6 El movimiento ondulatorio

EJERCICIOS PROPUESTOS

6.1 ¿Son ondas las olas del mar? ¿Por qué?

Sí, porque se propaga una perturbación: la altura de la superficie del agua sobre su nivel medio.

6.2 ¿Puede haber un movimiento ondulatorio sin transporte de energía? ¿Por qué?

No, para que la perturbación se propague a lo largo del medio se necesita energía. Un movimiento ondulatorio siempre transporta energía.

6.3 ¿Por qué no es posible la transmisión del sonido en el vacío?

El sonido es una onda mecánica y necesita un medio material en el que propagarse.

6.4 Pon dos ejemplos de ondas mecánicas longitudinales y dos ejemplos de ondas electromagnéticas.

Ondas mecánicas longitudinales: el sonido y las ondas sísmicas primarias.

Ondas electromagnéticas: los rayos X y los rayos infrarrojos.

6.5 Calcula la velocidad de propagación de las ondas transversales en una cuerda de 150 cm de longitud y 30 g sometida a una tensión de 40 N.

Aplicando la ecuación de la velocidad del sonido:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{T}{\frac{m}{L}}} = \sqrt{\frac{40}{\frac{0{,}030}{1{,}50}}} = 44{,}7 \text{ m s}^{-1}$$

6.6 Calcula la velocidad de propagación de las ondas longitudinales en un muelle estirado de 5 g de masa, 2 m de longitud y 200 N m^{-1} de constante elástica.

Aplicando la ecuación de la velocidad del sonido:

$$v = L\sqrt{\frac{k}{m}} = 2\sqrt{\frac{200}{5\cdot 10^{-3}}} = 400 \text{ m s}^{-1}$$

6.7 Calcula la longitud de onda en el aire de una onda sonora de 5 kHz, sabiendo que la velocidad del sonido es 340 m s^{-1}.

Aplicando la ecuación de la longitud de onda:

$$\lambda = vT = \frac{v}{\nu} = \frac{340}{5000} = 0{,}068 \text{ m} = 6{,}8 \text{ cm}$$

6.8 Justifica que la siguiente expresión es correcta: $v = \lambda\,\nu$

Aplicando la ecuación de la longitud de onda:

$$\lambda = vT = \frac{v}{\nu} \Rightarrow v = \lambda\,\nu$$

6.9 Una onda sonora, que tiene una longitud de onda de 0,6 m, se propaga en el agua con una velocidad de 1450 m s^{-1}. Calcula:

a) La frecuencia de la onda.

b) Su longitud de onda en el aire.

a) $\lambda = vT = \frac{v}{\nu} \Rightarrow \nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{1450}{0,6} = 2417 \text{ Hz}$

b) $\lambda' = v'T = \frac{v'}{\nu} = \frac{340}{2417} = 0,14 \text{ m}$

6.10 Escribe la ecuación de una onda armónica plana que tiene 2 cm de amplitud y 600 Hz de frecuencia, y que se propaga con una velocidad de 200 m s^{-1}.

Del enunciado se tiene:

Amplitud: A = 0,02 m

Frecuencia: ν = 600 Hz

Longitud de onda: $\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{200}{600} = \frac{1}{3} \text{m}$

Ecuación de onda: $y(x,t) = A \text{ sen}\left(2\pi\nu t - 2\pi\frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow y(x,t) = 0,02 \text{ sen}\left(1200\pi t \pm 6\pi x + \varphi_0\right)$

6.11 Una onda armónica está caracterizada por: k = 20π m^{-1} y v = 250 m s^{-1}. Calcula su período, su frecuencia y su longitud de onda.

Del enunciado se tiene:

Longitud de onda: $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{20\pi} = 0,1 \text{ m}$

Frecuencia: $\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{250}{0,1} = 2500 \text{ Hz}$

Período: $T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{2500} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ s}$

6.12 Una onda plana está expresada, en unidades SI, por $y(x,t) = 0,02\,\text{sen}(30\pi t - 0,5\pi x)$. Halla:

a) La amplitud, la frecuencia y la velocidad de propagación.

b) La diferencia de fase entre dos puntos que distan entre sí 80 cm.

a) $y(x,t) = A\text{sen}(\omega t - kx) \Rightarrow A = 0,02 \text{ m};\ \omega = 30\pi \text{ rad s}^{-1};\ k = 0,5\pi \text{ m}^{-1}$. Por tanto:

Amplitud: A = 0,02 m

Frecuencia: $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{30\pi}{2\pi} = 15 \text{ Hz}$

Longitud de onda: $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{0,5\pi} = 4 \text{ m}$

Velocidad de propagación: $v = \lambda\nu = 4 \cdot 15 = 60 \text{ m s}^{-1}$

b) Fase del primer punto: $\varphi_1 = 30\pi t - 0,5\pi x_1$; fase del segundo punto: $\varphi_2 = 30\pi t - 0,5\pi x_2$

Diferencia de fase entre ambos: $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 0,5\pi(x_2 - x_1) = 0,5\pi \cdot 0,80 = 1,26 \text{ rad}$

6.13 Calcula la potencia con que emite un altavoz si la intensidad de onda a 10 m de distancia tiene un valor de 0,60 W m^{-2}.

Aplicando la ecuación de la intensidad: $I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow P = I \cdot 4\pi r^2 = 0{,}60 \cdot 4\pi \cdot 10^2 = 754\ W$

6.14 La potencia de un foco emisor de una onda esférica es 100 W. Calcula la intensidad de la onda a una distancia de: a) 50 cm; b) 5 m.

a) $I_1 = \frac{P}{4\pi r_1^2} = \frac{100}{4\pi \cdot 0{,}50^2} = 32\ W\ m^{-2}$

b) $I_2 = \frac{P}{4\pi r_2^2} = \frac{100}{4\pi \cdot 5^2} = 0{,}32\ W\ m^{-2}$

6.15 La mínima longitud de onda sonora que puede percibir el oído de los murciélagos es 3,4 mm. ¿Cuál es la máxima frecuencia que pueden captar estos mamíferos?

La frecuencia correspondiente a esta longitud de onda es:

$$\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{3{,}4 \cdot 10^{-3}} = 10^5\ Hz = 100\ kHz$$

6.16 ¿Por qué la velocidad de propagación del sonido es mayor en el agua que en el aire? ¿Cuál es su velocidad de propagación en el vacío? ¿Por qué?

El contacto entre las moléculas es mayor en el agua que en el aire; por ello, la propagación de las ondas mecánicas, como el sonido, es más fácil en un líquido que en un gas. En cambio, el sonido no puede propagarse en el vacío, por lo que su velocidad de propagación en este caso es nula.

