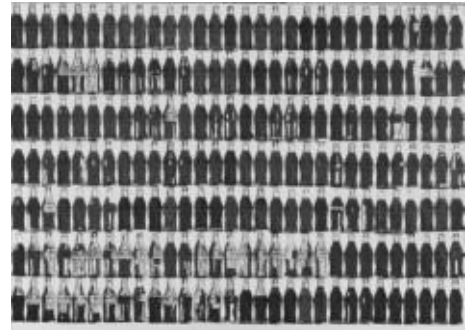


## 2 Divisibilidad

Este cuadro de Andy Warhol (1928-1987) muestra 196 botellas dispuestas rectangularmente en 7 filas y 28 columnas. Tanto 7 como 28 son divisores de 196, ya que ambos dividen este número de manera exacta. Siempre que disponemos un conjunto de elementos de forma rectangular, el número de filas y el número de columnas son divisores del número de elementos.



2.1. ¿Puedes disponer estas botellas en tres filas rectangularmente? ¿Por qué?

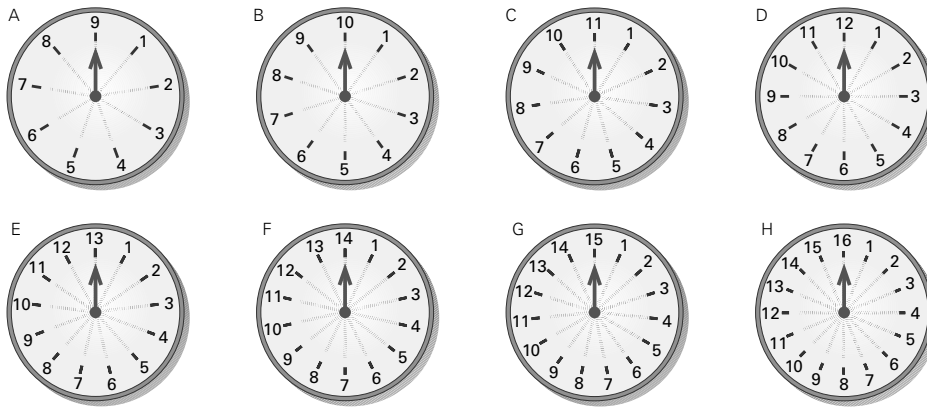
No, porque  $196 : 3$  no da exacto.

2.2. ¿El número 7 tiene divisores? ¿Cuáles? ¿Y el 28? ¿Puedes disponer 7 botellas rectangularmente sin que se forme una fila o una columna de una unidad? ¿Y 28 botellas?

Sí, el 1 y el 7. Sí, el 1, el 2, el 4, el 7, el 14 y el 28. No, no podemos disponer 7 botellas rectangularmente, porque sus únicos divisores son 1 y 7. En cambio, 28 botellas sí que podemos colocarlas en rectángulos.

### DESARROLLA TUS COMPETENCIAS

2.1. Observa estos relojes.



1. Cada reloj muestra un número de divisiones de la esfera diferente: 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 y 16.

a) Calcula cuántos divisores exactos tiene cada uno de estos números.

b) ¿Cuál de estos números es el que tiene más divisores?

c) ¿Por qué crees que es útil que el número de divisores del número de horas de un reloj sea alto?

a) 3, 4, 2, 6, 2, 4, 4 y 5 resp.      b) El 12.      c) Para fraccionar un día en partes iguales fácilmente.

2. Fíjate en el reloj A, que tiene una esfera de 9 h. ¿Coincidirá, periódicamente, el inicio del día (0 h) con la aguja horaria de este reloj en el origen de horas? ¿Cada cuántos días sucederá eso? Recuerda que el día tiene 24 h.

No, pues 24 no es múltiplo de 9. Cada 3 días, porque 72 horas es el primer múltiplo común de 9 y 24.

3. En las esferas de los relojes suele haber dos divisiones, una de 12 unidades y otra de 60. ¿Qué indica la división en 12 unidades? ¿Y la división en 60 unidades?

La división en 12 unidades indica la hora, y la de 60, los minutos.



2.9. Actividad interactiva

2.10. Indica cuáles de estos números son primos y cuáles compuestos.

- a) 23                                      b) 45                                      c) 67                                      d) 101

Primos: a, c y d. Compuestos: b

2.11. (TIC) Descompón estos números en producto de números primos.

- a) 42                                      b) 225                                      c) 56                                      d) 80  
 a)  $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$                       b)  $225 = 3^2 \cdot 5^2$                       c)  $56 = 2^3 \cdot 7$                       d)  $80 = 2^4 \cdot 5$

2.12. Indica qué números son divisibles por 3.                      24, 89, 38, 42, 345, 167, 481, 582, 3.985

24, 42, 345 y 582

2.13. Indica qué números son divisibles por 4.                      32, 84, 120, 154, 296, 306, 844, 962, 1.400

32, 84, 120, 296, 844 y 1.400

2.14. ¿Por qué el 1 no se considera ni un número primo ni un número compuesto?

Porque tiene como único divisor el 1, que es a la vez él mismo.

2.15. ¿Crees que hay más números primos entre el 1 y el 100, o entre el 100 y el 200?

Entre el 1 y el 100.

2.16. La criba de Eratóstenes es un método simple que permite determinar qué números son primos y cuáles son compuestos. Para saber cómo son los números del 1 al 100, dibuja un recuadro con los primeros 100 números, como el que te mostramos, y después colorea:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- De marrón el número 1.
- De rojo los múltiplos de 2 excepto el 2.
- De azul los múltiplos de 3 menos el 3.
- De verde los múltiplos de 5 menos el 5.
- De amarillo los múltiplos de 7 menos el 7.

Los números no pintados son primos.

a) El 15 ha quedado pintado de azul y verde. ¿De qué número es múltiplo?

b) ¿Qué números han quedado marcados con tres colores? ¿De qué números son múltiplos? Expresa estos números como producto de factores primos.

c) Siguiendo la técnica de la criba de Eratóstenes, determina los números primos que hay entre 100 y 200.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

a) De 3 y 5

b) 30, 42, 60, 70, 84 y 90

Son múltiplos de 2, 3 y 5, de 2, 3 y 7 o de 2, 5 y 7.

