EL NÚMERO REAL

CLASIFICACIÓN Y REPRESENTACIÓN DE NÚMEROS REALES

EJERCICIO 1 : Clasifica los siguientes números como $\frac{4}{5}$; $\frac{10}{5}$; $-2{,}333\ldots$; $\sqrt{7}$; $\sqrt{36}$ $-$; $\frac{\pi}{2}$;5; 7 ,4

Solución:

$\frac{4}{5} = 0{,}8 \Rightarrow$ Decimal exacto, Fraccionario, Racional, Real

$\frac{10}{5} = 2 \Rightarrow$ Natural, Entero, Racional, Real

-2,3333…= $-2{,}\overline{3} \Rightarrow$ Decimal periódico puro, Fraccionario, Racional, Real

$\sqrt{7} \Rightarrow$ Decimal no periódico, Irracional, Real

$\sqrt{36} = 6 \Rightarrow$ Natural, Entero, Racional, Real

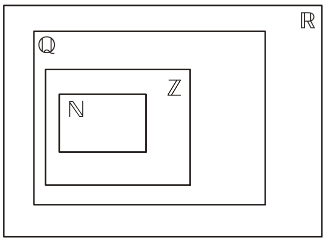
$\frac{\pi}{2} \Rightarrow$ Decimal no periódico, Irracional, Real

-5$\Rightarrow$ Entero negativo, Entero, Racional, Real

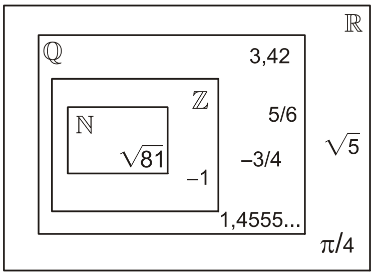
$7{,}4\overline{5} \Rightarrow$ Decimal periódico mixto, Fraccionario, Racional, Real

EJERCICIO 2 : Sitúa cada número en su lugar correspondiente dentro del diagrama:

3,42; $\frac{5}{6}$; $-\frac{3}{4}$; $\sqrt{81}$; $\sqrt{5}$; -1; $\frac{\pi}{4}$; **1,4555...**

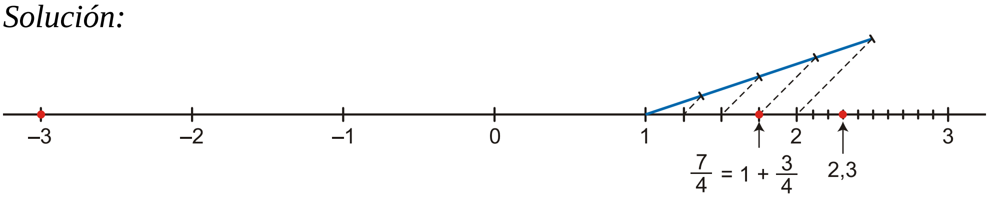


Solución:



EJERCICIO 3 : Representa sobre la recta los siguientes números: **2,3;** $\frac{7}{4}$; -3

Solución:



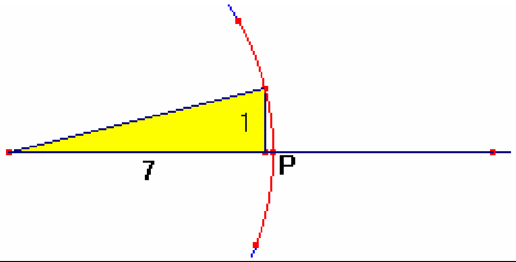
<u>EJERCICIO 4</u> : Representa en la recta real los siguientes números, utilizando el Teorema de Pitágoras:

a) $\sqrt{50}$ b) $\sqrt{82}$

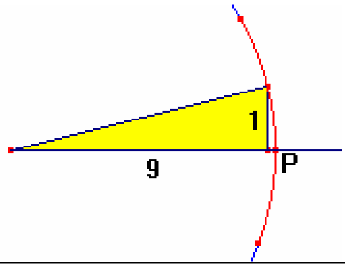
Solución:

a) $\sqrt{50} = \sqrt{7^2 + 1^2}$

La hipotenusa de un triángulo rectángulo de catetos 7 y 1 es la longitud pedida. Con el compás podemos trasladar esta medida a donde deseemos.



b) $\sqrt{82} = \sqrt{9^2 + 1^2}$



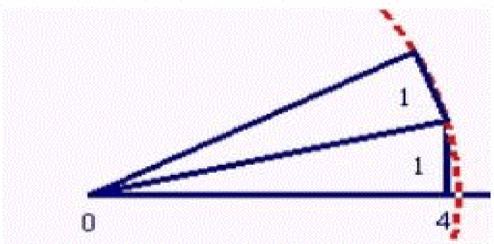
<u>EJERCICIO 5</u> : Representa en la recta real los siguientes números, utilizando el Teorema de Pitágoras:

a) $\sqrt{18}$ b) $\sqrt{46}$

Solución:

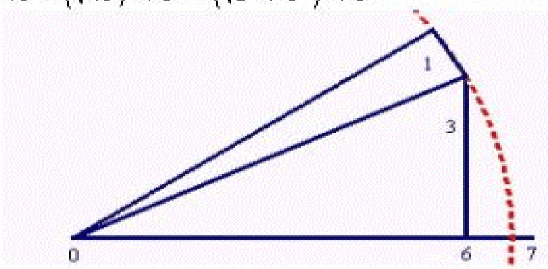
a) $\sqrt{18}$

$18 = \left(\sqrt{17}\right)^2 + 1^2 = \left(\sqrt{4^2 + 1^2}\right)^2 + 1^2$



b) $\sqrt{46}$

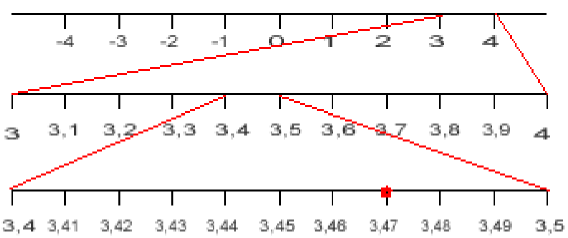
$46 = \left(\sqrt{45}\right)^2 + 1^2 = \left(\sqrt{3^2 + 6^2}\right)^2 + 1^2$



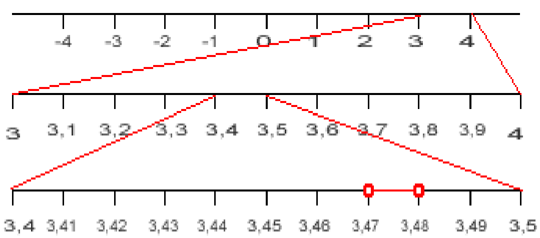
<u>EJERCICIO 6</u> : Representa en la recta real: a) 3,47 b) 3,4777777….

Solución:

a)

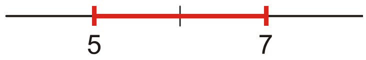


b)

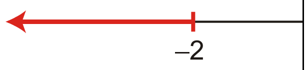
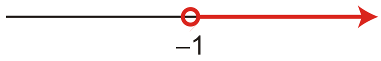


INTERVALOS Y SEMIRECTAS

<u>EJERCICIO 7</u> : Escribe en todas las formas posibles los siguientes intervalos y semirrectas:

a) $\{x /\ -2 \le x < 3\}$ **b)** $(-\infty, -2]$ **c) Números mayores que -1** **d)** 

Solución:

a) $[-2, 3)$ Intervalo semiabierto Números comprendidos entre -2 y 3, incluido -2 	b) $\{x /\ x \le -2\}$ Semirrecta Números menores o iguales que -2 	c) $(-1, +\infty)$ Semirrecta $\{x /\ x > -1\}$ 	d) $[5, 7]$ Intervalo cerrado $\{x /\ 5 \le x \le 7\}$ Números comprendidos entre 5 y 7, ambos incluidos

FRACCIONES, POTENCIAS Y DECIMALES

<u>EJERCICIO 8</u>

a) Opera y simplifica el resultado: $\frac{-1}{2}+\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^{-1}+1{,}1\widehat{6}-\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{2}+\frac{3}{4}\right]$

b) Simplifica: $\frac{2^{-5}\cdot 4^{2}}{2^{-1}}$

Solución:

a) • Expresamos $N = 1{,}1\widehat{6}$ en forma de fracción:

$$\begin{array}{rl} 100N = & 116{,}666\ldots \\ -\quad 10N = & 11{,}666\ldots \\ \hline 90N = & 105 \end{array} \quad \rightarrow \quad N = \frac{105}{90} = \frac{7}{6}$$

• Operamos y simplificamos:

$$\frac{-1}{2}+\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^{-1}+\frac{7}{6}-\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{2}+\frac{3}{4}\right]=\frac{-1}{2}+\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{3}+\frac{7}{6}-\left[\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\right]=\frac{-1}{2}+\frac{5}{4}+\frac{7}{6}-1==\frac{-6}{12}+\frac{15}{12}+\frac{14}{12}-\frac{12}{12}=\frac{11}{12}$$

b) $\frac{2^{-5}\cdot 4^{2}}{2^{-1}}=\frac{2^{-5}\cdot 2^{4}}{2^{-1}}=\frac{2^{-1}}{2^{-1}}=1$