6.17 Calcula la amplitud del sonido del ejercicio resuelto anterior a una distancia de 10 cm del foco emisor.

La intensidad del sonido a esa distancia es:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{20}{4\pi \cdot 0{,}10^2} = 159{,}2\ W\ m^{-2}$$

El valor de la amplitud es: $I = 2\pi^2 \rho v \nu^2 A^2 \Rightarrow 159{,}2 = 2\pi^2 \cdot 1{,}29 \cdot 340 \cdot 2000^2 A^2 \Rightarrow A = 6{,}8 \cdot 10^{-5}\ m$

6.18 ¿Puede haber sonidos graves débiles? ¿Por qué? Pon algún ejemplo.

Los sonidos graves tienen frecuencias bajas; independientemente de ello, pueden ser fuertes o débiles según su intensidad. Por ejemplo, una nota grave emitida por un instrumento musical que se encuentre a gran distancia.

6.19 Calcula el nivel de intensidad sonora producido por un vehículo que emite una onda sonora de 10^{-3} W m^{-2} de intensidad.

Aplicando la ecuación de la intensidad sonora: $\beta_{dB} = 10 \log \frac{10^{-3}}{10^{-12}} = 90\ dB$

6.20 Calcula la intensidad de una onda sonora que tiene un nivel de intensidad de 110 dB.

Aplicando la ecuación de la intensidad sonora:

$$\beta_{dB} = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 110 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-1}\ W\ m^{-2}$$

6.21 Calcula el nivel de intensidad sonora producido por un martillo idéntico al del ejercicio anterior a una distancia de 10 m.

La intensidad es I = 10^{-5} W m^{-2} a 1 m de distancia. Por tanto, la potencia con que emite el martillo es:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow P = I \cdot 4\pi r^2 = 10^{-5} \cdot 4\pi \cdot 1^2 = 4\pi \cdot 10^{-5}\ W$$

A una distancia de 10 m la intensidad de la onda sonora es:

$$I_{10} = \frac{P}{4\pi r_{10}^2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-5}}{4\pi \cdot 10^2} = 10^{-7}\ W\ m^{-2}$$

El nivel de intensidad sonora correspondiente es:

$$\beta_{dB} = 10 \log \frac{10^{-7}}{10^{-12}} = 50\ dB$$

6.22 ¿Cuál es el nivel umbral de intensidad sonora para sonidos con una frecuencia de 200 Hz? ¿Cuál es el valor de la intensidad de onda correspondiente a esta frecuencia?

A partir de la gráfica de intensidades sonoras en función de las frecuencias, resulta que el nivel umbral de intensidad sonora para sonidos de 200 Hz es aproximadamente 18 dB. El valor de la intensidad de onda correspondiente a esta frecuencia es:

$$\beta_{dB} = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 18 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 6{,}3 \cdot 10^{-11}\ W\ m^{-2}$$

6.23 Argumenta si un pulso de onda pierde energía o no por absorción del medio en el que se propaga.

Un pulso se amortigua debido a la disipación de la energía de la onda al medio, que como consecuencia aumenta de temperatura. La pérdida de intensidad del pulso de onda se traduce en una disminución de la amplitud.

6.24 ¿Por qué se dice que las ondas sonoras son ondas de presión?

Las ondas sonoras son compresiones y expansiones alternativas propagadas a través del medio; son, por tanto, ondas de presión.

6.25 En la ecuación de ondas de presión, ¿puede ser nulo el valor de *p* en algún punto del fluido?

Sí, en algunos puntos la presión puede tomar en algunos momentos el valor cero. Se corresponde con las zonas de máxima expansión del gas durante la propagación del sonido.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

PROPAGACIÓN DE LAS ONDAS MECÁNICAS

6.26 Calcula la velocidad de propagación de las ondas transversales en una cuerda de 3 m de longitud y 30 g de masa cuando sea aplica sobre ella una tensión de 30 N.

Masa por unidad de longitud:

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{0{,}030}{3} = 0{,}01\ kg\ m^{-1}$$

Velocidad de propagación:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{30}{0{,}01}} = 55\ m\ s^{-1}$$

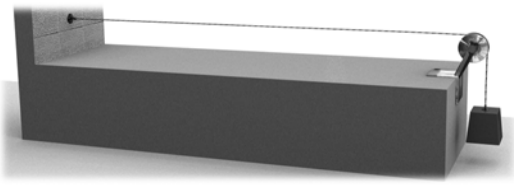
6.27 La velocidad del sonido en el aire en función de la temperatura absoluta viene dada aproximadamente por la ecuación $v = 20\sqrt{T}$, siendo *T* la temperatura del aire expresada en el SI. Halla la longitud de onda de la nota musical *do* (frecuencia: 262 Hz) cuando la temperatura del aire es 0 ºC, 20 ºC y 40 ºC.

T = 0 ºC $\Rightarrow$ T = 0 +273 = 273 K; $v = 20\sqrt{273} = 330\ \text{m s}^{-1}$. Longitud de onda: $\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{330}{262} = 1{,}26\ \text{m}$

T = 20 ºC $\Rightarrow$ T = 20 +273 = 293 K; $v = 20\sqrt{293} = 342\ \text{m s}^{-1}$; $\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{342}{262} = 1{,}31\ \text{m}$

T = 40 ºC $\Rightarrow$ T = 40 +273 = 313 K; $v = 20\sqrt{313} = 354\ \text{m s}^{-1}$; $\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{354}{262} = 1{,}35\ \text{m}$

6.28 Una cuerda de 120 cm de longitud tiene una masa de 30 gramos. Un extremo se fija a una pared y el otro se pasa por la garganta de una polea y se suspende de él una masa de 5 kg como se indica en la figura.



Calcula la velocidad de propagación de las ondas transversales en esta cuerda.