$2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$ ;  $2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$ ;  $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$ ;

$2 \cdot 5 \cdot 7 = 70$ ;  $2^2 \cdot 3 \cdot 7 = 84$ ;  $2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90$

c)

101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170
171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190
191	192	193	194	195	196	197	198	199	200

2.17. Actividad interactiva.

2.18. Calcula los divisores comunes en cada caso.

a) 25 y 15

a) 1, 5

b) 36 y 48

b) 1, 2, 3, 4, 6, 12

c) 50 y 125

c) 1, 5, 25

2.19. (TIC) Busca el máximo común divisor.

a) 8 y 18

a) 2

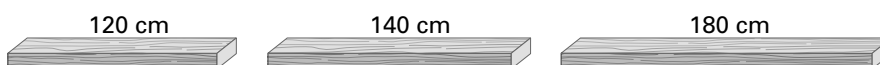
b) 42 y 24

b) 6

c) 36 y 48

c) 12

2.20. Queremos cortar los listones en trozos de 8 cm de longitud. ¿Qué listones cogeremos si queremos que, al cortarlos, no quede ningún trozo?



El de 120 cm, porque 8 es divisor de 120.

2.21. Queremos embaldosar el suelo de una galería rectangular de 147 cm de anchura por 300 cm de longitud con baldosas cuadradas lo más grandes posible. ¿Qué medida tendrán estas baldosas?

m.c.d.(147 y 300) = 3 cm de lado tendrán las baldosas.

2.22. Tenemos estos dos listones.



Queremos dividirlos en trozos de igual longitud. ¿Cuántos segmentos podremos obtener?

m.c.d.(48 y 30) = 6 cm cada trozo. Luego del primer listón salen 8 segmentos, y del segundo, 5.

2.23. Razona las respuestas.

a) Si dos números son primos entre sí, ¿cuál será su máximo común divisor?

b) Si un número es múltiplo de otro, ¿cuál será su máximo común divisor?

a) 1

b) El número más pequeño de los dos

2.24. Observa este mapa de Europa.



a) ¿De cuántas maneras diferentes puedes dividirlo en 20 casillas iguales? ¿Cuál o cuáles de estas maneras son útiles?

b) Quieres dividir el mapa en 24 casillas. ¿De cuántas maneras diferentes puedes hacerlo?

c) Imagina que el mapa mide lo siguiente:

Ancho: 16 cm

Alto: 12 cm

Quieres dividirlo en casillas cuadradas. ¿Cuál es la medida más grande que pueden

tener estas casillas? ¿En cuántas casillas cuadradas quedará dividido?

d) Idea un sistema simple para identificar cada una de las casillas. Según este sistema, ¿cómo indicarías la casilla donde está Austria?

a) Las 6 formas posibles serían:  $1 \times 20$ ,  $2 \times 10$ ,  $4 \times 5$ ,  $5 \times 4$ ,  $10 \times 2$  y  $20 \times 1$ . Por las características del mapa, son más útiles las divisiones  $4 \times 5$  y  $5 \times 4$ .

b) Las 8 formas posibles serían:  $1 \times 24$ ,  $2 \times 12$ ,  $3 \times 8$ ,  $4 \times 6$ ,  $6 \times 4$ ,  $8 \times 3$ ,  $12 \times 2$  y  $24 \times 1$ .

c) m.c.d.(16 y 12) = 4 cm de lado cada casilla. Quedará dividido en  $\frac{16}{4} \cdot \frac{12}{4} = 12$  casillas.

d) Nombraremos las columnas con las primeras letras del alfabeto empezando por la izquierda, y las filas con números, comenzando en el 1 por abajo. Austria sería C2.

2.25. Escribe tres múltiplos comunes en cada caso.

a) 6 y 9

b) 4 y 10

c) 4 y 6

a) 54, 108, 162

b) 40, 80, 120

c) 24, 48, 72

2.26. Calcula el mínimo común múltiplo.

a) 4 y 6

b) 9 y 15

c) 18 y 24

a) 12

b) 45

c) 72

2.27. Un autobús sale de la parada de origen cada 6 min, y otro sale cada 8 min de la misma parada. ¿Cada cuánto tiempo saldrán juntos?

m.c.m.(6 y 8) = 24. Cada 24 minutos

2.28. En una población hacen la revisión del gas cada 6 meses, y la del teléfono, cada 9 meses. ¿Cada cuánto tiempo coincidirán?

m.c.m.(6 y 9) = 18. Cada 18 meses

2.29. Explica cómo obtendrías el m.c.m. en los siguientes casos.

a) El m.c.m. de dos números primos entre sí.

b) El m.c.m. de dos números cuando uno es múltiplo del otro.

a) Es el producto de ambos.

b) Es el número mayor de ambos.

2.30. Dos números tienen un divisor común. ¿Su m.c.m. será el producto de los dos números dividido por el divisor común? Razona la respuesta.

Su m. c. m. será el producto de los números dividido por el m. c. d. porque al hacer el producto de ambos estamos introduciendo el divisor m. c. d. dos veces, así que debemos dividir para que solo esté operado una única vez.

2.31. Un número múltiplo común de 2 y de 7, ¿lo es también de 14? Y un número múltiplo de 3 y 4, ¿lo es también de 12? Razona las respuestas.

Sí, también lo es de 14 porque 2 y 7 son primos entre sí. Sí, por el mismo motivo.

2.32. Busca dos números que sean divisibles simultáneamente por estos números: 3, 5, 7, 9

$9 \cdot 5 \cdot 7 = 315$ , y  $9 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 2 = 630$

2.33. Los múltiplos comunes de dos números, distintos de 1 y 12, son estos:

12, 24, 36, 48, 60... ¿Cuáles pueden ser estos números? ¿Hay más de una solución?

3 y 4. No, es la única.

