Instrucciones:

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Sabiendo que $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x\cos(x) + b\,\mathrm{sen}(x)}{x^3}$ es finito, calcula b y el valor del límite.

Ejercicio 2.- Sean $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ las funciones definidas mediante

$$f(x) = |x(x-2)| \quad \text{y} \quad g(x) = x + 4.$$

a) [1'25 puntos] Esboza las gráficas de f y g sobre los mismos ejes. Calcula los puntos de corte entre ambas gráficas.

b) [1'25 puntos] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea $f : (-\infty, 1) \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \begin{cases} x + 2e^{-x} & \text{si} \quad x \le 0, \\ a\sqrt{b-x} & \text{si} \quad 0 < x < 1. \end{cases}$

a) [1'5 puntos] Determina a y b sabiendo que f es derivable en todo su dominio.

b) [1 punto] Halla la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Sea $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $g(x) = \ln(x^2 + 1)$ (donde ln denota el logaritmo neperiano). Calcula la primitiva de g cuya gráfica pasa por el origen de coordenadas.

Instrucciones:

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea g la función definida por $g(x) = \dfrac{mx^3}{(x-n)^2}$ para $x \neq n$.

a) **[1'75 puntos]** Halla m y n sabiendo que la recta $y = 2x - 4$ es una asíntota de la gráfica de g.

b) **[0'75 puntos]** Determina si la gráfica de g es simétrica respecto al origen.

Ejercicio 2.- **[2'5 puntos]** De la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ se sabe que alcanza un máximo relativo en $x = 1$, que la gráfica tiene un punto de inflexión en $(0, 0)$ y que $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx = \frac{5}{4}$. Calcula a, b, c y d.

Opción B

Ejercicio 1.- **[2'5 puntos]** Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Se sabe que un punto de inflexión de la gráfica de f tiene abscisa $x = 1$ y que f tiene un mínimo relativo en $x = 2$ de valor -9. Calcula a, b y c.

Ejercicio 2.- **[2'5 puntos]** Calcula $\displaystyle\int_2^4 \frac{x^2}{x^2 - 6x + 5}\,dx$.

Instrucciones:

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Halla las dimensiones del rectángulo de área máxima inscrito en un triángulo isósceles de 6 metros de base (el lado desigual) y 4 metros de alto.

Ejercicio 2.- Sean f y g las funciones definidas por $f(x) = 2 - x$ y $g(x) = \dfrac{2}{x+1}$ para $x \neq -1$.

a) **[0'5 puntos]** Calcula los puntos de corte entre las gráficas de f y g.

b) **[0'5 puntos]** Esboza las gráficas de f y g sobre los mismos ejes.

c) **[1'5 puntos]** Halla el área del recinto limitado por las gráficas de f y g.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea f la función definida por $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$ para $x \geq -1, x \neq 0$.

a) **[1 punto]** Calcula los límites laterales de f en $x = 0$.

b) **[1'5 puntos]** Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Calcula $\displaystyle\int_2^4 \frac{e^x}{1+\sqrt{e^x}}\,dx$. *Sugerencia:* se puede hacer el cambio de variable $t = \sqrt{e^x}$.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD — **MATEMÁTICAS II**
CURSO 2012-2013 (SeptiembreTitular)

Instrucciones:

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Un alambre de 10 metros de longitud se divide en dos trozos. Con uno de ellos se forma un triángulo equilátero y con el otro un cuadrado. Halla la longitud de dichos trozos para que la suma de las áreas sea mínima.

Ejercicio 2.-

a) **[2 puntos]** Determina la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f'(x) = (2x+1)e^{-x}$ y su gráfica pasa por el origen de coordenadas.

b) **[0'5 puntos]** Calcula la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \dfrac{2\ln(x)}{x^2}$ (donde ln denota el logaritmo neperiano).

a) **[1'75 puntos]** Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

b) **[0'75 puntos]** Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

Ejercicio 2.- Sea $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $g(x) = -x^2 + 6x - 5$.

a) **[0'75 puntos]** Halla la ecuación de la recta normal a la gráfica de g en el punto de abscisa $x = 4$.

b) **[1'75 puntos]** Esboza el recinto limitado por la gráfica de g y la recta $x - 2y + 2 = 0$. Calcula el área de este recinto.

Instrucciones:
a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea f la función definida por $f(x) = \dfrac{x}{\ln(x)}$ para $x > 0, x \neq 1$ (donde ln denota el logaritmo neperiano).

a) **[1'25 puntos]** Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

b) **[1'25 puntos]** Calcula la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = e$.

Ejercicio 2.- **[2'5 puntos]** Sea $g : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$g(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x}}.$$

Determina la primitiva de g cuya gráfica pasa por el punto $P(1, 0)$. *Sugerencia:* se puede hacer el cambio de variable $t = \sqrt{x}$.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea f la función definida por $f(x) = \dfrac{k}{(x-a)(2x-1)}$ para $x \neq a$ y $x \neq \frac{1}{2}$.

a) **[1 punto]** Halla a y k sabiendo que la gráfica de f pasa por el punto $(0, 2)$ y que la recta $x = 2$ es una asíntota de dicha gráfica.

b) **[1'5 puntos]** Para $k = 4$ y $a = 2$, halla los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

Ejercicio 2.- **[2'5 puntos]** Calcula $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \operatorname{sen}(2x)\, dx$.

Instrucciones:

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Un rectángulo está inscrito en un semicírculo de $\sqrt{5}$ cm. de radio, de forma que uno de sus lados está contenido en el diámetro del semicírculo y el lado opuesto tiene sus vértices sobre la semicircunferencia. Calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que es el de mayor perímetro posible.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Halla $\displaystyle\int \frac{x+1}{1+\sqrt{x}}\,dx$. *Sugerencia:* se puede hacer el cambio de variable $t=\sqrt{x}$.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Considera la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$. Determina a, b y c sabiendo que la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=0$ es $y+x=-3$ y que el punto de inflexión tiene abscisa $x=1$.