La tensión de la cuerda equilibra el peso de la masa:

$$P = mg = 5 \cdot 9{,}8 = 49\ \text{N};\ T = P = 49\ \text{N}$$

Masa por unidad de longitud de la cuerda:

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{0{,}030}{1{,}2} = 0{,}025\ \text{kg m}^{-1}$$

Velocidad de propagación de las ondas:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{49}{0{,}025}} = 44\ \text{m s}^{-1}$$

6.29 La expresión de la velocidad de propagación de las ondas longitudinales en un muelle es $v = L\sqrt{\frac{k}{m}}$, siendo *k* la constante elástica del muelle, *L* su longitud y *m* su masa. Se acopla un vibrador de 50 Hz al extremo de un muelle de 120 cm de longitud, 300 g de masa y 300 N m^{-1} de constante elástica. Calcula:

a) La velocidad de propagación de las ondas longitudinales inducidas en el muelle.

b) Su longitud de onda.

a) Sustituyendo en la ecuación de la velocidad de propagación de ondas:

$$v = L\sqrt{\frac{k}{m}} = 1{,}2\sqrt{\frac{300}{0{,}300}} = 38\ \text{m s}^{-1}$$

b) La longitud de onda será:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{38}{50} = 0{,}76\ \text{m}$$

6.30 El extremo de una cuerda tensa está acoplado a un foco vibrante que tiene un movimiento vibratorio armónico simple definido por la ecuación y = 0,03 sen 8πt, donde las distancias están expresadas en metros y el tiempo, en segundos. La cuerda, que tiene 140 cm de longitud y 18 g de masa, está sometida a una tensión de 12 N.

a) Calcula la velocidad de propagación de las onda transversales en la cuerda.

b) Halla el período, la frecuencia, la amplitud y la longitud de onda.

c) Escribe la ecuación de movimiento de un punto situado a 20 cm del foco.

a) Masa por unidad de longitud de la cuerda: $\mu = \frac{m}{L} = \frac{0{,}018}{1{,}40} = 0{,}013 \text{ kg m}^{-1}$

Velocidad de propagación de las ondas: $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{12}{0{,}013}} = 30 \text{ m s}^{-1}$

b) Comparando con y = A sen ωt:

$$\omega = 8\pi = 2\pi\nu \Rightarrow \nu = 4 \text{ Hz}$$

$$T = \nu^{-1} \Rightarrow T = \frac{1}{4} = 0{,}25 \text{ s}$$

$$A = 0{,}03 \text{ m}$$

$$\lambda = vT = 30 \cdot 0{,}25 = 7{,}5 \text{ m}$$

c) El número de onda es: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{7{,}5} = 0{,}84 \text{ m}^{-1}$

$$y(x,t) = A \text{ sen } (\omega t - kx) \Rightarrow y(x,t) = 0{,}03 \text{ sen } (8\pi t - 0{,}84x)$$

Para x = 0,20, resulta: $y(0{,}20, t) = 0{,}03 \text{ sen } (8\pi t - 0{,}17)$

CARACTERÍSTICAS DE LAS ONDAS

6.31 Se conecta un foco vibrante de 200 Hz de frecuencia al extremo de un cable y se observa que la longitud de onda es 3 m. Calcula la velocidad de propagación de la perturbación por el cable.

La velocidad de propagación es: $v = \lambda\,\nu = 3 \cdot 200 = 600 \text{ m s}^{-1}$

6.32 Halla la longitud de onda de un movimiento ondulatorio sabiendo que la distancia entre el primer vientre y el sexto nodo es 90 cm.

La distancia entre el primer vientre y el sexto nodo es igual a dos longitudes de onda completas más un cuarto de longitud de onda, es decir, 2,25 λ. Por tanto: 2,25 λ = 0,90; λ = 0,40 m

6.33 Una onda tiene una amplitud de vibración de 5 mm. Calcula la elongación en el instante t = 0,7 T de una partícula que dista x = 0,2λ del origen de la perturbación.

Sustituyendo los datos en la ecuación general de la onda, se tiene:

$$y(x,t) = A\text{sen}2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow y(x,t) = 0{,}005 \text{ sen } 2\pi\left(\frac{0{,}7T}{T} - \frac{0{,}2\lambda}{\lambda}\right) = 0{,}005 \text{ sen } 2\pi \cdot 0{,}5 = 0{,}005 \text{ sen } \pi = 0$$

6.34 Dos corchos, separados por una distancia de 60 cm, flotan en un estanque de agua y dan 150 oscilaciones completas cada minuto al ser alcanzados por una onda. Sabiendo que son crestas consecutivas, calcula la velocidad de propagación de la onda.

Frecuencia de las oscilaciones: $\nu = \frac{150 \text{ oscilaciones}}{60 \text{ s}} = 2{,}5 \text{ Hz}$

Si son dos vientres consecutivos, la distancia entre ellos es igual a una longitud de onda: λ = 0,60 m

Velocidad de propagación: $v = \lambda\,\nu = 0{,}60 \cdot 2{,}5 = 1{,}5 \text{ m s}^{-1}$

6.35 Un extremo de una cuerda tensa horizontal de 4 m de longitud tiene un movimiento oscilatorio armónico de dirección vertical. La elongación de ese extremo es 2 cm en el instante t = 0,05 s. Se ha medido que la perturbación tarda 0,8 segundos en llegar de un extremo de la cuerda al otro y que la distancia entre dos valles consecutivos es 1 m. Calcula:

a) La amplitud, la frecuencia y la longitud de onda.

b) La velocidad del extremo de la cuerda en el instante t = 1 s.

a) Si la distancia entre dos valles consecutivos es 1 m, la longitud de onda es λ = 1 m.

$$v = \frac{d}{t} = \frac{4}{0{,}8} = 5\,\text{m s}^{-1};\ \nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{5}{1} = 5\,\text{Hz};\ T = \nu^{-1} = 0{,}2\text{ s}$$

Se toma como ecuación del *mvas* del extremo de la cuerda la siguiente: $y = A \text{ sen } \omega t$

Para t = 0,05 s e y = 2 cm: $0{,}02 = A \text{ sen } (10\pi \cdot 0{,}05) \Rightarrow 0{,}02 = A \text{ sen } 0{,}5\,\pi$

De donde se deduce que la amplitud es: A = 2 cm = 0,02 m y la ecuación del *mvas* del extremo es:

$$y = 0{,}02 \text{ sen } 10\pi t$$

b) $v = \frac{dy}{dt} = 10\pi \cdot 0{,}02 \cos 10\pi t = 0{,}2\pi \cos 10\pi t \Rightarrow$ Para t = 1 s: $v = 0{,}2\pi \cos 10\pi = 0{,}2\pi = 0{,}63\,\text{m s}^{-1}$

6.36 Un tren de ondas atraviesa un punto de observación. En este punto, el tiempo transcurrido entre dos crestas consecutivas es de 0,2 s. De las afirmaciones siguientes, escoge la que sea correcta y justifica la respuesta.

a) La longitud de onda es de 5 m.

b) La frecuencia es de 5 Hz.

c) El período es de 0,4 s.

d) Ninguna de las afirmaciones anteriores es correcta.

b) El tiempo entre dos crestas consecutivas es el período: T = 0,2 s $\Rightarrow$ la frecuencia es: $\nu = T^{-1} = 5$ Hz

6.37 Una onda armónica que se propaga transversalmente por una cuerda tiene una velocidad de propagación de 12,4 m s^{-1}. Una partícula (o segmento infinitesimal) de la cuerda experimenta un desplazamiento máximo de 4,5 cm y una velocidad máxima de 9,4 m s^{-1}. Determina la longitud de onda y la frecuencia.