<u>EJERCICIO 9</u>

a) Calcula y simplifica el resultado: $\frac{-2}{3}+\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}+0{,}8\widehat{3}-\left[\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\right]$

b) Simplifica, usando las propiedades de las potencias: $3^{6}\cdot 3^{-5}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$

Solución:

a) • Expresamos $N = 0{,}8\widehat{3}$ en forma de fracción:

$$\begin{array}{rl} 100N = & 83{,}333\ldots \\ -\quad 10N = & 8{,}333\ldots \\ \hline 90N = & 75 \end{array} \quad \rightarrow \quad N = \frac{75}{90} = \frac{5}{6}$$

• Operamos y simplificamos:

$$\frac{-2}{3}+\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}+\frac{5}{6}-\left[\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\right]=\frac{-2}{3}+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}+\frac{5}{6}-\left[\frac{2}{3}-\frac{1}{6}\right]=\frac{-2}{3}+\frac{2}{6}+\frac{5}{6}-\frac{2}{3}+\frac{1}{6}==\frac{-4}{6}+\frac{2}{6}+\frac{5}{6}-\frac{4}{6}+\frac{1}{6}=0$$

b) $3^6\cdot 3^{-5}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}=3^6\cdot 3^{-5}\cdot 3^4=3^5=243$

EJERCICIO 10

a) Efectúa y simplifica: $\frac{1}{4}-\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}+1{,}1\widehat{6}-\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{3}:\frac{2}{5}\right]$

b) Reduce a una sola potencia: $\frac{3^{-5}\cdot 9^4}{3^{-6}\cdot 3^0}$

Solución:

a) • Expresamos $N=1{,}1\widehat{6}$ en forma de fracción:

$$\begin{array}{r} 100N=116{,}666\ldots \\ -\quad 10N=\ \ 11{,}666\ldots \\ \hline 90N=105 \end{array}\quad\rightarrow\quad N=\frac{105}{90}=\frac{7}{6}$$

• Operamos y simplificamos:

$$\frac{1}{4}-\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}+\frac{7}{6}-\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{3}:\frac{2}{5}\right]=\frac{1}{4}-\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}+\frac{7}{6}-\left[\frac{1}{2}-\frac{5}{6}\right]=\frac{1}{4}-\frac{9}{4}+\frac{7}{6}-\frac{1}{2}+\frac{5}{6}==\frac{3}{12}-\frac{27}{12}+\frac{14}{12}-\frac{6}{12}+\frac{10}{12}=\frac{-6}{12}=\frac{-1}{2}$$

b) $\frac{3^{-5}\cdot 9^4}{3^{-6}\cdot 3^0}=\frac{3^{-5}\cdot 3^8}{3^{-6}\cdot 1}=3^9$

EJERCICIO 11

a) Opera y simplifica: $2{,}1\widehat{6}+\frac{1}{4}\cdot\frac{-3}{2}-\left[\left(\frac{-1}{2}\right)^2+\frac{3}{8}\right]$

b) Reduce a una sola potencia y calcula: $\left[\left(\frac{5}{3}\right)^3:\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}\right]^{-1}$

Solución:

a) • Expresamos $N=2{,}1\widehat{6}$ en forma de fracción:

$$\begin{array}{r} 100N=216{,}666\ldots \\ -\quad 10N=\ \ 21{,}666\ldots \\ \hline 90N=195 \end{array}\quad\rightarrow\quad N=\frac{195}{90}=\frac{13}{6}$$

• Operamos y simplificamos:

$$\frac{13}{6}+\frac{1}{4}\cdot\frac{-3}{2}-\left[\left(\frac{-1}{2}\right)^2+\frac{3}{8}\right]=\frac{13}{6}-\frac{3}{8}-\left[\frac{1}{4}+\frac{3}{8}\right]=\frac{13}{6}-\frac{3}{8}-\frac{1}{4}-\frac{3}{8}==\frac{52}{24}-\frac{9}{24}-\frac{6}{24}-\frac{9}{24}=\frac{28}{24}=\frac{7}{6}$$

b) $\left[\left(\frac{5}{3}\right)^3:\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}\right]^{-1}=\left[\left(\frac{5}{3}\right)^3:\left(\frac{5}{3}\right)^2\right]^{-1}=\left[\left(\frac{5}{3}\right)^1\right]^{-1}=\left(\frac{5}{3}\right)^{-1}=\frac{3}{5}$