2.34. Observa esta hoja de un calendario.

a) Busca en la hoja del calendario múltiplos comunes de 3 y 4. ¿Cuántos encuentras?

b) Busca en la hoja del calendario múltiplos comunes de 4 y 6.

c) ¿Cuál es el m.c.m. de 3 y 4? ¿Y de 4 y 6?

d) Busca dos números diferentes de los anteriores, y también de 1, que tengan un múltiplo común dentro de la hoja del mes.

e) ¿Qué días de un mes no son múltiplos simultáneamente de dos números diferentes de 1?

a) El 12 y el 24. Solo hay 2.

b) El 12 y el 24

c) m.c.m.(3 y 4) = 12; m.c.m.(4 y 6) = 12

d) Por ejemplo: 2 y 5 ó 3 y 10

e) Los primos y los cuadrados perfectos de un primo.

Octubre						
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

2.35. Actividad interactiva

ACTIVIDADES DE CONSOLIDACIÓN Y APLICACIÓN

2.36. Múltiplos

Busca los cinco primeros múltiplos de estos números.

- |                       |                       |                        |                          |
|-----------------------|-----------------------|------------------------|--------------------------|
| a) 4                  | b) 5                  | c) 7                   | d) 9                     |
| e) 11                 | f) 15                 | g) 21                  | h) 35                    |
| a) 4, 8, 12, 16, 20   | b) 5, 10, 15, 20, 25  | c) 7, 14, 21, 28, 35   | d) 9, 18, 27, 36, 45     |
| e) 11, 22, 33, 44, 55 | f) 15, 30, 45, 60, 75 | g) 21, 42, 63, 84, 105 | h) 35, 70, 105, 140, 175 |

2.37. Divisores

Busca tres divisores de estos números.

- |            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|
| a) 12      | b) 18      | c) 30      | d) 36      |
| e) 42      | f) 45      | g) 64      | h) 100     |
| a) 1, 2, 3 | b) 1, 2, 3 | c) 1, 2, 3 | d) 1, 2, 3 |
| e) 1, 2, 3 | f) 1, 3, 5 | g) 1, 2, 8 | h) 1, 2, 5 |

2.38. Divisores de un número

Determina todos los divisores. Fíjate en el ejemplo.

$45 = 1 \cdot 45$ $45 = 3 \cdot 15$ $45 = 5 \cdot 9$ Divisores de 45: 1, 3, 5, 9, 15, 45
---

- |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| a) 24 | b) 28 | c) 21 | d) 63 |
| e) 60 | f) 12 | g) 50 | h) 75 |

- |   |                        |
|---|------------------------|
| a) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24                 | b) 1, 2, 4, 7, 14, 28  |
| c) 1, 3, 7, 21                              | d) 1, 3, 7, 9, 21, 63  |
| e) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60 | f) 1, 2, 3, 4, 6, 12   |
| g) 1, 2, 5, 10, 25, 50                      | h) 1, 3, 5, 15, 25, 75 |

2.39. Números y condiciones

Calcula los siguientes números.

- a) Cinco múltiplos de 3 mayores que 27.
- b) Cuatro múltiplos de 12 menores que 144.
- c) Todos los múltiplos de 3 situados entre 3.126 y 3.141.
- |                       |                   |                               |
|-----------------------|-------------------|-------------------------------|
| a) 30, 33, 36, 39, 42 | b) 12, 24, 36, 48 | c) 3.129, 3.132, 3.135, 3.138 |
|-----------------------|-------------------|-------------------------------|

2.40. Cromos y sobres

Tenemos 240 cromos.

- a) Si los ponemos en sobres de 12 unidades, ¿cuántos sobres llenaremos?
- b) Queremos ponerlos en 15 sobres. ¿Cuántos cromos pondremos en cada sobre?
- |                           |                           |
|---------------------------|---------------------------|
| a) $240 : 12 = 20$ sobres | b) $240 : 15 = 16$ cromos |
|---------------------------|---------------------------|

2.41. Números primos y compuestos

Clasifica estos números en primos y compuestos. **27, 33, 17, 45, 9, 83, 24, 13, 101, 42**

Primos: 17, 83, 13, 101. Compuestos: 27, 33, 45, 9, 24, 42

2.42. Completar

Completa las descomposiciones en árbol y expresa los números en producto de factores primos.

a) 30

$$\square \cdot 15$$

$$3 \cdot \square$$

a)  $2 \cdot 15; 3 \cdot 5; 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

b) 42

$$2 \cdot 21$$

$$\square \cdot \square$$

b)  $2 \cdot 21; 3 \cdot 7; 42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$

c) 45

$$3 \cdot \square$$

$$\square \cdot 5$$

c)  $3 \cdot 15; 3 \cdot 5; 45 = 3^2 \cdot 5$

2.43. Mentalmente

Descompón mentalmente estos números en producto de factores primos.

a) 8

e) 14

i) 20

a)  $2^3$

e)  $2 \cdot 7$

i)  $2^2 \cdot 5$

b) 9

f) 15

j) 21

b)  $3^2$

f)  $3 \cdot 5$

j)  $3 \cdot 7$

c) 10

g) 16

k) 22

c)  $2 \cdot 5$

g)  $2^4$

k)  $2 \cdot 11$

d) 12

h) 18

l) 24

d)  $2^2 \cdot 3$

h)  $2 \cdot 3^2$

l)  $2^3 \cdot 3$

2.44. (TIC) Producto de factores primos

Expresa como producto de factores primos.

a) 28

e) 100

a)  $2^2 \cdot 7$

e)  $2^2 \cdot 5^2$

b) 82

f) 96

b)  $2 \cdot 41$

f)  $2^5 \cdot 3$

c) 60

g) 22

c)  $2^2 \cdot 3 \cdot 5$

g)  $2 \cdot 11$

d) 65

h) 99

d)  $5 \cdot 13$

h)  $3^2 \cdot 11$

2.45. (TIC) Completar

Completa los factores primos que faltan.

a)  $1.000 = 2^3 \cdot \square$

a)  $5^3$

b)  $105 = 3 \cdot \square \cdot 7$

b) 5

c)  $135 = 3^3 \cdot \square$

c) 5

d)  $90 = 2 \cdot \square \cdot 5$

d)  $3^2$

2.46. (TIC) Determinación de números

Las descomposiciones factoriales de unos números son las siguientes. Determinálos.

a)  $2^2 \cdot 3 \cdot 5^3$

a) 1.500

b)  $3^3 \cdot 5^2$

b) 675

2.47. Divisibilidad por 3

Completa la cifra que falta para que los números sean divisibles por 3.

a) 2\_3

a) 1, 4 ó 7

d) 2, 5 u 8

b) 45.6\_2

b) 1, 4 ó 7

e) 2, 5 u 8

c) 3.4\_5

d) 3.4\_0

c) 0, 3, 6 ó 9

f) 0, 3, 6 ó 9

e) 4\_9

f) 2.5\_2

2.48. Divisibilidad por 9

¿Cuáles de estos números son divisibles por 9?

a) 225

b) 153

c) 405

d) 720

e) 117

f) 900

Todos estos números son divisibles por 9.