Ejercicio 2.- Sea $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ la función definida por $g(x)=|\ln(x)|$ (donde ln denota el logaritmo neperiano).

a) **[1'25 puntos]** Esboza el recinto limitado por la gráfica de g y la recta $y=1$. Calcula los puntos de corte entre ellas.

b) **[1'25 puntos]** Calcula el área del recinto anterior.

MATEMÁTICAS II: SELECTIVIDAD DE ANDALUCÍA (2013)

Relación de ejercicios de cálculo infinitesimal: DERIVADAS e INTEGRALES, de la Selectividad 2013

1) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x\cos(x) + b\,\text{sen}(x)}{x^3}$; ¿b, sabiendo que el lím es finito?

$$\lim_{x \to 0} \frac{x\cos(x) + b\,\text{sen}(x)}{x^3} = \left[\frac{0}{0}\right] \overset{\text{L'Hôpital}}{=} \lim_{x \to 0} \frac{\cos x - x\,\text{sen}\,x + b\cos x}{3x^2} = (1)$$

$$= \frac{1 - 0 + b}{0} = \frac{1+b}{0} \Rightarrow$$ Para que este límite tenga una solución finita:

$$1 + b = 0 \Rightarrow \boxed{b = -1},$$

de lo contrario el lím. tendería a $\pm\infty$.

Continuando por (1)

$$(1) = \lim_{x \to 0} \frac{\cancel{\cos x} - x\,\text{sen}\,x - \cancel{\cos x}}{3x^2} = \left[\frac{0}{0}\right] \overset{\text{L'Hôpital}}{=} \lim_{x \to 0} \frac{-\text{sen}\,x - x\cos x}{6x} = \left[\frac{0}{0}\right] \overset{\text{L'Hôp.}}{=}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{-\cos x - \cos x + x\,\text{sen}\,x}{6} = \frac{-1 - 1 + 0}{6} = -\frac{2}{6} = \boxed{-\frac{1}{3}}$$

---

2) Sean $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

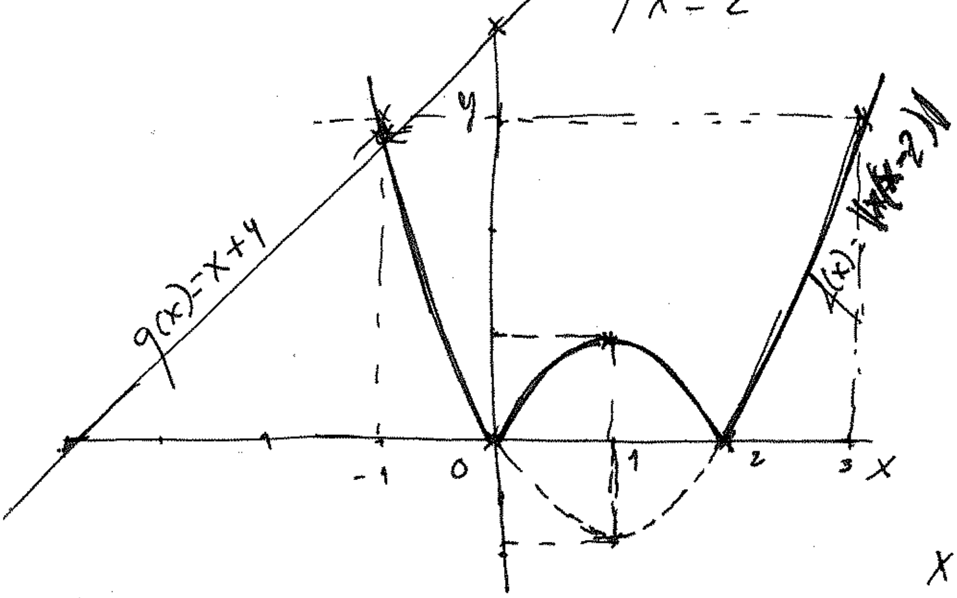
$$f(x) = |x(x-2)| \quad ; \quad g(x) = x + 4$$

a) Calcular los ptos. de corte entre f y g y esboza f y g.

$$f(x) = |x(x-2)| = \begin{cases} x(x-2) \ ; \ x \leq 0 \\ -x(x-2) \ ; \ 0 < x < 2 \\ x(x-2) \ ; \ x \geq 2 \end{cases} ; \quad g(x) = x+4$$

$$x(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

x	0	-4
y	4	0



Ptos. de corte entre f(x) y g(x):

$$f(x) = g(x)$$

$$x+4 = x(x-2)$$

$$x+4 = x^2-2x$$

$$x^2-3x-4=0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2} \Rightarrow \left[x_1 = \frac{3+5}{2} = 4\right] ; \left[x_2 = \frac{3-5}{2} = -1\right]$$

Con la rama intermedia no tiene puntos de corte:

$$-x(x-2) = x+4 \ ; \quad -x^2+2x = x+4 \ ; \quad x^2-x+4=0 \ ;$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1-16}}{2} \notin \mathbb{R}$$

b) $A = A_1 + A_2 + A_3 = \int_{-1}^{0} [(x+4) - x(x-2)]\,dx + \int_{0}^{2} [(x+4) + x(x-2)]\,dx +$

$+ \int_{2}^{4} [(x+4) - x(x-2)]\,dx = \int_{-1}^{0} (3x - x^2 + 4)\,dx + \int_{0}^{2} (x^2 - x + 4)\,dx + \int_{2}^{4} (3x^2 - x^2 + 4)\,dx =$

$$= \left[\frac{3x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + 4x\right]_{-1}^{0} + \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 4x\right]_{0}^{2} + \left[\frac{3x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + 4x\right]_{2}^{4} =$$

$$= -\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{3} - 4\right) + \left(\frac{8}{3} - \frac{4}{2} + 8\right) + \left(\frac{48}{2} - \frac{64}{3} + 16\right) - \left(\frac{12}{2} - \frac{8}{3} + 8\right) =$$

$$= -\frac{3}{2} - \frac{1}{3} + 4 + \frac{8}{3} - \frac{4}{2} \cancel{+8} + \frac{48}{2} - \frac{64}{3} + 16 - \frac{12}{2} + \frac{8}{3} \cancel{-8} =$$

$$= \frac{-9 - 2 + 24 + 16 - 12 + 144 - 128 + 96 - 36 + 16}{6} = \boxed{\frac{109}{6}}$$

$\boxed{3}$ $f(-\infty, 1) \longrightarrow \mathbb{R}$; $f(x) = \begin{cases} x + 2e^{-x} & ; \ x \leq 0 \\ a\sqrt{b - x} & ; \ 0 < x < 1 \end{cases}$

a) ¿a, b, sabiendo que f es derivable en su dominio?

