$E = h\frac{c}{\lambda} = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \frac{3{,}00 \cdot 10^{8}}{350 \cdot 10^{-9}} = 5{,}68 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = 3{,}55\ \text{eV}$$

Aplicando la formula del efecto fotoeléctrico:

$$W_{ext} = E - E_c = 3{,}55 - 2{,}45 = 1{,}10\ \text{eV}$$

b) La longitud de onda umbral para que se produzca el efecto fotoeléctrico será:

$$W_{ext} = h\frac{c}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{W_{ext}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}}{1{,}10 \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}} = 1{,}13 \cdot 10^{-6}\ \text{m}$$

**14.27 Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas razonando la respuesta.**

**a) El efecto fotoeléctrico se produce más fácilmente en superficies de elementos no metálicos.**

**b) La emisión de fotoelectrones es inmediata como predice la teoría ondulatoria.**

**c) Cualquier superficie metálica emite electrones por efecto fotoeléctrico al ser iluminada con todo tipo de fuentes luminosas.**

**d) La teoría ondulatoria de la luz puede explicar perfectamente las características del efecto fotoeléctrico.**

**e) Cada superficie metálica tiene una frecuencia umbral de emisión que está relacionada con la mayor o menor dificultad de ionización de sus átomos.**

a) Falso. Son preferibles lo metales, porque tienen un potencial de ionización menor.

b) Falso. Es verdad que la emisión de electrones es inmediata, pero eso no lo predice la teoría ondulatoria.

c) Falso. Para cada superficie existe una frecuencia umbral por debajo de la cual no hay emisión de electrones.

d) Falso. Precisamente fue necesario establecer una teoría cuántica para explicar sus propiedades.

e) Cierto. A mayor dificultad de ionización de un átomo metálico, mayor frecuencia umbral para el efecto fotoeléctrico de esa superficie metálica.

**14.28 Determina la frecuencia umbral de una superficie de sodio sabiendo que una luz de 400 nm de longitud de onda extrae electrones cuya energía cinética es 0,35 eV.**

Conforme a la ecuación de efecto fotoeléctrico:

$$h\frac{c}{\lambda} = W_{ext} + E_c;\ W_{ext} = h\nu_0 = h\frac{c}{\lambda} - E_c \Rightarrow \nu_0 = \frac{c}{\lambda} - \frac{E_c}{h} = \frac{3{,}00\cdot 10^8}{400\cdot 10^{-9}} - \frac{0{,}35\cdot 1{,}60\cdot 10^{-19}}{6{,}63\cdot 10^{-34}} = 6{,}66\cdot 10^{14}\ \text{Hz}$$

**14.29 Un cierto haz luminoso provoca efecto fotoeléctrico en un determinado metal. Explica cómo se modifica el número de fotoelectrones y su energía cinética en los siguientes casos.**

**a) Si aumenta la intensidad del haz luminoso.**

**b) Si aumenta la frecuencia de la luz incidente.**

**c) Si disminuye la frecuencia de la luz por debajo de la frecuencia umbral del metal.**

a) Aumenta el número de fotoelectrones, pero no su energía cinética.

b) Aumenta la energía cinética de los fotoelectrones, pero no el número.

c) No hay emisión de fotoelectrones.

## ESPECTROS ATÓMICOS

**14.30 Determina la longitud de onda de la línea más energética de la serie de Lyman y de la línea menos energética de la serie de Balmer.**

**Dato (para todas las actividades). $R_H$ = 1,09 · $10^7$ $m^{-1}$**

La línea más energética de la serie de Lyman es su límite:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_j^2}\right) = 1{,}09\cdot 10^7\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty}\right) = 1{,}09\cdot 10^7 \Rightarrow \lambda = 9{,}17\cdot 10^{-8}\ \text{m}$$

La línea menos energética de la serie de Balmer es la primera:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_j^2}\right) = 1{,}09\cdot 10^7\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) = 1{,}09\cdot 10^7\,\frac{5}{36} \Rightarrow \lambda = 6{,}61\cdot 10^{-7}\ \text{m}$$

**14.31 Calcula la longitud de onda y la frecuencia correspondiente a la cuarta raya de la serie de Balmer del espectro del hidrógeno.**