**2.49. Criterios de divisibilidad**

Indica si estos números son divisibles por 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10 u 11.

**13, 22, 36, 27, 75, 25, 60, 77, 93, 44, 62, 48, 50, 356, 245, 222, 115, 234**

- |                                       |                           |                                   |
|---------------------------------------|---------------------------|-----------------------------------|
| 13: no es divisible por ninguno.      | 22: divisible por 2 y 11. | 36: divisible por 2, 3, 4, 6 y 9. |
| 27: divisible por 3 y 9.              | 75: divisible por 3 y 5.  | 25: divisible por 5.              |
| 60: divisible por 2, 3, 4, 5, 6 y 10. | 77: divisible por 11.     | 93: divisible por 3.              |
| 44: divisible por 2, 4 y 11.          | 62: divisible por 2.      | 48: divisible por 2, 3, 4 y 6.    |
| 50: divisible por 2, 5 y 10.          | 356: divisible por 2 y 4. | 245: divisible por 5.             |
| 222: divisible por 2, 3 y 6.          | 115: divisible por 5.     | 234: divisible por 2, 3, 6 y 9.   |

**2.50. Completar**

Completa estos números de manera que cumplan las condiciones indicadas.

- |                                  |                                   |      |                                 |
|----------------------------------|-----------------------------------|------|---------------------------------|
| a) 5_2: divisible por 3 y por 2. | b) 6_45: divisible por 3 y por 5. |      |                                 |
| c) 7_: divisible por 10 y por 2. | d) 30_3_8: divisible por 3.       |      |                                 |
| a) 2, 5 u 8                      | b) 0, 3, 6 ó 9                    | c) 0 | d) 300.318, 300.348, 303.318... |

**2.51. Combinación de cifras**

Combina las cifras 0, 1, 2 y 3 para obtener:

- a) El número más alto múltiplo de 3.  
 b) El número más alto múltiplo de 2.  
 c) El número más alto múltiplo de 5.
- a) 3.210                                      b) 3.210                                      c) 3.210

**2.52. m.c.d.**

Calcula el m.c.d. a partir de las descomposiciones factoriales.

	Factores primos
18	$2 \cdot 3^2$
24	$2^3 \cdot 3$
36	$2^2 \cdot 3^2$
45	$3^2 \cdot 5$

	Factores primos
60	$2^2 \cdot 3 \cdot 5$
80	$2^4 \cdot 5$
90	$2 \cdot 3^2 \cdot 5$
140	$2^2 \cdot 5 \cdot 7$

- a) m.c.d.(18 y 45)  
 b) m.c.d.(24 y 36)  
 c) m.c.d.(45 y 60)  
 d) m.c.d.(60 y 140)  
 e) m.c.d.(36 y 80)  
 f) m.c.d.(80 y 90)

- |                       |                       |                     |
|-----------------------|-----------------------|---------------------|
| a) $3^2 = 9$          | b) $2^2 \cdot 3 = 12$ | c) $3 \cdot 5 = 15$ |
| d) $2^2 \cdot 5 = 20$ | e) $2^2 = 4$          | f) $2 \cdot 5 = 10$ |

**2.53. (TIC) m.c.d**

Calcula el m.c.d. de estos números.

- |                    |                    |                    |                    |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| a) m.c.d.(14 y 35) | b) m.c.d.(48 y 64) | c) m.c.d.(20 y 50) | d) m.c.d.(24 y 52) |
| a) 1               | b) 16              | c) 10              | d) 4               |

**2.54. Divisores dados**

Escribe en cada caso dos números que tengan los divisores dados.

- |           |              |
|-----------|--------------|
| a) 6 y 9  | b) 2, 3 y 13 |
| a) 18, 54 | b) 78, 156   |

**2.55. Múltiplos de 3 y 4**

Indica cuáles de estos números son múltiplos de 3, de 4, y de 3 y 4.

16, 1, 48, 18, 9, 30, 4, 28, 21, 15, 36, 24, 12, 8

Múltiplos de 3: 48, 18, 9, 30, 21, 15, 36, 24, 12

Múltiplos de 4: 16, 48, 4, 28, 36, 24, 12, 8

Múltiplos de 3 y 4: 48, 36, 24, 12

**2.56. Errores**

A Maribel le cuesta calcular el m.c.m. ¿Puedes ayudarla a encontrar los errores?

$$\left. \begin{array}{l} a = 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \\ b = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \end{array} \right\} \text{m.c.m.}(a \text{ y } b) = 3^3 \cdot 5 = 135 \quad \left. \begin{array}{l} c = 2^3 \cdot 3 \\ d = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 3^2 \end{array} \right\} \text{m.c.m.}(c \text{ y } d) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 300$$

a) m.c.m.(a y b) =  $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 = 3.780$

b) m.c.m.(c y d) =  $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 1.800$

**2.57. Mentalmente**

Calcula el m.c.m. de estos números.

a) 5, 15 y 45

b) 10, 20 y 40

a) 45

b) 40

**2.58. m.c.m.**

Calcula el m.c.m. a partir de las descomposiciones factoriales de la actividad 52.

a) m.c.m.(18 y 60)

b) m.c.m.(24 y 80)

c) m.c.m.(36 y 24)

d) m.c.m.(36 y 140)

e) m.c.m.(45 y 80)

f) m.c.m.(60 y 90)

a)  $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$

b)  $2^4 \cdot 3 \cdot 5 = 240$

c)  $2^3 \cdot 3^2 = 72$

d)  $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 1.260$

e)  $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 = 720$

f)  $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$

**2.59. (TIC) m.c.m.**

Calcula el m.c.m. de estos números.

a) m.c.m.(30 y 40)

b) m.c.m.(25 y 60)

c) m.c.m.(54 y 96)

d) m.c.m.(35 y 100)

a) 120

b) 300

c)  $2^5 \cdot 3^3 = 864$

d) 700

**2.60. Alumnos de una clase**

¿De cuántas formas se pueden agrupar los 24 alumnos de una clase sin que quede ninguno solo? Calcula también todos los grupos posibles que se pueden formar con los alumnos de tu clase.