I) Continuidad en $x = 0$

1. $f(0) = 0 + 2e^0 = 2$

2. $\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0} (x + 2e^{-x}) = 2$

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0} a\sqrt{b - x} = a\sqrt{b}$

Para que $\exists \lim_{x \to 0} f(x)$:

$a\sqrt{b} = 2$

3. $f(0) = \lim_{x \to 0} f(x) \Longleftrightarrow \boxed{a\sqrt{b} = 2}$

II. Derivabilidad en $x = 0$

$f'(x) = \begin{cases} 1 - 2e^{-x} & ; \ x < 0 \\ \dfrac{-a}{2\sqrt{b - x}} & ; \ 0 < x < 1 \end{cases}$

Existe $f'(0) \Longleftrightarrow$

$f'(0^-) = f'(0^+)$

$f'(0^-) = 1 - 2e^0 = -1$

$f'(0^+) = \dfrac{-a}{2\sqrt{b}}$

$f'(0^-) = f'(0^+) \Rightarrow \frac{-a}{2\sqrt{b}} = -1 \Rightarrow \underline{a = 2\sqrt{b}}$,

junto $\underline{a\sqrt{b} = 2}$, obtenemos por sustitución:

$$2\sqrt{b}\sqrt{b} = 2 \Rightarrow 2(\sqrt{b})^2 = 2; \quad \boxed{b = 1}$$

SOLUCIÓN: $\boxed{a = 2\sqrt{1} = 2}$

$f(x)$ es derivable si:

$$\boxed{a = 2} \text{ y } \boxed{b = 1}$$

b) Calcular la recta tangente y normal a f en $x = 0$

$$f(x) = \begin{cases} x + 2e^{-x} & ; x \leq 0 \\ 2\sqrt{1-x} & ; 0 \leq x < 1 \end{cases} \qquad f'(x) = \begin{cases} 1 - 2e^{-x} & ; x \leq 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{1-x}} & ; 0 \leq x < 1 \end{cases}$$

Para calcular la recta tangente, necesitamos la pendiente y un punto: $\boxed{r: y - y_0 = m(x - x_0)}$

$\underline{m_t = f'(0) = 1 - 2e^0 = -1}$; $\underline{P(0, f(0)) = (0, 2)}$

$r_t: y - 2 = -(x - 0) \Rightarrow \boxed{r_t: y = -x + 2}$

$\underline{m_n} = -\frac{1}{m_t} = \underline{1}$; $\underline{P(0,2)}$

$r_n: y - 2 = (x - 0) \Rightarrow \boxed{r_n: y = x + 2}$

$\boxed{4}$ $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$; $g(x) = \ln(x^2+1)$

¿ Calcula su primitiva que pasa por el origen ?

$$G(x) = \int g(x)\,dx = \int \ln(x^2+1)\,dx = \left[\begin{array}{l} \text{Integral típica por partes:} \\ u = \ln(x^2+1) \\ du = \frac{2x}{x^2+1}\,dx \\ v = \int dx = x \end{array}\right] =$$

$$= x\ln(x^2+1) - \underbrace{\int \frac{2x^2}{1+x^2}\,dx}_{\text{I}} = \underline{x\ln(x^2+1) - 2x + 2\,\text{artg}\,x + C}$$

Dado que $G(0)=0 \Rightarrow G(0) = 0\cdot\ln(1) - 2\cdot 0 + 2\,\text{artg}(0) + C \Rightarrow \boxed{C=0}$

$$\boxed{G(x) = x\ln(x^2+1) - 2x + 2\,\text{artg}\,x}$$

$$\text{I} = \int \frac{2x^2}{x^2+1}\,dx = \left(\begin{array}{c}\text{Integral} \\ \text{racional}\end{array}\right) = \int \left(2 - \frac{2}{1+x^2}\right) dx =$$

$$= \underline{2x - 2\,\text{artg}\,x}$$

$$\begin{array}{r|l} \cancel{2x^2} & x^2+1 \\ \hline -\cancel{2x^2} - 2 & 2 \\ \hline -2 & \end{array}$$

$\boxed{5}$ $g(x) = \dfrac{mx^3}{(x-n)^2}$; $x \neq n$

a) ¿ m, n, sabiendo que la recta $y = 2x - 4$ es una asíntota de la gráfica de g:

$y = 2x - 4$, se trata de una asíntota oblicua, cuyos parámetros son: $\underline{\underline{m_0 = 2}}$ y $\underline{\underline{n_0 = -4}}$

$$m_0 = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{g(x)}{x}\right) = \lim_{x\to\infty}\frac{mx^3}{x(x-n)^2} = \lim_{x\to\infty}\frac{mx^3}{x^3-2nx^2+n^2x} = m =$$

$$\Rightarrow \boxed{m = 2}$$

$$n_0 = \lim_{x\to\infty}\left[g(x) - m_0 x\right] = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x^3}{(x-n)^2} - 2x\right) =$$

$$= \lim_{x\to\infty}\left[\frac{2x^3}{(x-n)^2} - \frac{2x(x-n)^2}{(x-n)^2}\right] = \lim_{x\to\infty}\frac{\cancel{2x^3}-\cancel{2x^3}+4nx^2-2n^2x}{x^2-2nx+n^2} =$$

$$= \lim_{x\to\infty}\frac{4nx^2-2n^2x}{x^2-2nx+n^2} = 4n$$

$$4n = -4 \Rightarrow \boxed{n = -1}$$

b) $g(x) = \dfrac{2x^3}{(x+1)^2}$, para que g sea simétrica respecto al origen, debe ser simétrica impar:

$g(-x) = -g(x) \Rightarrow$

$$g(-x) = \frac{2(-x)^3}{(-x+1)^2} = -\frac{2x^3}{(1-x)^2}$$

$$-g(x) = -\frac{2x^3}{(1+x)^2}$$

$\boxed{g(-x) \neq -g(x)}$

"$g(x)$ No es SIMÉTRICA respecto al origen"

---

6 $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$; $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Se sabe:

1. $f(x) \to$ mín en $x = 1 \Rightarrow f'(1) = 0$
2. $f(x) \Rightarrow$ P.I. en $(0,0)$ $\Rightarrow \begin{cases} f''(0) = 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$
3. $\int_0^1 f(x)\,dx = \frac{5}{4} \Rightarrow \int_0^1 (ax^3 + bx^2 + cx + d)\,dx = \frac{5}{4}$

¿ a, b, c?