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_j^2}\right) = 1{,}09 \cdot 10^7\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2}\right) = 1{,}09 \cdot 10^7\ \frac{8}{36} \Rightarrow \lambda = 4{,}13 \cdot 10^{-7}\ \text{m};\quad \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3{,}00 \cdot 10^8}{4{,}13 \cdot 10^{-7}} = 7{,}26 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}$$

**14.32 Para la serie de Balmer del espectro del átomo de hidrógeno, calcula:**

**a) Las longitudes de onda de la primera y de la segunda raya.**

**b) La diferencia de energías de los niveles energéticos entre los que se produce la transición electrónica que origina la primera raya.**

**c) La longitud de onda que corresponde al límite de la serie.**

a) La primera raya corresponde a la transición $n_j = 3 \rightarrow n_i = 2$ y la segunda raya a $n_j = 4 \rightarrow n_i = 2$:

$$\frac{1}{\lambda_1} = R_H\left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_j^2}\right) = 1{,}09 \cdot 10^7\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) = 1{,}09 \cdot 10^7\ \frac{5}{36} \Rightarrow \lambda_1 = 6{,}61 \cdot 10^{-7}\text{m}$$

$$\frac{1}{\lambda_2} = R_H\left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_j^2}\right) = 1{,}09 \cdot 10^7\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right) = 1{,}09 \cdot 10^7\ \frac{3}{16} \Rightarrow \lambda_2 = 4{,}89 \cdot 10^{-7}\text{m}$$

b) La diferencia de energía será: $\Delta E = h\dfrac{c}{\lambda_1} = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \dfrac{3{,}00 \cdot 10^8}{6{,}61 \cdot 10^{-7}} = 3{,}01 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$

c) $\dfrac{1}{\lambda_\infty} = R_H\left(\dfrac{1}{n_i^2} - \dfrac{1}{\infty}\right) = 1{,}09 \cdot 10^7\left(\dfrac{1}{2^2}\right) = 1{,}09 \cdot 10^7\ \dfrac{1}{4} \Rightarrow \lambda_\infty = 3{,}67 \cdot 10^{-7}\ \text{m}$

**14.33 Para la serie de Lyman del espectro del átomo de hidrógeno:**

**a) Determina la longitud de onda que corresponde al límite de la serie.**

**b) Establece su relación con la energía de ionización de dicho átomo.**

**c) Expresa dicha energía en eV y en kJ mol$^{-1}$**

**Datos. $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ átomos mol$^{-1}$**

a) $\dfrac{1}{\lambda_\infty} = R_H\left(\dfrac{1}{n_i^2} - \dfrac{1}{\infty}\right) = 1{,}09 \cdot 10^7\left(\dfrac{1}{1^2}\right) = 1{,}09 \cdot 10^7 \Rightarrow \lambda_\infty = 9{,}17 \cdot 10^{-8}\ \text{m}$

b) $EI = \Delta E = h\dfrac{c}{\lambda_\infty} = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \dfrac{3{,}00 \cdot 10^8}{9{,}17 \cdot 10^{-8}} = 2{,}17 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$

c) $2{,}17 \cdot 10^{-18}\,\text{J} = \dfrac{2{,}17 \cdot 10^{-18}(\text{J})}{1{,}60 \cdot 10^{-19}(\text{J eV}^{-1})} = 13{,}56\ \text{eV}$ por cada átomo.

$$2{,}17 \cdot 10^{-18}(\text{J átomo}^{-1}) \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}(\text{átomos mol}^{-1}) = 1{,}31 \cdot 10^6\ \text{J mol}^{-1} = 1{,}31 \cdot 10^3\ \text{kJ mol}^{-1}$$

**14.34 Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.**

**a) Las rayas de las series espectrales del hidrógeno se van separando conforme aumenta su longitud de onda.**

**b) Cuanto más a la izquierda estén las rayas de una serie espectroscópica, menos energéticos son los fotones que las forman.**

**c) El experimento de Franck-Hertz se basa en la existencia de choques elásticos e inelásticos entre electrones y átomos.**

a) Verdadero. Las longitudes de onda más largas en las series espectrales están a la izquierda y las más cortas a la derecha. Las rayas se juntan hacia la derecha.

b) Verdadero. Longitudes de onda larga suponen fotones menos energéticos.

c) Verdadero. En los choques inelásticos, los electrones ceden energía a los átomos y la corriente disminuye. En los elásticos, los electrones no pierden energía.