Elongación del segmento infinitesimal: $y = A \text{ sen } \omega t \Rightarrow$ velocidad del mismo: $v = A\omega \cos \omega t$

La amplitud es la elongación máxima: A = 0,045 m. Por tanto:

Velocidad máxima: $v_{máx} = A\omega = A \cdot 2\pi\nu \Rightarrow 9{,}4 = 0{,}045 \cdot 2\pi\nu \Rightarrow \nu = 33\,\text{Hz}$

La longitud de onda es: $\lambda = \frac{v_{propag}}{\nu} = \frac{12{,}4}{33} = 0{,}38\,\text{m} = 38\,\text{cm}$

6.38 Argumenta si las siguientes afirmaciones son correctas o no.

a) La longitud de onda es igual al producto de la velocidad de propagación por la frecuencia.

b) La longitud de onda es directamente proporcional al valor de la amplitud de onda.

c) El número de onda es igual al número de longitudes de onda que caben en un metro.

d) El desfase entre dos puntos que distan entre sí media longitud de onda es nulo.

a) Falsa. La longitud de onda es el producto de la velocidad de propagación por el período.

b) Falsa. La longitud de onda no está relacionada con el valor de la amplitud de onda.

c) Falsa: $k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{k}{2\pi}$. Por tanto, no es $k = \frac{1}{\lambda}$.

d) Falsa. Si dos puntos distan entre sí media longitud de onda, su desfase es π rad.

FUNCIÓN DE ONDA

6.39 Una onda transversal tiene las siguientes características: amplitud, 2 mm; frecuencia, 100 Hz; velocidad de propagación, 100 m s^{-1}. Escribe su ecuación de onda expresando las unidades en el SI.

Pulsación o frecuencia angular: $\omega = 2\pi\nu = 2\pi \cdot 100 = 200\pi \, \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$

Amplitud: A = 2 mm = 0,002 m Longitud de onda: $\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{100}{100} = 1$ m N.º onda: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi \, \text{m}^{-1}$

Ecuación de onda: $y = A\text{sen}(\omega t - kx) \Rightarrow y = 0{,}002 \text{ sen } (200\pi t - 2\pi x)$

6.40 a) Escribe la ecuación de una onda que se propaga en una cuerda (en sentido negativo del eje *x*) y que tiene las siguientes características: 0,5 m de amplitud, 250 Hz de frecuencia, 200 m s^{-1} de velocidad de propagación y la elongación inicial en el origen es nula.

b) Determina la máxima velocidad transversal de un punto de la cuerda.

a) Pulsación o frecuencia angular: $\omega = 2\pi\nu = 2\pi \cdot 250 = 500\pi$ rad s^{-1}

Longitud de onda: $\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{200}{250} = 0{,}8 \, \text{m}$ Número de onda: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0{,}8} = 2{,}5\pi \, \text{m}^{-1}$

Ecuación de onda: $y = A \text{ sen } (\omega t + kx) \Rightarrow y = 0{,}5 \text{ sen } (500\pi t + 2{,}5\pi x)$

El signo "**+**" indica que la onda se propaga en sentido negativo del eje *x*.

b) $v = \frac{dy}{dt} = 500\pi \cdot 0{,}5 \cos(500\pi t + 2{,}5\pi x) = 250\pi \cos(500\pi t + 2{,}5\pi x)$

La velocidad máxima es: $v_{máx} = 250\pi = 785 \, \text{m s}^{-1}$

6.41 Una onda armónica de frecuencia 100 Hz y 0,5 m de amplitud se propaga con una velocidad de 10 m s^{-1} en el sentido positivo del eje *x*. En el instante inicial (t = 0 s) y en el origen (x = 0 m) la elongación es y = + 0,5 m. Halla:

a) La ecuación de onda.

b) La diferencia de fase entre dos puntos separados 0,2 m.

c) La velocidad y aceleración máximas de un punto del medio.

a) Pulsación o frecuencia angular: $\omega = 2\pi\nu = 2\pi \cdot 100 = 200\pi \, \text{rad s}^{-1}$. Amplitud: A = 0,5 m

Longitud de onda: $\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{10}{100} = 0{,}1$ m Número de onda: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0{,}1} = 20\pi \, \text{m}^{-1}$

En este caso se desconoce el desfase inicial φ_0. La ecuación de onda es:

$$y = A \text{ sen } (\omega t - kx + \varphi_0) \Rightarrow y = 0{,}5 \text{ sen } (200\pi t - 20\pi x + \varphi_0)$$

Para t = 0 s y x = 0 m, se tiene: $y(0{,}0) = 0{,}5 = 0{,}5 \text{ sen } \varphi_0 \Rightarrow \text{sen } \varphi_0 = 1 \Rightarrow \varphi_0 = 0{,}5\pi$ rad

Por tanto: $y = 0{,}5 \text{ sen } (200\pi t - 20\pi x + 0{,}5\pi)$

b) $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (200\pi t - 20\pi x_2 + 0{,}5\pi) - (200\pi t - 20\pi x_1 + 0{,}5\pi) = 20\pi(x_1 - x_2) = 20\pi \cdot \Delta x$

$$\Delta\varphi = 20\pi \cdot 0{,}2 = 4\pi \text{ rad}$$

c) $v = \frac{dy}{dt} = 200\pi \cdot 0{,}5 \cos(200\pi t - 20\pi x + 0{,}5\pi) = 100\pi \cos(200\pi t - 20\pi x + 0{,}5\pi)$

La velocidad máxima es: $v_{máx} = 100\pi = 314 \, \text{m s}^{-1}$

La aceleración es la derivada de la velocidad:

$$a = \frac{dv}{dt} = -200^2\pi^2 \cdot 0{,}5\text{sen}(200\pi t - 20\pi x + 0{,}5\pi) = -20000 \, \pi^2 \text{ sen } (200\pi t - 20\pi x + 0{,}5\pi)$$

El valor absoluto máximo de la aceleración es: $a_{máx} = 20000\pi^2 = 2{,}0 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-2}$

6.42 A una playa llegan 15 olas por minuto y se observa que tardan 5 minutos en llegar desde un barco anclado en el mar a 600 m de la playa.

a) Tomando como origen de coordenadas un punto de la playa, escribe la ecuación de onda, en el sistema internacional de unidades, si la amplitud de las olas es de 50 cm.

b) Si sobre el agua a una distancia de 300 m de la playa existe una boya, que sube y baja según pasan las olas, calcula su velocidad en cualquier instante de tiempo. ¿Cuál es su velocidad máxima?