1. $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \Rightarrow f'(1) = 3a + 2b + c$

$f'(1) = 0 \Rightarrow \boxed{3a + 2b + c = 0}$

2. $f''(x) = 6ax + 2b \Rightarrow f''(0) = 2b \Rightarrow 2b = 0 \Rightarrow \boxed{b = 0}$

3. $f(0) = d \Rightarrow f(0) = 0 \Rightarrow \boxed{d = 0}$

La primera ecuación queda: $\underline{\underline{3a + c = 0}}$

$$f(x) = ax^3 + cx \Rightarrow \int_0^1 (ax^3 + cx)\,dx = \left(a\frac{x^4}{4} + c\frac{x^2}{2}\right)_0^1 =$$

$$= \frac{a}{4} + \frac{c}{2} \Rightarrow \frac{a}{4} + \frac{c}{2} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{a+2c}{\cancel{4}} = \frac{5}{\cancel{4}}$$

Nos quedan las ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} a + 2c = 5 \\ 3a + c = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow a = 5 - 2c$$

$$3(5-2c) + c = 0$$

$$15 - 6c + c = 0$$

$$5c = 15 \Rightarrow \boxed{c = 3} \Rightarrow \boxed{a = 5 - 6 = -1}$$

Solución: $\boxed{f(x) = -x^3 + 3x}$

$\boxed{7}$ Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$; $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Se sabe:

1. $f(x)$ tienen PI en $x = 1$.
2. $f(x)$ tiene un min. en $x = 2$ de valor -9.

¿a, b, c?

$$\left.\begin{array}{l} 1.\ f''(1) = 0 \\ 2.\ f'(2) = 0 \\ \quad f(2) = -9 \end{array}\right\}$$ Calculamos $f'(x)$ y $f''(x)$.

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$

$f''(x) = 6x + 2a$

1. $f''(1) = 6 + 2a \Rightarrow f''(1) = 0 \Rightarrow 6 + 2a = 0 \Rightarrow \boxed{a = -3}$

2. $f'(2) = 12 + 4a + b = 12 + 4(-3) + b = b \Rightarrow f'(2) = 0 \Rightarrow \boxed{b = 0}$

3. $f(2) = 8 + 4a + 2b + c = 8 - 12 + c = -4 + c \Rightarrow$

$\Rightarrow f(2) = -9 \Rightarrow -4 + c = -9 \Rightarrow \boxed{c = -5}$

$$\boxed{f(x) = x^3 - 3x^2 - 5}$$

$\boxed{8}$ $\displaystyle\int_2^4 \frac{x^2}{x^2 - 6x + 5}\,dx = \left(\begin{array}{l}\text{Integral}\\ \text{racional:}\\ \text{dividimos}\end{array}\right) =$

$$\begin{array}{l|l} x^2 & x^2 - 6x + 5 \\ \hline \cancel{-x^2} + 6x - 5 & 1 \\ \hline 6x - 5 & \end{array}$$

$$= \int_2^4 \left(1 + \frac{6x-5}{x^2-6x+5}\right) dx = \underbrace{\int_2^4 dx}_{\mathrm{I}} + \underbrace{\int_2^4 \frac{6x-5}{x^2-6x+5}\,dx}_{\mathrm{II}} =$$

$$= \boxed{2 - \frac{13}{2}\ln 3}$$

$$II = \int_2^4 \frac{6x-5}{x^2-6x+5} = \left[\begin{array}{l} x^2-6x+5=0 \\ x = \dfrac{6 \pm \sqrt{36-20}}{2} = \\ = \dfrac{6 \pm 4}{2} \begin{array}{l} \nearrow x=5 \\ \searrow x=1 \end{array} \end{array} \middle| \; \frac{6x-5}{x^2-6x+5} = \frac{6x-5}{(x-5)(x-1)} \right] = (1)$$

$$\frac{6x-5}{(x-5)(x-1)} = \frac{A}{x-5} + \frac{B}{x-1}$$

$$6x-5 = A(x-1) + B(x-5)$$

Si $x = 1 \Rightarrow 1 = -4B \Rightarrow \underline{B = -1/4}$

Si $x = 5 \Rightarrow 25 = 4A \Rightarrow \underline{A = 25/4}$

$$(1) = \frac{25}{4}\int_2^4 \frac{dx}{x-5} - \frac{1}{4}\int_2^4 \frac{dx}{x-1} = \left[\frac{25}{4}\ln|x-5| - \frac{1}{4}\ln|x-1|\right]_2^4$$

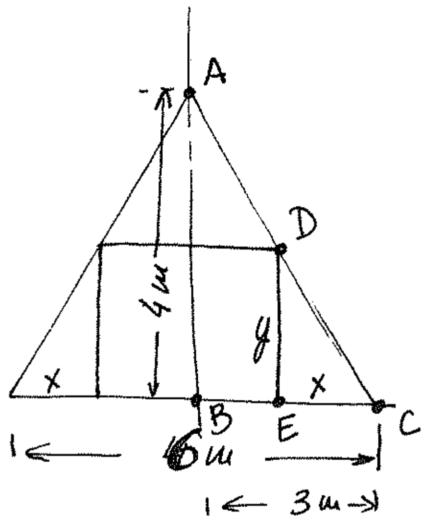
$$= \frac{1}{4}\left[\left(25\cancel{\ln 1} - \ln 3\right) - \left(25\ln 3 - \cancel{\ln 1}\right)\right] = \frac{1}{4}\left[-\ln 3 - 25\ln 3\right] =$$

$$= -\frac{26}{4}\ln 3 = \underline{-\frac{13}{2}\ln 3}$$

$$I = \int_2^4 dx = \left[x\right]_2^4 = 4-2 = \underline{2}$$

Llevando estos resultado atrás :

9) Halle las dimensiones del rectángulo de área máxima inscrito en un triángulo isósceles de 6 m. de base (el lado desigual) y 4 m de alto.