**14.35 Determina la longitud de onda material de De Broglie para las siguientes partículas.**

**a) Un electrón acelerado a través de una diferencia de potencial de 2000 V.**

**b) Un móvil de 0,04 kg de masa con una velocidad de 200 m s$^{-1}$.**

**Compara los resultados con el tamaño respectivo de cada objeto y deduce alguna consecuencia de ello.**

**Datos. Masa del electrón, $m_e$ = 9,1 · 10$^{-31}$ kg; valor absoluto de la carga del electrón, e = 1,6 · 10$^{-19}$ C.**

a) La velocidad de un electrón acelerado a través de una *ddp* de 2000 V es:

$$\Delta E_c = -\Delta E_p \Rightarrow \frac{1}{2} m_e v_2^2 - 0 = -q(V_2 - V_1) \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 2000}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} = 2{,}65 \cdot 10^7 \, m\, s^{-1}$$

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 2{,}65 \cdot 10^7} = 2{,}75 \cdot 10^{-11} \, m$$

Su longitud es mucho mayor que el tamaño del electrón, que se encontrará deslocalizado.

b) $\lambda = \dfrac{h}{mv} = \dfrac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{0{,}04 \cdot 200} = 8{,}29 \cdot 10^{-35}$ m

La distancia es mucho menor que su tamaño, así que el móvil estará localizado.

**14.36 Calcula la relación entre las longitudes de onda de De Broglie asociadas a un grano de polen de 10$^{-3}$ g de masa impulsado con una velocidad de 20 m s$^{-1}$ y a un neutrón con una velocidad de 2,4 · 10$^4$ m s$^{-1}$.**

$$\left.\begin{array}{l} \lambda_1 = \dfrac{h}{m_1 v_1} \\ \lambda_2 = \dfrac{h}{m_2 v_2} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{m_2 v_2}{m_1 v_1} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-27} \cdot 2{,}4 \cdot 10^4}{10^{-3} \cdot 20} = 1{,}9 \cdot 10^{-21}$$

**14.37 Halla la *ddp* que hay que aplicar a un cañón de electrones para que la longitud de onda asociada a los electrones sea de 7 · 10$^{-11}$ m.**

**Datos. Masa del electrón, $m_e$ = 9,1 · 10$^{-31}$ kg; valor absoluto de la carga del electrón, e = 1,6 · 10$^{-19}$ C**

$$\lambda = \frac{h}{mv} \Rightarrow v = \frac{h}{\lambda m} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{7 \cdot 10^{-11} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}} = 1{,}04 \cdot 10^7 \, m\, s^{-1}$$

Para conseguir esa velocidad, los electrones deben ser acelerados con una *ddp*:

$$\Delta E_c = -\Delta E_p \Rightarrow \frac{1}{2} m_e v^2 - 0 = -q(V_2 - V_1) \Rightarrow V_2 - V_1 = \frac{m_e v^2}{2\,e} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot (1{,}04 \cdot 10^7)^2}{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 308 \, V$$

**14.38 Realiza los siguientes cálculos para el átomo de hidrógeno.**

**a) Calcula el valor de la energía de los niveles principales n = 1, 2 y 3.**

**b) Determina el valor del módulo del momento angular en un subnivel 2s y otro 2p.**

**c) Determina los valores de los números cuánticos asociados a los electrones del átomo de carbono (Z = 6).**

a) $E_1 = \dfrac{-2{,}18 \cdot 10^{-18}}{1^2} = -2{,}18 \cdot 10^{-18}$ J ; $E_2 = \dfrac{-2{,}18 \cdot 10^{-18}}{2^2} = -5{,}45 \cdot 10^{-19}$ J ; $E_3 = \dfrac{-2{,}18 \cdot 10^{-18}}{3^2} = -2{,}42 \cdot 10^{-19}$ J

b) Los momentos angulares son: $\left|\vec{L}\right| = \sqrt{l(l+1)}\dfrac{h}{2\pi}$ ; si l = 0 (s) $\Rightarrow$ L = 0; si l = 1 (p) $\Rightarrow$ $L = \dfrac{\sqrt{2}\,h}{2\pi}$

c) C $\rightarrow$ $1s^2\, 2s^2\, 2p^2 \Rightarrow$ {1, 0, 0, 1/2} {1, 0, 0, −1/2} {2, 0, 0, 1/2} {2, 0, 0, −1/2} {2, 1, −1, −1/2} {2, 1, 0, −1/2}