a) Si llegan 15 olas por minuto, la frecuencia es: $\nu = \dfrac{15}{60} = 0{,}25\,\text{Hz}$

La pulsación o frecuencia angular: $\omega = 2\pi\nu = 2\pi \cdot 0{,}25 = 0{,}5\pi\,\text{rad s}^{-1}$

La velocidad de propagación es: $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{600}{5 \cdot 60} = 2\ \text{m s}^{-1}$

Longitud de onda: $\lambda = \dfrac{v}{\nu} = \dfrac{2}{0{,}25} = 8\,\text{m}$. Número de onda: $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \dfrac{2\pi}{8} = 0{,}25\pi\ \text{m}^{-1}$

Ecuación de onda: $y = A\,\text{sen}(\omega t + kx) \Rightarrow y = 0{,}5\,\text{sen}(0{,}5\pi t + 0{,}25\pi x)$

b) $v = \dfrac{dy}{dt} = 0{,}5\pi \cdot 0{,}5\cos(0{,}5\pi t + 0{,}25\pi x) \Rightarrow v(300, t) = 0{,}25\pi\cos(0{,}5\pi t + 75\pi)$

La velocidad máxima es: $v_{máx} = 0{,}25\pi = 0{,}79\ \text{m s}^{-1}$

6.43 La ecuación de una onda es ξ = 0,02 cos (4πx – 2πt), estando ξ y *x* expresadas en metros y *t* en segundos.

a) Halla la amplitud, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación.

b) Halla la fase inicial.

c) Calcula la elongación del punto x = 0,25 m en el instante t = 0,5 s.

a) Como $\cos\alpha = \cos(-\alpha)$ y $\cos\alpha = \text{sen}\left(\alpha + \dfrac{\pi}{2}\right)$,

$$\xi = 0{,}02\cos(4\pi x - 2\pi t) = 0{,}02\cos(2\pi t - 4\pi x) = 0{,}02\,\text{sen}\left(2\pi t - 4\pi x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$A = 0{,}02$ m; $\omega = 2\pi\ \text{rad s}^{-1}$, $k = 4\pi\ \text{m}^{-1}$; $\varphi_0 = \pi/2$

Amplitud: A = 0,02 m

Frecuencia: $\nu = \dfrac{\omega}{2\pi} = \dfrac{2\pi}{2\pi} = 1$ Hz

Longitud de onda: $\lambda = \dfrac{2\pi}{k} = \dfrac{2\pi}{4\pi} = 0{,}5\,\text{m}$

Velocidad de propagación: $v = \lambda\nu = 0{,}5 \cdot 1 = 0{,}5\ \text{m s}^{-1}$

b) $\varphi_0 = \pi/2\,\text{rad}$

c) $\xi(0{,}25;\,0{,}5) = 0{,}02\cos(4\pi \cdot 0{,}25 - 2\pi \cdot 0{,}5) = 0{,}02\ \text{m}$

6.44 Una onda transversal en una cuerda está descrita por la función y = 0,12 sen (πx/8 + 4πt) (expresada en unidades del SI). Determina la aceleración y la velocidad transversales en t = 0,2 s para un punto de la cuerda situado en x = 1,6 m.

La velocidad transversal es la derivada de la elongación:

$$v = \frac{dy}{dt} = 4\pi \cdot 0{,}12\cos\left(\frac{\pi x}{8} + 4\pi t\right) = 0{,}48\pi\cos\left(\frac{\pi x}{8} + 4\pi t\right)$$

Para t = 0,2 s y x = 1,6 m: $v = 0{,}48\pi\cos(0{,}2\pi + 0{,}8\pi) = 0{,}48\pi\cos\pi = -1{,}51$. Su módulo es: 1,51 m s^{-1}

La aceleración es la derivada de la velocidad: $a = \dfrac{dv}{dt} = -4\pi^2 \cdot 0{,}48\ \text{sen}\left(\dfrac{\pi x}{8} + 4\pi t\right) = -1{,}92\pi^2\ \text{sen}\left(\dfrac{\pi x}{8} + 4\pi t\right)$

Para t = 0,2 s y x = 1,6 m, se tiene: $\text{sen}\,(0{,}2\pi + 0{,}8\pi) = \text{sen}\,\pi = 0$. Por tanto, la aceleración es nula: a = 0

6.45 Una onda armónica transversal se propaga hacia la derecha con una velocidad de propagación de 600 m s^{-1}, una longitud de onda de 6 m y una amplitud de 2 m. En el instante inicial (t = 0 s) y en el origen la elongación de la onda es nula.

a) Escribe la ecuación de la onda.

b) Calcula la velocidad máxima de vibración.

c) Calcula el tiempo necesario para que un punto a 12 m del origen alcance por primera vez la velocidad máxima de vibración.

a) Frecuencia: $\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{600}{6} = 100\,\text{Hz}$

Frecuencia angular: $\omega = 2\pi\nu = 2\pi \cdot 100 = 200\pi$ rad s^{-1}

Número de onda: $k = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3} = 0{,}33\pi\ \text{m}^{-1}$

Ecuación de onda: $y = A\ \text{sen}\ (\omega t - kx) \Rightarrow y = 2\ \text{sen}\ (200\pi t - 0{,}33\pi x)$

b) $v = \frac{dy}{dt} = 200\pi \cdot 2\cos(200\pi t - 0{,}33\pi x) = 400\pi\cos(200\pi t - 0{,}33\pi x)$

La velocidad máxima es: $v_{máx} = 400\pi = 1260\ \text{m s}^{-1}$

c) Un punto alcanza la velocidad máxima de vibración por primera vez cuando inicia su movimiento de vibración. Es decir, es el tiempo que tarda la perturbación en alcanzar ese punto. Por tanto:

$$t = \frac{d}{v} = \frac{12}{600} = 0{,}020\ \text{s}$$

6.46 Tres ondas armónicas están expresadas por las siguientes ecuaciones respectivamente:

1) $\xi(x,t) = 6\ \text{sen}\ (0{,}5t - 0{,}2x)$

2) $\xi(x,t) = 6\ \text{sen}\ (0{,}2x - 0{,}5t)$

3) $\xi(x,t) = 6\cos\ (0{,}2x - 0{,}5t)$

donde las longitudes están expresadas en centímetros y los tiempos, en segundos.

a) Calcula la amplitud, la frecuencia y la velocidad de propagación de estas ondas.

b) Calcula la fase inicial de cada una.

a) Las ecuaciones anteriores expresadas en la forma $\xi = \xi_0\text{sen}(\omega t - kx + \varphi_0)$ son:

