PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2013

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 7: CONTRASTE DE HIPÓTESIS

- Reserva 1, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 4, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 4, Opción A

Un director sanitario sostiene que el índice de Masa Corporal (IMC) media de los adolescentes de su distrito no supera el nivel 25 (sobrepeso). Para contrastar su afirmación toma una muestra aleatoria de 225 adolescentes que da como resultado un IMC medio de 26. Sabiendo que el IMC sigue una distribución Normal con desviación típica 5 discuta, mediante un contraste de hipótesis con $H_0 : \mu \leq 25$, si la afirmación del director sanitario es correcta, con un nivel de significación del 5%.
SOCIALES II. 2013 RESERVA 1. EJERCICIO 4 OPCIÓN A

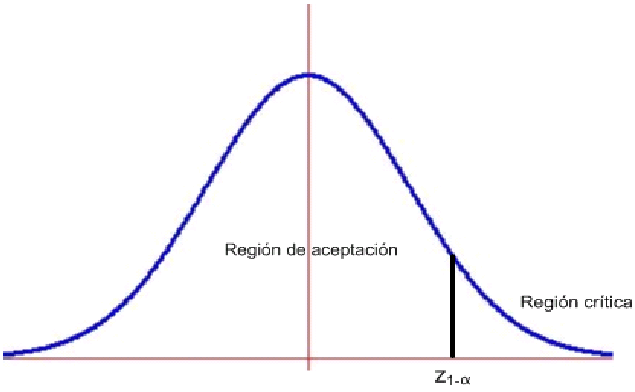
R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Formulamos la hipótesis nula y la alternativa.

Hipótesis nula $H_0 : \mu \leq 25$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu > 25$, la cual nos indica la dirección del contraste, es decir, la región crítica está a la derecha del punto crítico $z_{1-\alpha}$

Etapa 2: Calculamos el punto o puntos críticos que nos darán las regiones críticas y de aceptación.

Para el nivel de significación de $\alpha = 5\% = 0'05 \Rightarrow 1-\alpha = 0'95 \Rightarrow \textit{valor crítico } z_{1-\alpha} = 1'645$



Etapa 3 y 4: Ponemos el estadístico del contraste y calculamos el valor observado.

Estadístico: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

Valor observado: $z_0 = \dfrac{\overline{X} - \mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \dfrac{26-25}{\dfrac{5}{\sqrt{225}}} = 3$

Etapa 5: Comparamos el valor observado con el punto crítico para tomar la decisión adecuada.

El valor observado $Z_0 = 3$, está a la derecha del punto crítico 1'645, por lo tanto, estamos en la zona de rechazo. Luego, rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alternativa.

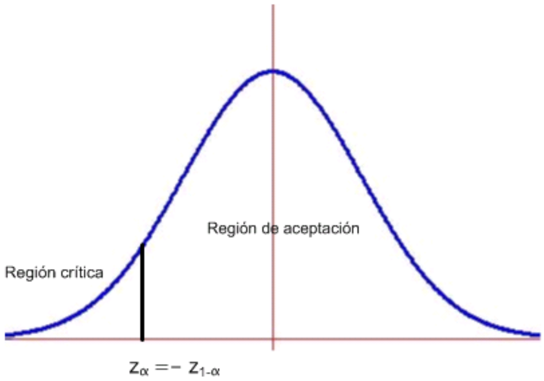
Por lo tanto, con una probabilidad de equivocarnos del 5%, la afirmación del director no es correcta.

Los representantes de un partido político creen que la proporción de sus votantes será al menos del 35%. Para confirmarlo eligen una muestra al azar de 1200 votantes y obtienen que 336 de ellos son partidarios de votarles. Mediante un contraste de hipótesis, con $H_0 : p \geq 0.35$, y a un nivel de significación del 0.01, ¿se puede admitir como cierta la creencia de los representantes del partido político?
SOCIALES II. 2013 RESERVA 3. EJERCICIO 4. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : p \geq 0'35$; Hipótesis alternativa $H_1 : p < 0'35$ La región crítica está a la izquierda.

Etapa 2: El nivel de significación es $\alpha = 0'01 \Rightarrow 1-\alpha = 0'99$, que corresponde a $z_{1-\alpha} = 2'33$, con lo cual el valor crítico es $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -2'33$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 \cdot (1-p_0)}{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba es: $z_0 = \dfrac{\dfrac{336}{1200} - 0'35}{\sqrt{\dfrac{0'35 \cdot 0'65}{1200}}} = -5'084$

Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -5'084$ es menor que el valor crítico $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -2'33$, vemos que se encuentra en la zona de rechazo o región critica. Por lo tanto, rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alternativa. Con lo cual, con una probabilidad de equivocarnos del 1%, afirmamos que menos del 35% votaran a dicho partido político.

En una bodega utilizan una maquina que debe envasar el vino en botellas con un contenido de 750 ml. Para comprobar si esa máquina funciona correctamente, se toma una muestra de 36 botellas y se observa que el contenido medio de las mismas es de 748 ml. Suponiendo que la variable "contenido" sigue una distribución Normal con varianza 25, analice mediante un contraste de hipótesis bilateral ($H_0 : \mu = 750$) si se puede aceptar, con un nivel de significación de 0.05, que la maquina envasadora funciona correctamente.
SOCIALES II. 2013 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 4 OPCIÓN A

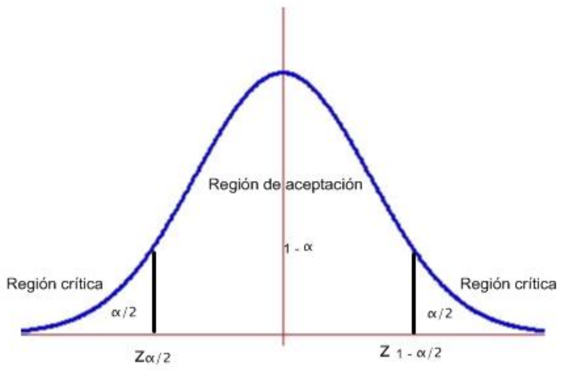
R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : \mu = 750$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu \neq 750$.

Etapa 2: La prueba es bilateral y para un nivel de significación

$$\alpha = 0'05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'025 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

luego, los valores críticos son: $z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1'96$ y $z_{\frac{\alpha}{2}} = -z_{1-\frac{\alpha}{2}} = -1'96$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba es: $z_0 = \dfrac{748 - 750}{\dfrac{5}{\sqrt{36}}} = -2'4$

Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -2'4$ es menor que el valor crítico $z_{\frac{\alpha}{2}} = -z_{1-\frac{\alpha}{2}} = -1'96$, vemos que se encuentra en la zona de rechazo o región crítica. Por lo tanto, rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alternativa. Es decir, la máquina envasadora no funciona correctamente, pues al estar en la zona de rechazo envasa menos de 750 ml al nivel de significación 0’05, pudiendo haber cometido un error del tipo I.