**14.39 Indica si son ciertas o falsas las siguientes afirmaciones razonando la respuesta.**

**a) La función de ondas, ψ, de la ecuación de Schödinger es una magnitud física medible.**

**b) La mecánica cuántica supone una concepción probabilística de la naturaleza.**

**c) La expresión $\psi^2$ mide la probabilidad de encontrar una partícula en un determinado sitio.**

**d) Los orbitales delimitan zonas del espacio de la corteza atómica donde hay un 100% de probabilidad de encontrar electrones.**

a) Falso. Por definición la función de ondas ψ no tiene significado físico.

b) Cierto. Es la interpretación más universalmente aceptada.

c) Cierto. Es la base de la interpretación probabilística.

d) Falso. Los orbitales son zonas en la que se delimita la zona en la que es muy probable encontrar a un electrón cuando el orbital está ocupado, pero nunca llega al 100%.

## RELACIONES DE INDETERMINACIÓN

**14.40 Un protón se encuentra confinado en un núcleo que tiene un radio aproximado de $10^{-14}$ m.**

**a) Calcula la indeterminación asociada a la medida del momento lineal del protón confinado en el núcleo.**

**b) Si la masa del protón es exactamente $1,672 \cdot 10^{-27}$ kg calcula la indeterminación en la medida de su velocidad.**

a) $\Delta p \geq \frac{h'}{\Delta x} \approx \frac{10^{-34}}{10^{-14}} = 10^{-20}$ kg m s$^{-1}$

b) $\Delta p = m\Delta v \Rightarrow \Delta v = \frac{\Delta p}{m} \geq \frac{10^{-20}}{1,672 \cdot 10^{-27}} = 6 \cdot 10^{6}$ m s$^{-1}$

**14.41 El tiempo medio que transcurre entre la excitación de un átomo y la emisión de un fotón es de $10^{-8}$ s.**

**a) Calcula la indeterminación asociada a la medida de la energía de los fotones emitidos en estas condiciones.**

**b) Indica en qué se traduce esta indeterminación cuando se observan estos fotones.**

a) Aplicando el principio de incertidumbre energía-tiempo, se tiene:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq h' \Rightarrow \Delta E \geq \frac{h'}{\Delta t} = \frac{10^{-34}}{10^{-8}} = 10^{-26}\ \text{J}$$

b) Como: $\Delta E = h\,\Delta\nu \quad \Rightarrow \quad \Delta\nu = \frac{\Delta E}{h} \geq \frac{10^{-26}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 1,5 \cdot 10^{7}$ Hz

Este valor se traduce en una anchura mínima de las líneas espectrales que no depende del espectroscopio utilizado. Es el límite irreductible de precisión con el que se puede determinar la frecuencia de la radiación emitida por un átomo.

**14.42 Un jugador de tenis impulsa una bola 0,2 kg a la velocidad de 220 km h$^{-1}$. Si se puede determinar su posición con una incertidumbre del mismo orden que la longitud de onda de la luz asociada, λ = 500 nm, determina la indeterminación en el momento lineal de la pelota y compárala con el propio momento lineal de la misma.**

Según el principio de incertidumbre: $\Delta p\,\Delta x \geq h'$

El momento lineal de la pelota es p = m v = 0,2 · 61,1 = 12,2 kg m s$^{-1}$

La incertidumbre en la determinación del momento lineal es:

$$\Delta(mv) \geq \frac{h'}{\Delta x} = \frac{10^{-34}}{500 \cdot 10^{-9}} = 2 \cdot 10^{-28}\ \text{kg m s}^{-1}$$

Este valor es mucho menor que el propio momento lineal.