1) $\xi = 6\ \text{sen}\ (0{,}5t - 0{,}2x)$

2) $\xi = 6\ \text{sen}\ (0{,}5t - 0{,}2x + \pi)$

3) $\xi = 6\cos(0{,}2x - 0{,}5t) = 6\cos(0{,}5t - 0{,}2x) = 6\ \text{sen}\ (0{,}5t - 0{,}2x + 0{,}5\pi)$

Para las tres ondas armónicas:

Amplitud: A = 6 cm

Frecuencia: $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{0{,}5}{2\pi} = 0{,}08\,\text{Hz}$

Longitud de onda: $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{0{,}2} = 10\pi\,\text{cm}$

Velocidad de propagación: $v = \lambda\nu = 10\pi \cdot \frac{0{,}5}{2\pi} = 2{,}5\ \text{cm s}^{-1}$

b) Fases iniciales (en radianes): $\varphi_{01} = 0$; $\varphi_{02} = \pi$ rad; $\varphi_{03} = 0{,}5\pi$ rad

6.47 Comprueba que las siguientes expresiones de la función de onda son correctas:

$$\xi(x,t) = A\,\text{sen}\,k(vt - x)$$

$$\xi(x,t) = A\,\text{sen}\,2\pi\left(\nu t - \frac{x}{\lambda}\right)$$

$$\xi(x,t) = A\,\text{sen}\,kv\left(t - \frac{x}{v}\right)$$

$$\xi(x,t) = A\,\text{sen}\,(2\pi\nu t - kx)$$

$$\xi(x,t) = A\,\text{sen}\,\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)$$

siendo *A* la amplitud, *ν* la frecuencia, *λ* la longitud de onda, *v* la velocidad de propagación y *k* el número de ondas.

Debe tenerse en cuenta que: $\omega = 2\pi\nu = 2\pi\frac{1}{T} = 2\pi\frac{v}{\lambda} = kv$

1) $\xi(x,t) = A\,\text{sen}\,k(vt - x) = A\,\text{sen}\,(kvt - kx) = A\,\text{sen}\,(\omega t - kx)$. Es correcta.

2) $\xi(x,t) = A\,\text{sen}\,2\pi\left(\nu t - \frac{x}{\lambda}\right) = A\,\text{sen}\left(2\pi\nu t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) = A\,\text{sen}\,(\omega t - kx)$. Es correcta.

3) $\xi(x,t) = A\,\text{sen}\,kv\left(t - \frac{x}{v}\right) = A\,\text{sen}\left(kvt - kv\frac{x}{v}\right) = A\,\text{sen}\,(\omega t - kx)$. Es correcta.

4) $\xi(x,t) = A\,\text{sen}\,(2\pi\nu t - kx) = A\text{sen}(\omega t - kx)$. Es correcta.

5) $\xi(x,t) = A\,\text{sen}\,\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) = A\,\text{sen}\left(\omega t - \frac{\omega x}{v}\right) = A\,\text{sen}\,(\omega t - kx)$. Es correcta.

ASPECTOS ENERGÉTICOS DE LAS ONDAS

6.48 Un observador se encuentra a 2 m de distancia de un altavoz. Calcula a qué distancia debe situarse para que la intensidad de la onda que le alcance sea:

a) El doble que la inicial.

b) La mitad.

a) Si a una distancia r_1, la intensidad es I_1, y a una distancia r_2, es I_2, se tiene:

$$P = 4\pi r_1^2 I_1 = 4\pi r_2^2 I_2 \Rightarrow r_2 = r_1\sqrt{\frac{I_1}{I_2}} \Rightarrow I_2 = 2I_1 \Rightarrow r_2 = 2\sqrt{\frac{I_1}{2I_1}} = 2\sqrt{\frac{1}{2}} = 1{,}41\text{ m}$$

b) Análogamente: $I_2 = \frac{1}{2}I_1 \Rightarrow r_2 = 2\sqrt{\frac{I_1}{0{,}5I_1}} = 2\sqrt{2} = 2{,}82\text{ m}$

6.49 Un foco emisor de 20 W genera ondas en todas las direcciones del espacio. Calcula la intensidad de las ondas a una distancia del foco de:

a) 10 cm

b) 10 m

a) $I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{20}{4\pi \cdot 0{,}10^2} = 160\text{ W m}^{-2}$

b) $I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{20}{4\pi \cdot 10^2} = 1{,}6 \cdot 10^{-2}\text{ W m}^{-2}$

6.50 Dos silbatos emiten con potencias de 0,1 W y 0,8 W, respectivamente, un sonido de 600 Hz de frecuencia en todas las direcciones de un medio homogéneo. Un punto *P* se encuentra a 15 m del primero y 30 m del segundo, de forma que no se encuentran alineados los pitos con el punto.

Calcula las amplitudes de las perturbaciones generadas independientemente por cada silbato en el punto *P*.

Datos. Velocidad del sonido: 340 m s^{-1}; densidad del aire: 1,293 kg m^{-3}

Intensidad del primer silbato: $I_1 = \dfrac{P_1}{4\pi r_1^2} = \dfrac{0{,}1}{4\pi \cdot 15^2} = 3{,}6 \cdot 10^{-5}\ \text{W m}^{-2}$

Amplitud: $I_1 = 2\pi^2 \rho v \nu^2 A_1^2 \Rightarrow 3{,}6 \cdot 10^{-5} = 2\pi^2 \cdot 1{,}293 \cdot 340 \cdot 600^2 A_1^2 \Rightarrow A_1 = 1{,}06 \cdot 10^{-7}\,\text{m}$

Análogamente, para el segundo silbato: $I_2 = \dfrac{P_1}{4\pi r_2^2} = \dfrac{0{,}8}{4\pi \cdot 30^2} = 7{,}1 \cdot 10^{-5}\ \text{W m}^{-2}$

$$7{,}1 \cdot 10^{-5} = 2\pi^2 \cdot 1{,}293 \cdot 340 \cdot 600^2 A_2^2 \Rightarrow A_2 = 1{,}51 \cdot 10^{-7}\ \text{m}$$

6.51 Una onda plana que se propaga por un medio absorbente reduce su intensidad a la mitad después de recorrer 4 m en el medio. Calcula:

a) El coeficiente de absorción del medio.

b) Cuánto se reducirá la intensidad de la onda después de recorrer 10 m.

a) $I = I_0 e^{-2\alpha x} \Rightarrow 0{,}5 I_0 = I_0 e^{-8\alpha} \Rightarrow \ln 0{,}5 = -8\alpha \Rightarrow \alpha = 0{,}087\,\text{m}^{-1}$

b) $I = I_0 e^{-2\alpha x} \Rightarrow I = I_0 e^{-2 \cdot 0{,}087 \cdot 10} \Rightarrow I = 0{,}18\ I_0 \Rightarrow$ La intensidad se ha reducido al 18% de su valor inicial.