Se pueden hacer grupos de 2, 3, 4, 6, 8, 12 ó 24 personas, por lo que hay 7 posibilidades.

Análogamente con el número de personas del grupo del alumno.

**2.61. Botellas de aceite**

Queremos distribuir 32 botellas de aceite en cajas rectangulares. ¿Qué formas pueden tener estas cajas?

Divisores de 32: 1, 2, 4, 8, 16, 32. En cajas de  $1 \times 32$ ,  $2 \times 16$ ,  $4 \times 8$ ,  $8 \times 4$ ,  $16 \times 2$  ó  $32 \times 1$  botellas

**2.62. Cables eléctricos**

Disponemos de dos cables, uno de 160 cm de longitud y otro de 140 cm. Queremos dividirlos en trozos de la misma medida. ¿Cuál es la longitud máxima de cada trozo?

m.c.d.(140 y 160) = 20 cm de largo cada trozo

**2.63. Semáforo**

Un semáforo se pone rojo cada 35 s, y otro, cada 50 s. ¿Cada cuánto tiempo coincidirán en rojo ambos?

m.c.m.(35 y 50) = 350. Coincidirán cada 350 s = 5 min 50 s.

**2.64. Autobuses**

Una línea de autobuses pasa por una parada cada 12 min, y otra, cada 9 min. ¿Con qué frecuencia coincidirán?

m.c.m.(12 y 9) = 36. Coincidirán cada 36 min.

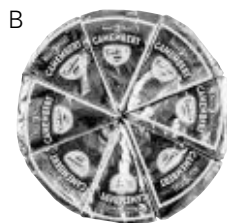
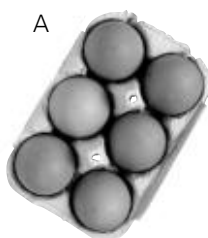
**2.65. (TIC) m.c.d. y m.c.m.**

Calcula:

- |                        |                       |                          |                         |        |          |
|------------------------|-----------------------|--------------------------|-------------------------|--------|----------|
| a) m.c.m.(256, 92)     | b) m.c.m.(170, 85)    | c) m.c.d.(86, 124)       | d) m.c.d.(924, 300)     |        |          |
| e) m.c.m.(18, 36, 240) | f) m.c.m.(15, 35, 50) | g) m.c.m.(8, 12, 24)     | h) m.c.m.(60, 12, 95)   |        |          |
| i) m.c.d.(108, 36, 60) | j) m.c.d.(42, 90, 78) | k) m.c.d.(180, 168, 396) | l) m.c.d.(90, 900, 120) |        |          |
| a) 5.888               | b) 170                | c) 2                     | d) 12                   | e) 720 | f) 1.050 |
| g) 24                  | h) 1.140              | i) 12                    | j) 6                    | k) 12  | l) 30    |

**2.66. Envases**

Observa la forma de comercializar los productos siguientes.



1. Determina si las cantidades siguientes pueden obtenerse comprando los paquetes enteros correspondientes.

- |                            |                           |                            |
|----------------------------|---------------------------|----------------------------|
| a) 246 yogures             | b) 466 quesitos           | c) 146 huevos              |
| d) 160 yogures             | e) 246 quesitos           | f) 252 huevos              |
| a) No, 4 no es un divisor. | b) No, 8 no es un divisor | c) No, 6 no es un divisor. |
| d) Sí, 4 divide a 160.     | e) No, 8 no divide a 246. | f) Sí, 6 es divisor.       |

2. Queremos comprar el mismo número de huevos que de quesitos. ¿Cuántas unidades deberemos comprar de cada producto si queremos comprar el mínimo de paquetes posible?

m.c.m.(6 y 8) = 24. Debemos comprar 4 paquetes de huevos y 3 de quesitos.

**2.67. Cartas**

Un grupo de amigos juegan a las cartas. Tienen una baraja española de 48 cartas y se las reparten.

1. Si juegan solo 2 personas, ¿les sobran cartas? ¿Y si juegan 3? ¿Y 4? ¿Y 5?

Sobran cartas si juegan 5 personas. En el resto no sobran.

2. Reparten las cartas de 4 en 4. ¿Cuántas veces deberán darlas si son 2 jugadores? ¿Y si son 3? ¿Y si son 4?

Si son 2 jugadores, darán  $48 : 8 = 6$  manos; si son 3,  $48 : 12 = 4$  manos, y si son 4,  $48 : 16 = 3$  manos.

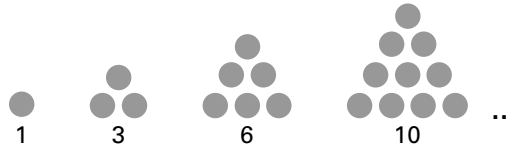
3. Si son 3 jugadores, ¿de cuántas maneras posibles pueden repartir las cartas (de 2 en 2, de 3 en 3...)? ¿Y si fueran 4 jugadores?

Si son 3 jugadores, como  $48 : 3 = 16$  cartas, se pueden repartir de 5 maneras (1, 2, 4, 8 y 16).

Si son 4 jugadores, como  $48 : 4 = 12$  cartas, se pueden repartir de 6 maneras (1, 2, 3, 4, 6 y 12).