**14.43 Para localizar partículas subatómicas mediante un microscopio es preciso mandar fotones hacia ellas de forma que el choque de los fotones con las mismas modifique su momento lineal.**

**¿Crees que sería posible determinar con precisión total la posición y el momento lineal de una partícula si no fuese necesario mandar fotones para localizar su posición?**

No sería posible. La indeterminación en la medida simultánea de magnitudes conjugadas no depende del proceso de medida, sino que es inherente a los entes cuánticos.

**14.44 El principio de indeterminación se puede aplicar a cualquier pareja de magnitudes cuyo producto tenga las dimensiones de la constante de Planck (magnitudes canónicamente conjugadas). Indica cuáles de las siguientes parejas de magnitudes lo son.**

**a) Energía y velocidad.**

**b) Energía y tiempo.**

**c) Momento angular y velocidad.**

**d) Momento lineal y posición.**

**e) Impulso y posición.**

Son magnitudes canónicamente conjugadas b), d) y e).

**14.45 Enuncia el principio de complementariedad de Bohr y reflexiona sobre su significado.**

Es imposible reunir en una sola imagen los aspectos ondulatorios y corpusculares de un sistema físico. La totalidad de los resultados observados en los experimentos son complementarios y, en conjunto, describen completamente el sistema observado. La descripción del sistema como onda o como partícula son casos límites de algo para lo que no existe un modelo completo. Un ejemplo son las magnitudes del principio de indeterminación: se puede decir que la posición de una partícula y su momento lineal no existen a la vez.

## PROBLEMA DE SÍNTESIS

**14.46 Un espía intenta llegar a una habitación que contiene importantes secretos industriales. La cámara está dotada de distintos sistemas de seguridad.**

**Dos células fotoeléctricas cuyos haces de luz cruzan la puerta cierran sendos circuitos de alarma; la primera funciona con un haz láser de luz de 1,00 · $10^{15}$ Hz y la segunda, con un haz láser de 9,52 · $10^{14}$ Hz. Dichos haces de luz son invisibles al ojo humano y atraviesan la puerta a 0,5 m y 1 m de altura, respectivamente.**

**El espía dispone de una gafas de visión especial que desplazan la amplitud del espectro visible desde un rango [380 nm, 780 nm] hasta [300 nm, 700 nm].**

**La clave de la caja fuerte que contiene los documentos se encuentra escrita mediante técnicas fotolitográficas en una superficie metálica y se sabe que tiene unas dimensiones de 0,230 nm.**

**Para ver la clave dispone de un nuevo microscopio electrónico portátil, cuyo cañón electrónico puede funcionar con dos posibles tensiones, 15,6 V y 28,6 V, de las que debe seleccionar una, pero solo puede hacer un intento y acertar con la más adecuada, pues acto seguido el microscopio se inutiliza.**

**a) Indica si podrá superar la puerta con los dispositivos fotoeléctricos de seguridad con relativa facilidad. Justifica tu respuesta mediante los cálculos adecuados.**

**b) Razona sobre el modo de operar con el microscopio electrónico.**

a) $\lambda_1 = \dfrac{c}{\nu_1} = \dfrac{3{,}00 \cdot 10^8}{1{,}00 \cdot 10^{15}} = 3{,}00 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 300\ \text{nm}$ ; $\lambda_2 = \dfrac{c}{\nu_2} = \dfrac{3{,}00 \cdot 10^8}{9{,}52 \cdot 10^{14}} = 3{,}15 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 315\ \text{nm}$

Sin las gafas especiales no puede ver ningún haz láser. Con las gafas ve los dos y los puede evitar.

b) Para poder ver la clave de la caja, la longitud de onda de los electrones del microscopio electrónico debe ser del orden de las dimensiones del objeto que ver. La velocidad de los electrones debe ser:

$$\lambda = \frac{h}{mv} \Rightarrow v = \frac{h}{m\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{9{,}10 \cdot 10^{-31} \cdot 0{,}230 \cdot 10^{-9}} = 3{,}17 \cdot 10^6\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$$

Para conseguir esa velocidad, los electrones deben ser acelerados a través de un potencial *V*:

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = -qV = eV \Rightarrow V = \frac{m_e v^2}{2e} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot (3{,}17 \cdot 10^6)^2}{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 28{,}6\,\text{V}$$

Debe seleccionar la tensión 28,6 V en el microscopio electrónico.