RAÍCES

EJERCICIO 12 : Averigua el valor de k en cada caso:

a) $\sqrt[4]{k}=7$

b) $\sqrt[k]{125}=5$

c) $\sqrt[5]{32}=k$

Solución:

a) $\sqrt[4]{k} = 7 \quad \rightarrow \quad 7^4 = k \quad \rightarrow \quad k = 2401$

b) $\sqrt[k]{125} = 5 \quad \rightarrow \quad 5^k = 125 \quad \rightarrow \quad k = 3$

c) $\sqrt[5]{32} = k \quad \rightarrow \quad k^5 = 32 \quad \rightarrow \quad k = 2$

<u>EJERCICIO 13</u> : Expresa como potencia de x y simplifica. Da el resultado final en forma de raíz:

a) $\dfrac{x\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}}$

b) $x^2\sqrt{\dfrac{1}{x^3}}$

c) $\sqrt[4]{\left(x^2\right)^3}$

Solución:

a) $\dfrac{x\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} = \dfrac{x^1 \cdot x^{2/3}}{x^{1/2}} = x^{1+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}} = x^{7/6} = \sqrt[6]{x^7} = \sqrt[6]{x \cdot x^6} = x\sqrt[6]{x}$

b) $x^2\sqrt{\dfrac{1}{x^3}} = x^2 \cdot x^{-3/2} = x^{1/2} = \sqrt{x}$

c) $\sqrt[4]{\left(x^2\right)^3} = \sqrt[4]{x^6} = x^{6/4} = x^{3/2} = \sqrt{x^3} = x\sqrt{x}$

<u>EJERCICIO 14</u> : Extrae del radical todos los factores que sea posible:

a) $\sqrt{864a^5b^4}$

b) $\sqrt{\dfrac{x^4y^5}{z^3}}$

c) $\sqrt[3]{a^4b^6c^7}$

Solución:

a) $\sqrt{864a^5b^4} = \sqrt{2^5 \cdot 3^3 \cdot a^5 \cdot b^4} = 2^2 \cdot 3 \cdot a^2 \cdot b^2\sqrt{2 \cdot 3 \cdot a} = 12a^2b^2\sqrt{6a}$

b) $\sqrt{\dfrac{x^4y^5}{z^3}} = \dfrac{x^2y^2}{z}\sqrt{\dfrac{y}{z}}$

c) $\sqrt[3]{a^4b^6c^7} = ab^2c^2\sqrt[3]{ac}$

<u>EJERCICIO 15</u> : Simplifica y extrae los factores que puedas fuera del radical:

a) $\sqrt[7]{a^{10}}$

b) $\left(\sqrt[6]{a^4}\right)^2$

c) $\left(\sqrt{\sqrt[3]{a}}\right)^{10}$

Solución:

a) $\sqrt[7]{a^{10}} = a\sqrt[7]{a^3}$

b) $\left(\sqrt[6]{a^4}\right)^2 = \sqrt[6]{a^8} = a^{8/6} = a^{4/3} = \sqrt[3]{a^4} = a\sqrt[3]{a}$

c) $\left(\sqrt{\sqrt[3]{a}}\right)^{10} = \sqrt[6]{a^{10}} = a^{10/6} = a^{5/3} = \sqrt[3]{a^5} = a\sqrt[3]{a^2}$

<u>EJERCICIO 16</u> : Expresa como potencia de exponente fraccionario y simplifica. Da el resultado final en forma de raíz:

a) $\dfrac{\sqrt[4]{a^{10}}}{\sqrt{a^3}}$

b) $\sqrt[6]{\dfrac{1}{a^{15}}} \cdot \sqrt{a^6}$

c) $\sqrt{\dfrac{1}{27}} \cdot \sqrt[3]{9}$

Solución:

a) $\dfrac{\sqrt[4]{a^{10}}}{\sqrt{a^3}} = \dfrac{a^{10/4}}{a^{3/2}} = \dfrac{a^{5/2}}{a^{3/2}} = a$

b) $\sqrt[6]{\dfrac{1}{a^{15}}} \cdot \sqrt{a^6} = a^{-15/6} \cdot a^{6/2} = a^{-5/2} \cdot a^3 = a^{1/2} = \sqrt{a}$

c) $\sqrt{\dfrac{1}{27}} \cdot \sqrt[3]{9} = \sqrt{\dfrac{1}{3^3}} \cdot \sqrt[3]{3^2} = 3^{-3/2} \cdot 3^{2/3} = 3^{-5/6} = \sqrt[6]{\dfrac{1}{3^5}}$

EJERCICIO 17

a) Opera y simplifica: $\mathbf{\dfrac{1}{5}\sqrt{300} + \dfrac{1}{2}\sqrt{12} - \sqrt{3}}$

b) Racionaliza y simplifica: $\mathbf{\dfrac{3+\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}}$