**2.68. Números triangulares**

Se llaman números triangulares aquellos números que expresan una cantidad de puntos que se pueden representar en forma de triángulos equiláteros.



**1. Escribe todos los números triangulares menores que 100.**

1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, 91

**2. Determina si alguno de estos números triangulares que has encontrado es un número primo. Consulta la criba de Eratóstenes que has construido en la actividad 16.**

1 y 3 son primos.

**3. Averigua qué relación hay entre un número triangular y su antecedente.**

Es el antecedente sumándole la posición en la que está el que queremos calcular.

**2.69. Papeleras**

Quieren colocarse papeleras en tres calles, de forma que estén separadas por la misma distancia. Las calles miden 276 m, 96 m y 204 m.

a) ¿Cuál es la distancia mayor posible entre cada papelera?

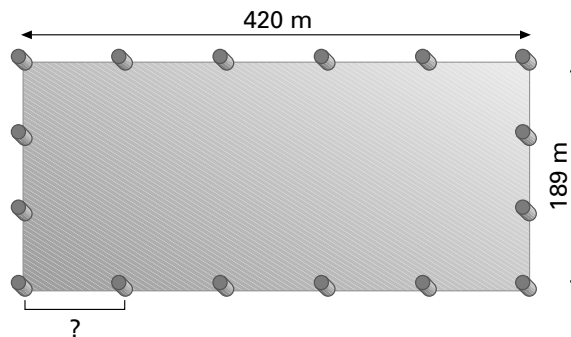
b) ¿Cuántas papeleras pueden colocarse en cada calle? (Ten en cuenta que han de ponerse papeleras en los extremos de cada calle.)

a) m.c.d.(276, 96 y 204) = 12 m entre cada papelera

b)  $276 : 12 + 1 = 24$ ,  $96 : 12 + 1 = 9$ , y  $204 : 12 + 1 = 18$  papeleras en cada calle, respectivamente.

**2.70. Parque**

El parque del dibujo se quiere rodear con vallas de la misma longitud, de manera que la longitud de las vallas sea máxima. ¿Qué medida deben tener las vallas? (Nota: Las vallas son rectas. Por tanto, en cada vértice del parque coincidirán dos.)



m.c.d.(420 y 189) = 21 m de largo cada valla

**2.71. Medicación**

Miguel ha de tomar tres medicamentos de homeopatía diferentes. Uno se lo toma cada 10 días; el segundo, cada 12 días, y el tercero, cada 15. El primer día se toma los tres al mismo tiempo. ¿Cuántos días han de pasar para que se los vuelva a tomar los tres al mismo tiempo?

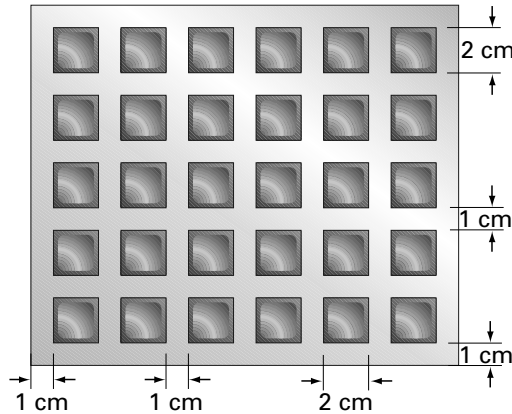
m.c.m.(10, 12 y 15) = 60 días han de pasar.

PON A PRUEBA TUS COMPETENCIAS

2.72. Bombones y galletas

1. Buencacao envasa bombones en cajas rectangulares de 30 unidades. Los bombones se disponen en 5 filas y 6 columnas, tienen forma cuadrada y miden 2 cm de lado, y están separados entre ellos y del borde de la caja por una distancia de 1 cm.

Dibuja el esquema de la caja en tu cuaderno e indica todas las medidas del enunciado.



2. Buencacao quiere vender los bombones cuadrados en cajas de 60 unidades con las mismas separaciones que en las cajas de 30 unidades.

a) ¿De qué maneras se podrían disponer los 60 bombones en una caja rectangular? Desestima las cajas que tienen una sola columna o una sola fila.

b) Calcula la longitud y la anchura que tendrá cada una de estas cajas.

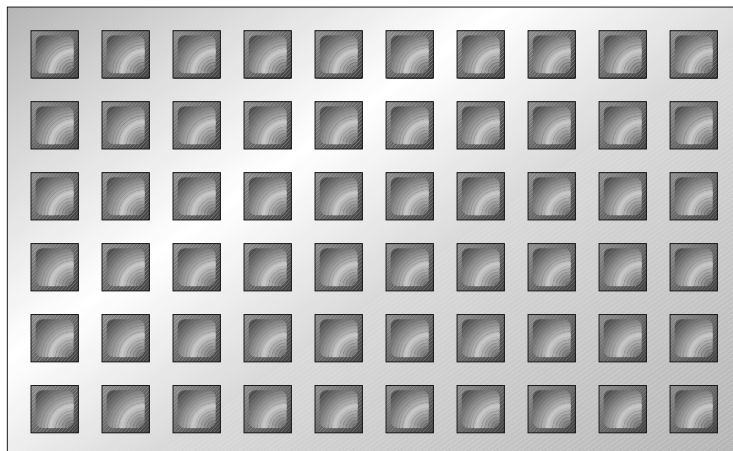
c) Buencacao ha decidido elegir la caja de perímetro menor. ¿Qué medidas tiene esta caja? Representala en papel.

a) Se pueden disponer en cajas con las siguientes cantidades de bombones:

$2 \times 30$ ,  $3 \times 20$ ,  $4 \times 15$ ,  $5 \times 12$ ,  $6 \times 10$ ,  $10 \times 6$ ,  $12 \times 5$ ,  $15 \times 4$ ,  $20 \times 3$ ,  $30 \times 2$ , donde el primer número expresa el número de filas de bombones, y el segundo, el número de columnas.