Observamos que los triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{DEC}$ son semejantes.

y $\triangle ABC \sim \widehat{DEC}$, por lo que:

$$\frac{4}{3} = \frac{y}{x} \Rightarrow \underbrace{y = \frac{4}{3}x} \quad (1)$$

Esto nos da una relación entre las variables.

La base del rectángulo inscrito viene determinada por:

$B = 6 - 2x$. Por tanto el área del rectángulo viene dada por:

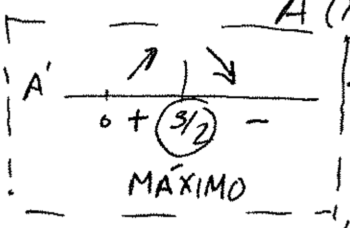
$$\underbrace{A = B \cdot h = (6-2x)y},$$

Sustituyendo la expresión (1) en A:

$$A = (6-2x)\frac{4}{3}x = \frac{4}{3}x(6-2x) = 8x - \frac{8}{3}x^2$$

Calculamos los máximos y lo mínimos de esta función A(x)

$$A'(x) = 0 \Rightarrow \underbrace{A'(x) = 8 - \frac{16}{3}x} \Rightarrow 8 - \frac{16}{3}x = 0;$$



$$\underbrace{x = \frac{24}{16} = \frac{3}{2}} \Rightarrow \underbrace{\text{Base}} = 6 - 2x = 6 - 2\cdot\frac{3}{2} = 3m$$

$\boxed{\text{Base} = 3m}$ altura $= y = \frac{4}{3}x = \frac{4}{3}\cdot\frac{3}{2} = 2 \Rightarrow \boxed{\text{altura} = 2m}$

$\boxed{10}$ Sean $f(x) = 2 - x$ y $g(x) = \dfrac{2}{x+1}$, para $x \neq -1$.

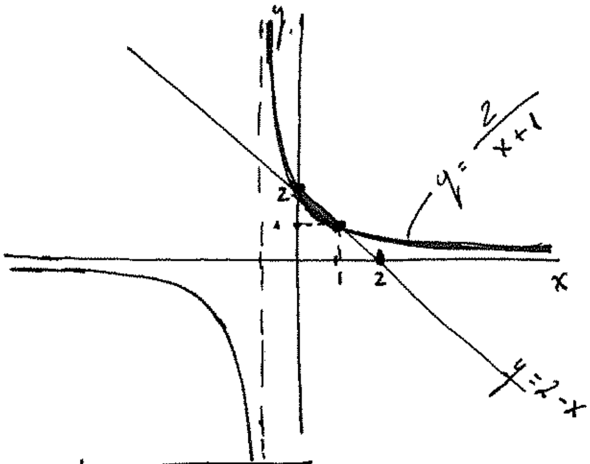
a) Ptos. de corte entre f y g.

$$\boxed{f(x) = g(x)} \Rightarrow 2 - x = \frac{2}{x+1} ; \quad (2-x)(x+1) = 2$$

$$2x + \cancel{2} - x^2 - x - \cancel{2} = 0 ; \quad -x^2 + x = 0 \Rightarrow x(-x+1) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 0} ; \boxed{x = 1} \begin{cases} \text{Si } x = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow \boxed{A(0,2)} \\ \text{Si } x = 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow \boxed{B(1,1)} \end{cases}$$

b) Esboza f y g sobre los mismos ejes.



$\boxed{f(x) = 2 - x}$

Corte con los ejes

x	0	2
y	2	0

$\boxed{g(x) = \dfrac{2}{x+1}}$

ASÍNTOTAS (VERTICAL Y HORIZONTAL)

- $\lim_{x \to -1} \dfrac{2}{x+1} = \pm\infty \Rightarrow \boxed{x = -1}$

$$\begin{cases} \lim_{x \to -1^+} \dfrac{2}{x+1} = +\infty \\ \lim_{x \to -1^-} \dfrac{2}{x+1} = -\infty \end{cases}$$

- $\lim_{x \to \pm\infty} \dfrac{2}{x+1} = 0 \Rightarrow \boxed{y = 0}$

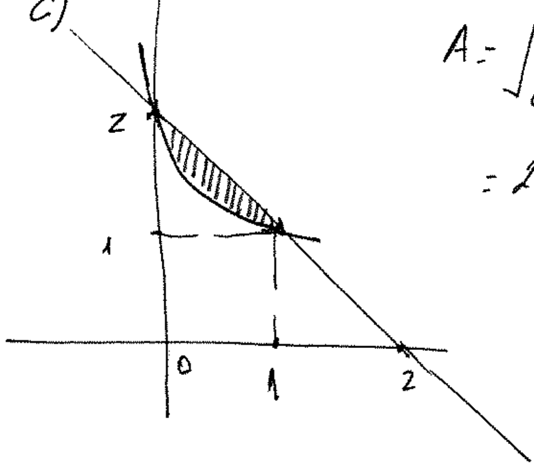
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{2}{x+1} = 0^+$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{2}{x+1} = 0^-$$

- Corte con los ejes

Eje $O\cancel{X}$: $x = 0 \Rightarrow y = g(0) = 2$

c)



$$A = \int_0^1 \left[(2-x) - \frac{2}{x+1}\right] dx = \left[2x - \frac{x^2}{2} - 2\ln|x+1|\right]_0^1 =$$

$$= 2 \cdot 1 - \frac{1^2}{2} - 2\ln(2) = 2 - \frac{1}{2} - 2\ln 2 = \frac{3}{2} - 2\ln 2$$

$$\boxed{A = \frac{3}{2} - 2\ln 2 \ (u^2)}$$

11 Sea $f(x) = x\,e^{1/x}$, para $x \geq -1$, $x \neq 0$

a) Calcula los límites laterales de f en $x=0$.