Solución:

a) $\dfrac{1}{5}\sqrt{300} + \dfrac{1}{2}\sqrt{12} - \sqrt{3} = \dfrac{1}{5}\sqrt{2^2 \cdot 3 \cdot 5^2} + \dfrac{1}{2}\sqrt{2^2 \cdot 3} - \sqrt{3} = \dfrac{1}{5} \cdot 2 \cdot 5\sqrt{3} + \dfrac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} - \sqrt{3} =$

$= 2\sqrt{3} + \sqrt{3} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

b) $\dfrac{3+\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}} = \dfrac{(3+\sqrt{2})(3+\sqrt{2})}{(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})} = \dfrac{9+2+6\sqrt{2}}{9-2} = \dfrac{11+6\sqrt{2}}{7}$

EJERCICIO 18

a) Calcula y simplifica: $\mathbf{\sqrt{28} - \dfrac{1}{3}\sqrt{63} + 2\sqrt{7}}$

b) Racionaliza y simplifica: $\mathbf{\dfrac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}}$

Solución:

a) $\sqrt{28} - \dfrac{1}{3}\sqrt{63} + 2\sqrt{7} = \sqrt{2^2 \cdot 7} - \dfrac{1}{3}\sqrt{3^2 \cdot 7} + 2\sqrt{7} = 2\sqrt{7} - \dfrac{1}{3} \cdot 3\sqrt{7} + 2\sqrt{7} =$

$= 2\sqrt{7} - \sqrt{7} + 2\sqrt{7} = 3\sqrt{7}$

b) $\dfrac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} = \dfrac{(1+\sqrt{3})(1+\sqrt{3})}{(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})} = \dfrac{1+3+2\sqrt{3}}{1-3} = \dfrac{4+2\sqrt{3}}{-2} = -2-\sqrt{3}$

EJERCICIO 19

a) Efectúa y simplifica: $\mathbf{\sqrt{405} - \sqrt{45} + 8\sqrt{5}}$

b) Racionaliza y simplifica: $\mathbf{\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}}$

Solución:

a) $\sqrt{405} - \sqrt{45} + 8\sqrt{5} = \sqrt{3^4 \cdot 5} - \sqrt{3^2 \cdot 5} + 8\sqrt{5} = 9\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 8\sqrt{5} = 14\sqrt{5}$

b) $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} = \dfrac{(\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})} = \dfrac{6+2-2\sqrt{12}}{6-2} = \dfrac{8-2\sqrt{12}}{4} = \dfrac{8-2\sqrt{2^2 \cdot 3}}{4} =$

$= \dfrac{8-4\sqrt{3}}{4} = 2-\sqrt{3}$

EJERCICIO 20

a) Opera y simplifica: $\mathbf{2\sqrt{48} - \sqrt{300} + 5\sqrt{3}}$

b) Racionaliza y simplifica: $\mathbf{\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$

Solución:

a) $2\sqrt{48}-\sqrt{300}+5\sqrt{3}=2\sqrt{2^4\cdot 3}-\sqrt{2^2\cdot 3\cdot 5^2}+5\sqrt{3}=8\sqrt{3}-10\sqrt{3}+5\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

b) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}+\dfrac{\sqrt{6}}{3}=\dfrac{3\sqrt{6}}{6}+\dfrac{2\sqrt{6}}{6}=\dfrac{5\sqrt{6}}{6}$

EJERCICIO 21

a) Efectúa y simplifica: $\left(\sqrt{2}\right)^3-\sqrt{32}+5\sqrt{2}$

b) Racionaliza y simplifica: $\dfrac{8}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$

Solución:

a) $\left(\sqrt{2}\right)^3-\sqrt{32}+5\sqrt{2}=2\sqrt{2}-\sqrt{2^4\cdot 2}+5\sqrt{2}=2\sqrt{2}-4\sqrt{2}+5\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

b) $\dfrac{8}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}=\dfrac{8\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}=\dfrac{8\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{7-3}=\dfrac{8\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{4}=2\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)=2\sqrt{7}+2\sqrt{3}$

EJERCICIO 22

a) Calcula y simplifica: $\dfrac{2}{3}\sqrt{80}-\dfrac{1}{4}\sqrt{180}+\sqrt{5}$

b) Racionaliza y simplifica: $\dfrac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

Solución:

a) $\dfrac{2}{3}\sqrt{80}-\dfrac{1}{4}\sqrt{180}+\sqrt{5}=\dfrac{2}{3}\sqrt{2^4\cdot 5}-\dfrac{1}{4}\sqrt{2^2\cdot 3^2\cdot 5}+\sqrt{5}=\dfrac{8}{3}\sqrt{5}-\dfrac{6}{4}\sqrt{5}+\sqrt{5}==\left(\dfrac{8}{3}-\dfrac{6}{4}+1\right)\sqrt{5}=\dfrac{13}{6}\sqrt{5}$

b) $\dfrac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\dfrac{\left(1-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{10}-\sqrt{6}}{5-3}=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{10}-\sqrt{6}}{2}$