- |  |  |
|--|--|
| b) $2 \times 30$ bombones = $7 \times 91$ cm | $3 \times 20$ bombones = $10 \times 61$ cm |
| $4 \times 15$ bombones = $13 \times 46$ cm   | $5 \times 12$ bombones = $16 \times 37$ cm |
| $6 \times 10$ bombones = $19 \times 31$ cm   | $10 \times 6$ bombones = $31 \times 19$ cm |
| $12 \times 5$ bombones = $37 \times 16$ cm   | $15 \times 4$ bombones = $46 \times 13$ cm |
| $20 \times 3$ bombones = $61 \times 10$ cm   | $30 \times 2$ bombones = $91 \times 7$ cm  |

c)  $19 \times 31$  cm o su simétrica.



3. Observa los costes de cada caja.

Caja de 30 bombones	
Caja .....	2 €
Bombones .....	20 cent la unidad
Beneficio comercial...	4 € por caja

Caja de 60 bombones	
Caja .....	3 €
Bombones .....	20 cent la unidad
Beneficio comercial...	6 € por caja

Calcula el precio de venta de cada caja.

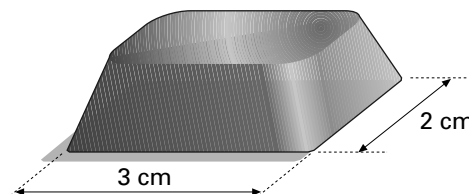
Caja de 30 bombones:  $2 + 0,20 \cdot 30 + 4 = 12$  €. Caja de 60 bombones:  $3 + 0,20 \cdot 60 + 6 = 21$  €

4. Buencacao ha decidido elaborar bombones rectangulares de las siguientes medidas:

Quiere comercializarlos en cajas de 30 unidades.

a) Si la separación entre bombones y entre estos y el borde es de 1 cm, ¿cuáles pueden ser las medidas de la caja?

b) Calcula cuál de las cajas tendrá un perímetro más pequeño.



a) Desestimando las que tienen una fila o columna, nos quedarían:

$2 \times 15$  bombones =  $7 \times 61$  cm

$3 \times 10$  bombones =  $10 \times 41$  cm

$5 \times 6$  bombones =  $16 \times 25$  cm

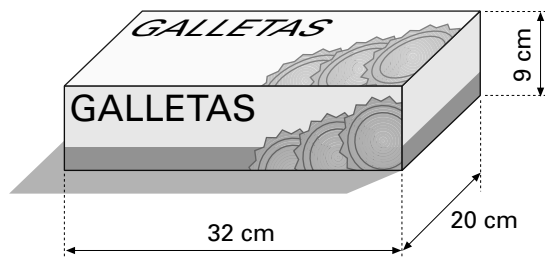
$6 \times 5$  bombones =  $19 \times 21$  cm

$10 \times 3$  bombones =  $31 \times 13$  cm

$15 \times 2$  bombones =  $46 \times 9$  cm

b) La de  $6 \times 5$  bombones

5. Buencacao también elabora galletas de chocolate. Las galletas tienen un grosor de 1 cm. Quiere comercializarlas en una caja de las medidas indicadas:



a) Quiere que todas las galletas sean cuadradas y también lo más grandes posible. ¿Qué medida tendrán?

b) ¿En cuáles de las siguientes cajas cabrán estas galletas sin que quede espacio sin llenar?

- A.  $44 \text{ cm} \cdot 36 \text{ cm}$       B.  $42 \text{ cm} \cdot 34 \text{ cm}$       C.  $38 \text{ cm} \cdot 48 \text{ cm}$       D.  $36 \text{ cm} \cdot 28 \text{ cm}$

c) ¿Cuántas galletas cabrán en la caja que ha diseñado el fabricante?

d) El coste de cada galleta de chocolate es de 15 cent. La caja tiene un coste de 75 cent. Quieren obtener un beneficio de 2 € por caja. ¿A qué precio deberán venderla? Redondea el precio a las decenas de céntimo.

e) Para el transporte, quieren embalar las cajas de galletas en cajas prismáticas grandes. Ninguna de las aristas de las cajas debe medir más de 1 m. ¿Qué medidas tendrán estas cajas? (Nota: Las cajas de galletas han de disponerse todas en la misma orientación.)

a) m.c.d.(32 y 20) = 4, luego tendrán 4 cm de lado.

b) 4 debe ser divisor de ambas dimensiones; por tanto, en la A y la D.

c)  $\frac{32}{4} \cdot \frac{20}{4} = 40$  galletas en cada capa. Como la altura es de 9 cm, habrá  $40 \cdot 9 = 360$  galletas.

d)  $2 + 360 \cdot 0,15 + 0,75 = 56,8$  €

e)  $32 \cdot 3 = 96$ ,  $20 \cdot 5 = 100$ ,  $9 \cdot 11 = 99$ , luego la caja más grande posible mide  $96 \cdot 100 \cdot 99$  cm.

AUTOEVALUACIÓN

2.1. Contesta a las preguntas.

- a) ¿56 es múltiplo de 8?      b) ¿12 es divisor de 20?      c) ¿45 es múltiplo de 7?  
 d) ¿81 es múltiplo de 9?      e) ¿8 es divisor de 74?  
 a) Sí                              b) No                              c) No                              d) Sí                              e) No

2.2. Completa los divisores que faltan en cada caso.

- a) Divisores de 16: 1, 2, □, 8, 16                              b) Divisores de 28: 1, □, 4, □, 14, 28  
 c) Divisores de 36: 1, 2, □, 4, □, 9, □, 18, □              d) Divisores de 45: 1, 3, □, 9, □, 45  
 e) Divisores de 50: □, 2, 5, □, □, 50  
 a) 4                              b) 2, 7                              c) 3, 6, 12, 36              d) 5, 15                              e) 1, 10, 25

2.3. Calcula todos los divisores de 40.

1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40

2.4. Clasifica los números siguientes en primos y compuestos.

7, 9, 13, 15, 22, 23, 29, 31, 39, 45, 49

Primos: 7, 13, 23, 29, 31. Compuestos: 9, 15, 22, 39, 45, 49

2.5. Descompón los números siguientes en factores primos.

- a) 35                              b) 18                              c) 24                              d) 36  
 a)  $5 \cdot 7$                               b)  $2 \cdot 3^2$                               c)  $2^3 \cdot 3$                               d)  $2^2 \cdot 3^2$

2.6. Indica cuáles de estos números son divisibles por 3 y cuáles por 9.

24, 78, 235, 331, 279, 555, 2.172, 752, 2.853

Divisibles por 3: 24, 78, 279, 555, 2.172, 2.853. Divisibles por 9: 279, 2.853.