- $\lim_{x \to 0^+} x\,e^{1/x} = 0 \cdot e^{1/0^+} = 0 \cdot \infty = [\text{indeterminación}] =$

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{e^{1/x}}{1/x} = \frac{\infty}{\infty} = [\text{L'Hôpital}] = \lim_{x \to 0^+} \frac{\cancel{-1/x^2}\, e^{1/x}}{\cancel{-1/x^2}} = \lim_{x\to 0^+} e^{1/x} = e^{+\infty} = +\infty$$

Esto implica que $f(x)$ tiene una asíntota vertical ~~at aprox~~ en $x=0$, tendiendo a $(+\infty)$ cuando nos aproximamos a 0 por su derecha.

- $\lim_{x \to 0^-} x\,e^{1/x} = 0 \cdot e^{1/0^-} = 0 \cdot e^{-\infty} = 0 \cdot \frac{1}{e^{\infty}} = 0 \cdot \frac{1}{\infty} = 0 \cdot 0 = \boxed{0}$

b) Estudia y determina las asíntotas de $f(x)$.

- En el apartado a) hemos determinado una asíntota vertical en $\boxed{x=0}$

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$$

- Asíntotas horizontales

$*\ \lim_{x \to \infty} x\,e^{1/x} = \infty \cdot e^{1/\infty} = \infty \cdot e^{0} = \infty \cdot 1 = \infty$

$*\ \lim_{x \to -\infty} x\,e^{1/x} = \lim_{x \to +\infty} -x\,e^{1/-x} = \lim_{x\to\infty} \frac{-x}{e^{1/x}} = \frac{-\infty}{e^{0}} = -\infty$

"No tiene asíntotas horizontales"

iii Asíntotas oblicuas: $y = mx + n$

$$* \; m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{\cancel{x} e^{1/x}}{\cancel{x}} = e^{1/\infty} = e^{0} = 1 \Rightarrow \boxed{m = 1}$$

$$* \; n = \lim_{x\to\infty} \left[f(x) - mx\right] = \lim_{x\to\infty} \left(x e^{1/x} - x\right) = \lim_{x\to\infty} x\left(e^{1/x} - 1\right) =$$

$$= \infty \cdot 0 = [\text{Indeterminación}] = \lim_{x\to\infty} \frac{e^{1/x} - 1}{1/x} = \frac{0}{0} = [\text{L'Hôpital}] =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{-\cancel{1/x^2} \cdot e^{1/x}}{-\cancel{1/x^2}} = e^{1/\infty} = e^{0} = 1 \Rightarrow \boxed{n = 1}$$

Comportamiento $x \to -\infty$

$$* \; \lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\cancel{x} e^{1/x}}{\cancel{x}} = \lim_{x\to-\infty} e^{1/x} = \lim_{x\to\infty} e^{\frac{1}{-x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{e^{1/x}} =$$

$$= \frac{1}{e^{1/\infty}} = \frac{1}{e^{0}} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\lim_{x\to-\infty} \left[f(x) - mx\right] = \lim_{x\to-\infty} \left(x e^{1/x} - x\right) = \lim_{x\to-\infty} x\left(e^{1/x} - 1\right) =$$

$$= \lim_{x\to+\infty} (-x)\left(e^{-1/x} - 1\right) = \lim_{x\to+\infty} (-x)\left(\frac{1}{e^{1/x}} - 1\right) = \infty \cdot 0 =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{(-x)\left(1 - e^{1/x}\right)}{e^{1/x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{1 - e^{1/x}}{-\frac{1}{x} \cdot e^{1/x}} = \frac{0}{0} = [\text{L'Hôpital}] =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{x^2} \cdot e^{1/x}}{\frac{1}{x^2} \cdot e^{1/x} + \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x^2} e^{1/x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\cancel{\frac{1}{x^2} e^{1/x}}}{\cancel{\frac{1}{x^2} e^{1/x}}\left(1 + \frac{1}{x}\right)} = \frac{1}{1+0} = 1$$

Como vemos coinciden las tendencias, por tanto: $\boxed{y = x + 1}$

12

$$\int_2^4 \frac{e^x}{1+\sqrt{e^x}}\,dx = \left[\begin{array}{l}\text{Realizamos el cambio de variable:}\\ e^x = t^2 \Rightarrow e^x dx = 2t\,dt\\ \text{Si } x=2 \Rightarrow t=\sqrt{e^2}=e\,;\ \text{Si } \cancel{t}=4 \Rightarrow t=\sqrt{e^4}=e^2\end{array}\right] =$$

$$= \int_e^{e^2} \frac{2t\,dt}{1+t} = 2\int_e^{e^2} \frac{t}{t+1}\,dt = \left[\begin{array}{l} t \;\;\; \underline{|\,t+1} \\ -t-1 \;\;\; 1 \\ -1 \\ \dfrac{t}{t+1} = 1 - \dfrac{1}{t+1}\end{array}\right] =$$

$$= 2\int_e^{e^2}\left(1-\frac{1}{t+1}\right)dt = 2\Big[t-\ln|t+1|\Big]_e^{e^2} = 2\Big[\big(e^2-\ln(e^2+1)\big) -$$

$$- \big(e-\ln(e+1)\big)\Big] = 2\left[e^2-\ln(e^2+1)-e+\ln(e+1)\right] =$$

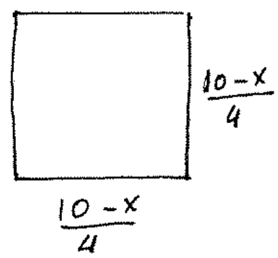
$$= \boxed{2e\left(e-1+\ln\frac{e+1}{e^2+1}\right)}$$

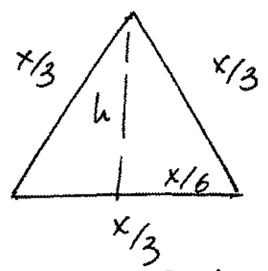
13

Un alambre de 10 m de longitud se divide en dos trozos. Con uno se forma un triángulo equilátero y con el otro un cuadrado. Halla la longitud de dichos trozos para que la suma de las áreas sea mínima.