EJERCICIO 23

a) Opera y simplifica: $\dfrac{1}{5}\sqrt{75}+\sqrt{3}-\dfrac{1}{2}\sqrt{243}$

b) Racionaliza y simplifica: $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

Solución:

a) $\dfrac{1}{5}\sqrt{75}+\sqrt{3}-\dfrac{1}{2}\sqrt{243}=\dfrac{1}{5}\sqrt{3\cdot 5^2}+\sqrt{3}-\dfrac{1}{2}\sqrt{3^5}=\sqrt{3}+\sqrt{3}-\dfrac{9}{2}\sqrt{3}=-\dfrac{5}{2}\sqrt{3}$

b) $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\dfrac{\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}=\dfrac{5-2\sqrt{15}+3}{5-3}=\dfrac{8-2\sqrt{15}}{2}=4-\sqrt{15}$

EJERCICIO 24

a) Opera y simplifica: $\sqrt{24}+\dfrac{1}{2}\sqrt{54}-\sqrt{600}$

b) Racionaliza y simplifica: $\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

a) $\sqrt{24}+\frac{1}{2}\sqrt{54}-\sqrt{600}=\sqrt{2^3\cdot 3}+\frac{1}{2}\sqrt{2\cdot 3^3}-\sqrt{2^3\cdot 3\cdot 5^2}=2\sqrt{6}+\frac{3}{2}\sqrt{6}-10\sqrt{6}=-\frac{13}{6}\sqrt{6}$

b) $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}\left(2\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(2\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}=\frac{6+\sqrt{6}}{12-2}=\frac{6+\sqrt{6}}{10}$

<u>EJERCICIO 25</u> : Calcula y simplifica:

a) $\mathbf{2\sqrt{8}-\frac{1}{3}\sqrt{18}+\sqrt{32}}$

b) $\mathbf{\frac{\sqrt[3]{x^4}\cdot\sqrt{x^3}}{\sqrt[6]{x}}}$

Solución:

a) $2\sqrt{8}-\frac{1}{3}\sqrt{18}+\sqrt{32}=2\sqrt{2^3}-\frac{1}{3}\sqrt{2\cdot 3^2}+\sqrt{2^5}=4\sqrt{2}-\sqrt{2}+4\sqrt{2}=7\sqrt{2}$

b) $\frac{\sqrt[3]{x^4}\cdot\sqrt{x^3}}{\sqrt[6]{x}}=\sqrt[6]{\frac{x^8\cdot x^9}{x}}=\sqrt[6]{x^{16}}=\sqrt[3]{x^8}=x^2\sqrt[3]{x^2}$

<u>EJERCICIO 26</u> : Opera y simplifica:

a) $\mathbf{\sqrt{27}+\frac{1}{2}\sqrt{12}-2\sqrt{75}}$

b) $\mathbf{\frac{\sqrt[4]{a^3}\cdot\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^2}}}$

Solución:

a) $\sqrt{27}+\frac{1}{2}\sqrt{12}-2\sqrt{75}=\sqrt{3^3}+\frac{1}{2}\sqrt{2^2\cdot 3}-2\sqrt{3\cdot 5^2}=3\sqrt{3}+\sqrt{3}-10\sqrt{3}=-6\sqrt{3}$

b) $\frac{\sqrt[4]{a^3}\cdot\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^2}}=\sqrt[12]{\frac{a^9\cdot a^6}{a^8}}=\sqrt[12]{a^7}$

<u>EJERCICIO 27</u> : Calcula y simplifica el resultado:

a) $\mathbf{\sqrt{27}-\sqrt{3}+\sqrt{192}-2\sqrt{12}}$

b) $\mathbf{\frac{\sqrt[3]{9}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{27}}}$

Solución:

a) $\sqrt{27}-\sqrt{3}+\sqrt{192}-2\sqrt{12}=\sqrt{3^3}-\sqrt{3}+\sqrt{2^6\cdot 3}-2\sqrt{2^2\cdot 3}=3\sqrt{3}-\sqrt{3}+8\sqrt{3}-4\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

b) $\frac{\sqrt[3]{9}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{27}}=\frac{\sqrt[3]{3^2}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3^3}}=\sqrt[6]{\frac{3^4\cdot 3^3}{3^9}}=\sqrt[6]{\frac{1}{3^2}}=\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$