2.7. Indica cuáles de estos números son divisibles por 4.

96, 246, 872, 384, 1.286, 638, 622, 5.256

96, 872, 384, 5.256

2.8. Escribe cinco números divisibles por 3, cinco divisibles por 5, y cinco divisibles por 3 y 5.

Divisibles por 3: 3, 6, 9, 12, 15. Divisibles por 5: 5, 10, 15, 20, 25. Divisibles por 3 y 5: 15, 30, 45, 60, 75.

2.9. Escribe dos divisores comunes de 50 y 80.

5, 10

2.10. Calcula el m.c.d.

- a) m.c.d.(8 y 24)              b) m.c.d.(12 y 16)              c) m.c.d.(30 y 15)              d) m.c.d.(14 y 35)  
 a) 8                              b) 4                              c) 15                              d) 7

2.11. Escribe cinco números múltiplos de 4, cinco múltiplos de 6, y cinco múltiplos de 4 y 6.

Múltiplos de 4: 4, 8, 12, 16, 20. Múltiplos de 6: 6, 12, 18, 24, 30. Múltiplos de 4 y 6: 12, 24, 36, 48, 60.

2.12. Calcula el m.c.m.

- a) m.c.m.(8 y 12)      b) m.c.m.(6 y 9)      c) m.c.m.(15 y 25)      d) m.c.m.(16 y 24)  
 a) 24      b) 18      c) 75      d) 48

2.13. En una clase hay 24 alumnos, y en otra hay 30. Queremos repartir los alumnos de cada clase en grupos iguales. ¿Cuál es el grupo más grande que podemos establecer?

m.c.d.(24 y 30) = 6. Grupos de 6 personas

2.14. En una emisora de radio dan noticias cada 10 min, y en otra, cada 12 min. ¿Cada cuántos minutos coincidirán las noticias de las dos emisoras?

m.c.m.(10 y 12) = 60. Coincidirán cada 60 min.

APRENDE A PENSAR.. CON MATEMÁTICAS

Tablero de múltiplos

Rellena los espacios en blanco del tablero. Los números deben ser múltiplos de 4, y deben estar comprendidos entre el 4 y el 20, ambos incluidos.

16	×	20	:	8	= 40
:		-		:	
8	+	16	-	4	= 20
×		:		×	
12	:	4	+	16	= 19
= 24		= 16		= 32	

El lobo, la oveja y la col

Un pastor debe atravesar un río acompañado de un lobo, de una oveja y de una col. Únicamente dispone de una pequeña barca, donde solo caben dos. ¿Cómo ha de organizar los viajes sabiendo que el lobo no puede quedarse solo con la oveja, y la oveja no puede quedarse sola con la col?

Primero se lleva la oveja a la otra orilla. Vuelve y coge al lobo, y cuando lo deja en la orilla, coge la oveja de regreso al punto de partida. Allí, deja la oveja y coge la col, llevándosela a donde está el lobo. Finalmente vuelve a por la oveja.

Juego de divisores

Este es un juego para dos o más jugadores. Se lanza un dado. Cada jugador debe colocar el número obtenido en una de las casillas, de manera que sea divisor del número que encabeza la columna o la fila.

	20	9	36	32	30
24					
10					
18					
16					
12					

El dado se lanza 25 veces, tantas como casillas hay. Se da 1 punto por cada acierto en la fila y 1 punto por cada acierto en la columna. Gana el jugador con más puntos.

Actividad lúdica.



Proyecto editorial: **Equipo de Educación Secundaria del Grupo SM**

Autoría: **Miguel Ángel Ingelmo, Yolanda Zárate, M.<sup>a</sup> Ángeles Anaya, Rafaela Arévalo, José Luis González, Rafael A. Martínez**

Edición: **Pedro Machín, Eva Béjar**

Corrección: **Ricardo Ramírez**

Ilustración: **R. Aranda, Modesto Arregui, IDEM, Félix Moreno, A. Muñoz, José Santos**

Fotografía: **Javier Calbet, Sonsoles Prada, Fidel Puerta, Sergio Cuesta, Yolanda Álvarez, José Manuel Navia / Archivo SM; Olimpia Torres; Norbert Tomàs; Luis Castelo; Javier Jaime; Montse Fontich; Oliver Boé; Peter Rey; Almudena Esteban; Pedro Carrión; Kevin Peterson; Andrew Ward; Doug Menuez; Nick Koudis; Ryan McVay; Nancy R. Cohen; John Wang; Robert Glusic. Martial Colomb, Russell Illig, Edmond van Hoorick, Hisham F. Ibrahim, PHOTOLINK, STOCK-TREK / PHOTODISC; Gerard Launet / PHOTOALTO; SUPERSTOCK / AGE PHOTOSTOCK; CORBIS / CORDON PRESS; LAIF / LATINSTOCK; CONTACTO; ÍNDEX; PAISAJES ESPAÑOLES; PRISMA; cmcd; DIGITAL VISION; SPAINSTOCK; BARRES FOTONATURA; JOHN FOX IMAGES; GETTY IMAGES; ITSTOCK; CARTESIA; PHOVOIR; Editorial Alpina; Instituto Geográfico Nacional**

Diseño: **Pablo Canelas, Alfonso Ruano**

Maquetación: **SAFEKAT S. L.**

Coordinación de diseño: **José Luis Rodríguez**

Coordinación editorial: **Josefina Arévalo**

Dirección del proyecto: **Aída Moya**

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra solo puede ser realizada con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, [www.cedro.org](http://www.cedro.org)) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra, a excepción de las páginas que incluyen la leyenda de "Página fotocopiable".

© Ediciones SM

Impreso en España – *Printed in Spain*