6.52 El coeficiente de absorción de un material absorbente es 7 m^{-1}. Calcula qué espesor debe tener el revestimiento con este material de una habitación insonorizada para que la intensidad se reduzca a la quinta parte. ¿En qué factor se ha reducido la amplitud de la onda?

$$I = I_0 e^{-2\alpha x} \Rightarrow \frac{1}{5} I_0 = I_0 e^{-2 \cdot 7x} \Rightarrow 0{,}2 I_0 = I_0 e^{-14x} \Rightarrow \ln 0{,}2 = -14x \Rightarrow x = 0{,}115\,\text{m} = 11{,}5\,\text{cm}$$

La intensidad es proporcional al cuadrado de la amplitud. Por tanto: $A^2 \propto I \Rightarrow A \propto \sqrt{I}$. Si la intensidad se ha reducido 0,2, la amplitud se habrá reducido en un factor de $\sqrt{0{,}2} = 0{,}45$. La amplitud final es 0,45 veces la amplitud inicial.

EL SONIDO

6.53 La tabla siguiente incluye la velocidad del sonido en diversas sustancias.

Sustancia	Velocidad del sonido (m s^{-1})
Hierro	**5130**
Cobre	**3750**
Agua	**1493**
Aire a 0 ºC	**331**
Hidrógeno (0 ºC)	**1270**

Halla la longitud de onda de la nota musical de 262 Hz en cada una de las sustancias de la tabla.

Si *v* es la velocidad de propagación, la longitud de onda es: $\lambda = \dfrac{v}{\nu} = \dfrac{v}{262}$

Para el hierro: $\lambda = \dfrac{v}{262} = \dfrac{5130}{262} = 19{,}6\,\text{m}$

Análogamente: cobre, 14,3 m; agua, 5,70 m; aire (0 ºC), 1,26 m; hidrógeno (0 ºC), 4,85 m

6.54 Discute razonadamente si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: “Una explosión gigantesca que tuviera lugar en la Luna se oiría en la Tierra con una intensidad muy pequeña porque la distancia Tierra-Luna es muy grande”.

El espacio entre la Luna y la Tierra está prácticamente vacío, por lo que no se propaga el sonido por él. En consecuencia, una explosión gigantesca que tuviera lugar en la Luna no se oiría en la Tierra.

6.55 La función de un diapasón es generar una onda sonora unidimensional de 440 Hz de frecuencia y 10 mm de amplitud que viaja en dirección radial desde el foco emisor. La velocidad de propagación del sonido en el aire en las condiciones del experimento es 330 m s^{-1}. Determina:

a) La ecuación del movimiento de la onda generada.

b) El desfase en la vibración de dos puntos separados 1,875 m en un mismo instante.

c) La máxima velocidad de vibración (en unidades del SI) de una molécula de oxígeno del aire que transmite la onda y que se encuentra a 1 m del diapasón.

a) Pulsación: $\omega = 2\pi\nu = 2\pi \cdot 440 = 880\pi$ rad s^{-1}

Amplitud: A = 10 mm = 0,010 m

Longitud de onda: $\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{330}{440} = 0{,}75\ \text{m}$

Número de onda: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0{,}75} = 2{,}7\pi$

Ecuación de onda: $y = A\ \text{sen}\ (\omega t - kx) \Rightarrow y = 0{,}01\ \text{sen}\ (880\pi t - 2{,}7\pi x)$

b) $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (880\pi t - 2{,}7\pi x_2) - (880\pi t - 2{,}7\pi x_1) = 2{,}7\pi(x_1 - x_2) = 2{,}7\pi \cdot \Delta x = 2{,}7\pi \cdot 1{,}875 = 5\pi\ \text{rad}$

El desfase entre ambos puntos es π rad (que equivale a $5\pi - 2 \cdot 2\pi$).

c) La velocidad de la onda es:

$$v = \frac{dy}{dt} = 0{,}01 \cdot 880\pi\ \cos\ (880\pi t - 2{,}7\pi x) = 27{,}7\ \cos(880\pi t - 2{,}7\pi x)$$

La velocidad máxima es: $v_{máx}$ = 27,7 m s^{-1}

6.56 Calcula hasta qué distancia es audible un altavoz que emite con una potencia de 2 W y una frecuencia de 1000 Hz.

La frecuencia umbral a 1000 Hz es 0 dB, que corresponde a una intensidad de 10^{-12} W m^{-2}. Por tanto:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow 10^{-12} = \frac{2}{4\pi r^2} \Rightarrow r = 400\ \text{km}$$

6.57 Una motocicleta emite ruido con una potencia de 15 W. Calcula el nivel de intensidad sonora a una distancia de: a) 1 m, b) 5 m, c) 10 m.

a) Intensidad a 1 m:

$$I_1 = \frac{P}{4\pi r_1^2} = \frac{15}{4\pi \cdot 1^2} = 1{,}19\ \text{W m}^{-2}$$

Nivel de intensidad sonora:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} = 10 \log \frac{1{,}19}{10^{-12}} = 121\ \text{dB}$$

b) Para r_2 = 5 m; I_2 = 0,048 W m^{-2}; β = 107 dB

c) Para r_3 = 10 m; I_3 = 0,012 W m^{-2}; β = 101 dB

6.58 Una onda sonora armónica tiene 10 kHz de frecuencia y 400 Å de amplitud.

a) Calcula su longitud de onda.

b) Escribe la ecuación de onda de este sonido.

a) $\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{340}{10 \cdot 10^3} = 0{,}034$ m

b) Pulsación: $\omega = 2\pi\nu = 20\,000\pi$ rad s^{-1}

Amplitud: A = 400 Å

Número onda: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0{,}034} = 185\ \text{m}^{-1}$

Ecuación de onda: $y = A\text{sen}(\omega t - kx) \Rightarrow y = 4 \cdot 10^{-8}\ \text{sen}\,(20\,000\pi t - 185x)$ (x en m, y en Å)

6.59 Argumenta si las siguientes afirmaciones son correctas o no.

a) La amplitud de una onda sonora es directamente proporcional a su intensidad.

b) El tono de un sonido está relacionado con la amplitud de onda.

c) El umbral de audición de los sonidos depende de su frecuencia.

a) No es correcta. La intensidad de una onda es proporcional al cuadrado de la amplitud.

b) No es correcta. El tono de un sonido está relacionado con la frecuencia.

c) Es correcta. El umbral de audición de los diferentes sonidos depende del valor de sus frecuencias respectivas, de hecho, algunas frecuencias no son audibles.