$l_1 = x$

$l_2 = 10-x$





$$A_c = \left(\frac{10-x}{4}\right)^2 = \frac{x^2-20x+100}{16}$$

$$\boxed{A_c = \frac{1}{16}x^2 - \frac{5}{4}x + \frac{25}{4}}$$

$$h^2 + \left(\frac{x}{6}\right)^2 = \left(\frac{x}{3}\right)^2$$

$$h = \sqrt{\frac{x^2}{9} - \frac{x^2}{36}} = \sqrt{\frac{4x^2-x^2}{36}} = \frac{x\sqrt{3}}{6}$$

$$\boxed{A_T = \frac{B\cdot h}{2} = \frac{\frac{x}{3}\cdot\frac{x\sqrt{3}}{6}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{36}x^2}$$

$$A(x) = A_C + A_T = \frac{1}{16}x^2 - \frac{5}{4}x + \frac{25}{4} + \frac{\sqrt{3}}{36}x^2$$

Obtenemos los máximos y mínimos de la función área total, $A(x)$:

$$A'(x) = \frac{1}{8}x - \frac{5}{4} + \frac{2\sqrt{3}}{36}x \Rightarrow A'(x) = 0$$

$$\frac{x}{8} - \frac{5}{4} + \frac{\sqrt{3}\,x}{18} = 0 \Rightarrow \frac{9x - 90 + 4\sqrt{3}\,x}{\cancel{72}} = 0$$

$$x(9 + 4\sqrt{3}) = 90 \Rightarrow \cancel{x = \frac{9 - 4\sqrt{3}}{90}}$$

$$A''(x) = \frac{1}{8} + \frac{\sqrt{3}}{18} > 0 \Rightarrow \underline{\text{MÍNIMO}}$$

$$\cancel{l_1 = x = \frac{9 - 4\sqrt{3}}{90}}$$

$$\cancel{l_2 = 10 - \frac{9 - 4\sqrt{3}}{90} = \frac{900 - 9 + 4\sqrt{3}}{90} =}$$

$$\boxed{x = \frac{90}{9 + 4\sqrt{3}}}$$

$$\boxed{l_1 = x = \frac{90}{9 + 4\sqrt{3}}\ \text{m}}$$

$$\boxed{l_2 = 10 - x = 10 - \frac{90}{9 + 4\sqrt{3}} = \frac{10(9 + 4\sqrt{3}) - 90}{9 + 4\sqrt{3}} = \frac{40\sqrt{3}}{9 + 4\sqrt{3}}}$$

$\boxed{14}$ a) Determinar $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \;/\; f'(x) = (2x+1)e^{-x}$ y su gráfica pasa por $(0,0)$

$$f(x) = \int f'(x)\,dx = \int (2x+1)e^{-x}\,dx = \left[\begin{array}{l} \text{Integral por partes:} \\ u = (2x+1) \\ du = 2\,dx \\ v = \int e^{-x}dx = -e^{-x} \end{array}\right] =$$

$$= -(2x+1)e^{-x} + 2\int e^{-x}dx = -(2x+1)e^{-x} - 2e^{-x} + C$$

$$f(x) = -e^{-x}(2x+1+2) + C = -e^{-x}(2x+3) + C$$

Sabemos que $f(0) = 0$

$$f(0) = -\underset{\overset{\shortparallel}{1}}{e^{0}}(0+3) + C = -3 + C \Rightarrow -3 + C = 0 \Rightarrow \boxed{C = 3}$$

Por tanto:

$$\boxed{f(x) = -e^{-x}(2x+3) + 3}$$

b) r_t a f en $x = 0$.

Para componer la ecuación de la recta necesitamos un punto y la pendiente: $r: y = y_0 + m(x - x_0)$

$$\boxed{P(0,0)}$$

$$\boxed{m_t = f'(0) = (2 \cdot 0 + 1)\overset{\overset{1}{\shortparallel}}{e^{0}} = 1}$$

$$\boxed{r_t \equiv y = x}$$

$\boxed{15}$ $f:(0,+\infty) \to \mathbb{R} \;/\; f(x) = \dfrac{2\ln x}{x^2}$

a) <u>Intervalos de crecimiento</u> y <u>extremos relativos</u>:

$$f'(x) = \frac{2\cdot\frac{1}{\cancel{x}}\cdot x^{\cancel{2}} - 4x\ln x}{x^4} = \frac{2x(1-2\ln x)}{x^4}$$

- Estudiamos el signo de la primera derivada:

$$f'(x)=0 \Rightarrow 2x(1-2\ln x)=0 \begin{cases} \nearrow \boxed{x=0} \\ \searrow 1-2\ln x = 0 \Rightarrow \ln x = 1/2 \\ \qquad \boxed{x = e^{1/2} = \sqrt{e}} \end{cases}$$

[Signo $f'(x)$]

//////////		$\nearrow$		$\searrow$	
	0	$+$	$\sqrt{e}$	$-$	∞

$$f'(1) = \frac{2\cdot 1(1-2\ln 1)}{1^4} = 2 > 0 \Rightarrow \text{CRECIENTE}$$

$$f'(e) = \frac{2\cdot e\cdot(1-2\ln e)}{e^4} = \frac{2e(1-2)}{e^4} < 0 \Rightarrow \text{DECRECIENTE}$$

Por tanto la función $f(x)$ es:

a) CRECIENTE $\forall x \in (0, \sqrt{e})$

b) DECRECIENTE $\forall x \in (\sqrt{e}, \infty)$

- $f(x)$ es CONTÍNUA y DERIVABLE $\forall x \in (0,\infty)$, Por tanto tiene un máximo relativo en:

$$\boxed{\text{Máx.}\ (\sqrt{e}, f(\sqrt{e})) = (\sqrt{e}, 1/e)}$$

$$f(\sqrt{e}) = \frac{2\ln e^{1/2}}{(\sqrt{e})^2} = \frac{2\cdot 1/2}{e} = 1/e$$

b) Estudiar y determinar las asíntotas de f:

Recordamos que el dominio de $f(x)$ es $(0, +\infty)$

b.1.) Asíntotas verticales: $\lim_{x \to a} f(x) = \pm\infty$

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{2\ln x}{x^2} = \left(\frac{-\infty}{0}\right) = \lim_{x \to 0^+} (2\ln x)\left(\frac{1}{x^2}\right) = (-\infty)\cdot(+\infty) =$$

$$= \underline{\underline{-\infty}}$$

Por tanto tenemos una asíntota vertical $\Rightarrow \boxed{x=0}$ cuando $x \to 0^+$

b.2.) Asíntotas horizontales: $\lim_{x \to \infty} f(x) = k$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{2\ln x}{x^2} = \frac{\infty}{\infty} = [\text{L'Hôpital}] = \lim_{x \to \infty} \frac{\cancel{2}\, 1/x}{\cancel{2}x} = \lim_{x \to \infty} \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{0^+}}$$

A. horizontal: $\boxed{y=0} \Rightarrow \boxed{\lim_{x \to \infty} f(x) = 0^+}$

$\boxed{16}$ $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \;/\; g(x) = -x^2 + 6x - 5$

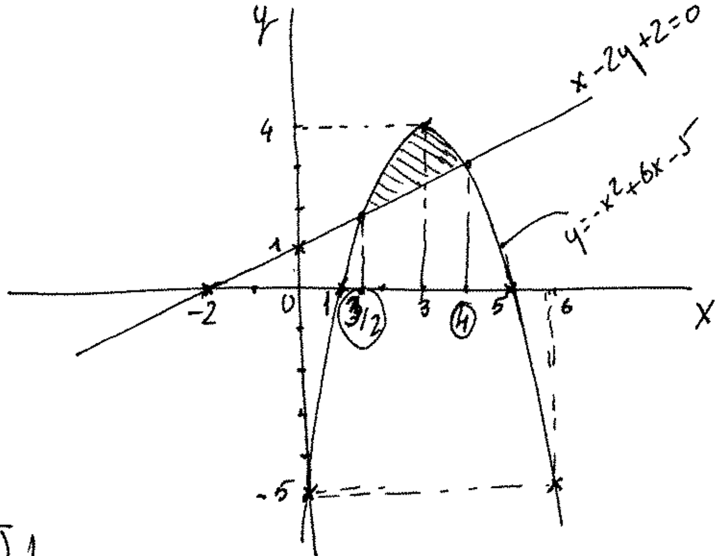
a) r_n a $g(x)$ en $x = 4$

$$g'(x) = -2x + 6 \Rightarrow \underline{\underline{m_t}} = g'(4) = -8 + 6 = \underline{\underline{-2}}$$

$\boxed{m_n = -\frac{1}{m_t} = \frac{1}{2}}$. El pto. $P(4, g(4)) = \boxed{(4, 3)}$

$$r_n: y = y_0 + m_n(x - x_0) \Rightarrow \boxed{r_n: y = 3 + \frac{1}{2}(x-4)}$$

b) Esboza el recinto entre $g(x)$ y la recta $x-2y+2=0$. Calcula el área.



(i) $\underline{g(x) = -x^2+6x-5}$

* Ptos. corte con los ejes.

$\underline{\text{Eje OX}}: y=0$

$-x^2+6x-5=0$

$x^2-6x+5=0$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36-20}}{2} = \frac{6\pm 4}{2}$$

$\boxed{x_1=5}$; $\boxed{x_2=1}$ $\boxed{\begin{matrix}(5,0)\\(1,0)\end{matrix}}$

$\underline{\text{Eje OY}}: x=0$

$y=-5 \Rightarrow \boxed{0,-5}$

* $\underline{\text{Vértice}}: (x_v, y_v) = \boxed{(3,4)}$

$g'(x) = -2x+6 \Rightarrow g'(x)=0$

$-2x+6=0 \Rightarrow \underline{x=3}$

$g(3) = -9+18-5 = \underline{4}$

(ii) $f(x)/r: x-2y+2=0$

Corte con los ejes:

x	0	-2
y	1	0

$\boxed{(0,1)}$ $\boxed{(-2,0)}$

(iii) $\underline{\text{Corte entre ambas}}$: $g(x)=f(x)$; $y=f(x)=\dfrac{x+2}{2}$

$$-x^2+6x-5 = \frac{x+2}{2} \;;\; -2x^2+12x-10 = x+2 \;;\; \underline{2x^2-11x+12=0}$$

$$x = \frac{11\pm\sqrt{121-96}}{4} = \frac{11\pm 5}{4} \begin{cases} x_1 = 4 \rightarrow y_1 = \frac{6}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow \left(4, 3/2\right) \\ x_2 = \frac{3}{2} \rightarrow y_2 = \frac{3/2+2}{2} = \frac{7}{4} \Rightarrow \left(\frac{3}{2}, \frac{7}{4}\right) \end{cases}$$

$$A = \int_{3/2}^{4} \left[(-x^2+6x-5) - \left(\frac{x}{2}+1\right)\right] dx = \left[-\frac{x^3}{3} + 3x^2 - 5x - \frac{x^2}{4} - x\right]_{3/2}^{4} =$$

$$= \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{11}{4}x^2 - 6x\right]_{3/2}^{4} = \left(-\frac{64}{3} + 44 - 24\right) - \left(-\frac{9}{8} + \frac{99}{16} - 9\right) =$$

$$= -\frac{64}{3} + 44 - 24 + \frac{9}{8} - \frac{99}{16} + 9 = -\frac{64}{3} + \frac{9}{8} - \frac{99}{16} + 29 =$$

$$= \frac{-64 \cdot 16 + 9 \cdot 6 - 99 \cdot 3 + 29 \cdot 48}{48} = \boxed{\frac{125}{48}}$$

$$\boxed{A = \frac{125}{48} \ (u^2)}$$