<u>EJERCICIO 28</u> : Opera y simplifica:

a) $\mathbf{\sqrt{48}+3\sqrt{75}-\sqrt{81}+\sqrt{108}}$

b) $\mathbf{\frac{\sqrt{75}\cdot\sqrt[3]{25}}{\sqrt{15}}}$

Solución:

a) $\sqrt{48}+3\sqrt{75}-\sqrt{81}+\sqrt{108}=\sqrt{2^4\cdot 3}+3\sqrt{3\cdot 5^2}-\sqrt{3^4}+\sqrt{2^2\cdot 3^3}=4\sqrt{3}+15\sqrt{3}-9+6\sqrt{3}==25\sqrt{3}-9$

b) $\dfrac{\sqrt{75}\cdot\sqrt[3]{25}}{\sqrt{15}}=\dfrac{\sqrt{3\cdot 5^2}\cdot\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt{3\cdot 5}}=\sqrt[6]{\dfrac{3^3\cdot 5^6\cdot 5^4}{3^3\cdot 5^3}}=\sqrt[6]{5^7}=5\sqrt[6]{5}$

<u>EJERCICIO 29</u> : Calcula y simplifica:

a) $3\sqrt{32}-\dfrac{1}{3}\sqrt{72}+\sqrt{128}$

b) $\dfrac{\sqrt[3]{9}\cdot\sqrt{27}}{\sqrt[6]{3}}$

Solución:

a) $3\sqrt{32}-\dfrac{1}{3}\sqrt{72}+\sqrt{128}=3\sqrt{2^5}-\dfrac{1}{3}\sqrt{2^3\cdot 3^2}+\sqrt{2^7}=12\sqrt{2}-2\sqrt{2}+8\sqrt{2}=18\sqrt{2}$

b) $\dfrac{\sqrt[3]{9}\cdot\sqrt{27}}{\sqrt[6]{3}}=\dfrac{\sqrt[3]{3^2}\cdot\sqrt{3^3}}{\sqrt[6]{3}}=\sqrt[6]{\dfrac{3^4\cdot 3^9}{3}}=\sqrt[6]{3^{12}}=3^2=9$

<u>EJERCICIO 30</u>

a) Simplifica y extrae los factores que puedas fuera del radical:

I) $\sqrt{\dfrac{1}{9}}\cdot\sqrt[3]{27}$ **II)** $\left(\sqrt{\sqrt[4]{a}}\right)^{10}$ **III)** $\sqrt{162a^5b^6}$

b) Racionaliza y simplifica : $\dfrac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

Solución:

a) I) $\sqrt{\dfrac{1}{3^2}}\cdot\sqrt[3]{3^3}=\dfrac{1}{3}\cdot 3=1$ II) $\left(\sqrt[8]{a}\right)^{10}=a^{10/8}=a^{5/4}=\sqrt[4]{a^5}=a\sqrt[4]{a}$ III) $\sqrt{2\cdot 3^4\cdot a^5\cdot b^6}=9a^2b^3\sqrt{2a}$

b) $\dfrac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}=\dfrac{3\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)}=\dfrac{3\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)}{5-2}=\dfrac{3\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)}{3}=\sqrt{5}+\sqrt{2}$

<u>EJERCICIO 31</u> : Expresa como un solo radical:

a) $\sqrt[3]{\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}}$ b) $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[4]{2^2}$ c) $\sqrt[3]{\sqrt{7}}\cdot\sqrt[5]{7}$

Solución:

a) $\sqrt[3]{\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}}=\sqrt[3]{\sqrt{10}}=\sqrt[6]{10}$ b) $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[4]{2^2}=\sqrt[12]{2^4\cdot 2^6}=\sqrt[12]{2^{10}}=\sqrt[6]{2^5}$

c) $\sqrt[3]{\sqrt{7}}\cdot\sqrt[5]{7}=\sqrt[6]{7}\cdot\sqrt[5]{7}=\sqrt[30]{7^5\cdot 7^6}=\sqrt[30]{7^{11}}$

<u>EJERCICIO 32</u> : Racionaliza y simplifica:

a) $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

b) $\dfrac{1}{\sqrt[4]{a}}$

c) $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

Solución:

a) $\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ b) $\dfrac{1}{\sqrt[4]{a}}=\dfrac{\sqrt[4]{a^3}}{\sqrt[4]{a}\cdot\sqrt[4]{a^3}}=\dfrac{\sqrt[4]{a^3}}{a}$

c) $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \dfrac{(\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \dfrac{3+5+2\sqrt{15}}{5-3} = \dfrac{8+2\sqrt{15}}{2} = 4+\sqrt{15}$