6.60 La intensidad de una onda sonora es 3 · 10^{-8} W m^{-2}. Después de atravesar una pared de 15 cm de espesor, su intensidad se reduce a la mitad. Halla:

a) El coeficiente de absorción de la pared para esa onda sonora.

d) El espesor necesario de pared para reducir el valor de la intensidad de la onda sonora a 10^{-8} W m^{-2}.

a) $I = I_0 e^{-2\alpha x} \Rightarrow 0{,}5 I_0 = I_0 e^{-2\alpha \cdot 0{,}15} \Rightarrow 0{,}5 = e^{-0{,}3\alpha} \Rightarrow \ln 0{,}5 = -0{,}3\alpha \Rightarrow \alpha = 2{,}3\ \text{m}^{-1}$

b) $I = I_0 e^{-2\alpha x} \Rightarrow 10^{-8} = 3 \cdot 10^{-8} e^{-2 \cdot 2{,}3x} \Rightarrow 1 = 3e^{-4{,}6x} \Rightarrow x = 0{,}24\ \text{m} = 24\ \text{cm}$

6.61 Un foco sonoro emite energía uniformemente en todas las direcciones del espacio con una potencia de 100 W y una frecuencia de 10 kHz. Calcula para una distancia de 10 m del foco:

a) La intensidad de la onda sonora.

b) El valor de la amplitud de la onda (densidad del aire, ρ = 1,293 kg m^{-3}).

c) El nivel de intensidad sonora.

a) Intensidad de la onda:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{100}{4\pi \cdot 10^2} = 0{,}080\ \text{W m}^{-2}$$

b) Amplitud:

$$I = 2\pi^2 \rho v \nu^2 A^2 \Rightarrow 0{,}080 = 2\pi^2 \cdot 1{,}293 \cdot 340 \cdot (10^4)^2 A^2 \Rightarrow A = 3{,}0 \cdot 10^{-7}\ \text{m}$$

c) Nivel de intensidad sonora:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} = 10 \log \frac{0{,}080}{10^{-12}} = 109\ \text{dB}$$

6.62 Investiga en internet sobre las fuentes de la contaminación acústica: www.e-sm.net/f2bach32. ¿Cuáles son las principales causas del ruido urbano? ¿Qué soluciones se pueden adoptar para disminuirlo?

Las principales causas del ruido urbano son el parque automovilístico, las actividades industriales, las obras públicas y la construcción, los servicios de limpieza y recogida de basuras, las sirenas y alarmas, y las actividades lúdicas y recreativas.

Las soluciones que se pueden adoptar para disminuirlo son la limitación de la velocidad media de tráfico, el buen mantenimiento de los vehículos y la instalación de pantallas acústicas.

PROBLEMA DE SÍNTESIS

6.63 Se ha medido que el nivel de intensidad sonora producido por un altavoz que emite con una frecuencia de 10 kHz es 100 dB a una distancia de 1 m. Se ha instalado una pantalla aislante de 8 cm de espesor a 10 m de distancia del altavoz y se ha medido que el nivel de intensidad sonora es 60 dB inmediatamente detrás de la pantalla.

a) ¿Cuál es la longitud de onda del sonido generado por el altavoz?

b) ¿Cuál es la distancia mínima entre dos puntos en oposición de fase?

c) ¿Cuál es la intensidad de la onda sonora a 1 m del altavoz? ¿Y la amplitud?

d) ¿Con qué potencia emite ondas sonoras el altavoz?

e) ¿Cuál sería el nivel de intensidad sonora inmediatamente delante de la pantalla acústica?

f) ¿Cuál es la intensidad de la onda sonora inmediatamente detrás de la pantalla? ¿Y la amplitud?

g) ¿Cuál es el coeficiente de absorción del material con que está fabricada la pantalla?

h) ¿Qué espesor debería tener la pantalla para reducir el nivel de intensidad sonora a 40 dB?

Datos. Velocidad del sonido: 340 m s^{-1}; densidad del aire: 1,293 kg m^{-3}

a) $\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{340}{10 \cdot 10^3} = 0{,}034\ \text{m}$

b) La distancia mínima entre dos puntos en oposición de fase es media longitud de onda:

d = 0,017 m

c) Intensidad de la onda:

$$\beta = 10\log\frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 100 = 10\log\frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-2}\ \text{W m}^{-2}$$

Amplitud:

$$I = 2\pi^2\rho v \nu^2 A^2 \Rightarrow 10^{-2} = 2\pi^2 \cdot 1{,}293 \cdot 340 \cdot (10^4)^2 A^2 \Rightarrow A = 1{,}07 \cdot 10^{-7}\ \text{m}$$

d) $P = I \cdot 4\pi r^2 = 10^{-2} \cdot 4\pi \cdot 1^2 = 0{,}13\ \text{W}$

e) La intensidad de la onda sonora a una distancia de 10 m es:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{0{,}13}{4\pi \cdot 10^2} = 10^{-4}\ \text{W m}^{-2}$$

El correspondiente nivel de intensidad sonora es:

$$\beta = 10\log\frac{I}{10^{-12}} = 10\log\frac{10^{-4}}{10^{-12}} = 80\ \text{dB}$$

f) La intensidad de la onda detrás de la pantalla (60 dB) es:

$$\beta = 10\log\frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 60 = 10\log\frac{I}{10^{-12}} \Longrightarrow I = 10^{-6}\,\mathrm{W\ m^{-2}}$$

La correspondiente amplitud es:

$$10^{-6} = 2\pi^2 \cdot 1{,}293 \cdot 340 \cdot (10^4)^2 A^2 \Rightarrow A = 1{,}07 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}$$

g) El nivel de intensidad es 10^{-6} detrás de la pantalla (de 0,08 m de espesor) y 10^{-4} delante de ella:

$$I = I_0 e^{-2\alpha x} \Rightarrow 10^{-6} = 10^{-4} e^{-2\alpha \cdot 0{,}08}$$

$$10^{-2} = e^{-0{,}16\alpha} \Rightarrow \ln 10^{-2} = -0{,}16\alpha$$

$$\alpha = 28{,}8\,\mathrm{m^{-1}}$$

h) La intensidad de la onda tras atravesar la pantalla es:

$$\beta = 10\log\frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 40 = 10\log\frac{I}{10^{-12}}$$

$$I = 10^{-8}\ \mathrm{W\ m^{-2}}$$

El espesor necesario sería:

$$I = I_0 e^{-2\alpha x} \Rightarrow 10^{-8} = 10^{-4} e^{-2\cdot 28{,}8x} \Rightarrow 10^{-4} = e^{-57{,}6x} \Rightarrow x = 0{,}16\ \mathrm{m} = 16\ \mathrm{cm}$$