<u>EJERCICIO 33</u> : Racionaliza y simplifica:

a) $\dfrac{3}{\sqrt{2}}$

b) $\dfrac{2}{\sqrt[3]{a}}$

c) $\dfrac{\sqrt{2}}{5-\sqrt{2}}$

Solución:

a) $\dfrac{3}{\sqrt{2}} = \dfrac{3\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

b) $\dfrac{2}{\sqrt[3]{a}} = \dfrac{2\cdot\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{a^2}} = \dfrac{2\sqrt[3]{a^2}}{a}$

c) $\dfrac{\sqrt{2}}{5-\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}(5+\sqrt{2})}{(5-\sqrt{2})(5+\sqrt{2})} = \dfrac{5\sqrt{2}+2}{25-2} = \dfrac{2+5\sqrt{2}}{23}$

<u>EJERCICIO 34</u> : Racionaliza y simplifica:

a) $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

b) $\dfrac{3}{\sqrt[5]{a^2}}$

c) $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

Solución:

a) $\dfrac{1}{\sqrt{5}} = \dfrac{1\cdot\sqrt{5}}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$

b) $\dfrac{3}{\sqrt[5]{a^2}} = \dfrac{3\cdot\sqrt[5]{a^3}}{\sqrt[5]{a^2}\cdot\sqrt[5]{a^3}} = \dfrac{3\sqrt[5]{a^3}}{a}$

c) $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \dfrac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \dfrac{3+2+2\sqrt{6}}{3-2} = \dfrac{5+2\sqrt{6}}{1} = 5+2\sqrt{6}$

<u>EJERCICIO 35</u> : Racionaliza y simplifica:

a) $\dfrac{2}{3\sqrt{2}}$

b) $\dfrac{1}{\sqrt[7]{a^4}}$

c) $\dfrac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}+\sqrt{5}}$

Solución:

a) $\dfrac{2}{3\sqrt{5}} = \dfrac{2\cdot\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \dfrac{2\sqrt{2}}{3\cdot 2} = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$

b) $\dfrac{1}{\sqrt[7]{a^4}} = \dfrac{1\cdot\sqrt[7]{a^3}}{\sqrt[7]{a^4}\cdot\sqrt[7]{a^3}} = \dfrac{\sqrt[7]{a^3}}{a}$

c) $\dfrac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}+\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}(2\sqrt{2}-\sqrt{5})}{(2\sqrt{2}+\sqrt{5})(2\sqrt{2}-\sqrt{5})} = \dfrac{2\sqrt{10}-5}{8-5} = \dfrac{2\sqrt{10}-5}{3}$

APROXIMACIONES Y ERRORES

<u>EJERCICIO 36</u> : Halla con ayuda de la calculadora, aproximando, cuando sea necesario, hasta las centésimas: **a)** $\sqrt{347}$ **b)** $\sqrt[5]{7776}$ **c)** $\sqrt[4]{7^3}$ **d)** $\frac{\sqrt{125}}{3}$

Solución:

a) $\sqrt{347} \approx 18{,}63$

b) $\sqrt[5]{7776} = 6$

c) $\sqrt[4]{7^3} \approx 4{,}30$

d) $\frac{\sqrt{125}}{3} \approx 3{,}73$

<u>EJERCICIO 37</u> :

a) **Aproxima cada una de las siguientes cantidades, dando dos cifras significativas:**

I) Hay 1 527 estudiantes en un instituto.

II) Victoria pesa 58,23 kg.

b) **Halla el error absoluto y el error relativo cometidos al hacer las aproximaciones.**

Solución:

I) 1 527 estudiantes ≈ 1 5 cientos de estudiantes

Error absoluto = Valor real – Valor aproximado = 1 527 – 1 500 = 27 estudiantes

$$\text{Error\_relativo} = \frac{27}{1527} = 0{,}01768... < 1{,}77.10^{-2}$$

II) 58,23 kg ≈ 58 kg

Error absoluto = 58,23 – 58 = 0,23 kg

$$\text{Error\_relativo} = \frac{0{,}23}{58{,}23} = 3{,}9498...10^{-3} < 3{,}95.10^{-3}$$

<u>EJERCICIO 38</u>

a) **Aproxima hasta las décimas cada uno de los siguientes números:**

A = 1,84 **B = 39,174**

b) **Halla el error absoluto y el error relativo que se cometen al tomar esas aproximaciones.**

Solución:

A = 1,84 ≈ 1,8

Error absoluto = Valor real – Valor aproximado = 1,84 – 1,8 = 0,04

$$\text{Error\_relativo} = \frac{0{,}04}{1{,}84} = 0{,}021739... < 2{,}18.10^{-2}$$

B = 39,174 ≈ 39,2

Error absoluto = 39,174 – 39,2 = 0,026

$$\text{Error\_relativo} = \frac{0{,}026}{39{,}174} = 0{,}0006637... < 6{,}64.10^{-4}$$

<u>EJERCICIO 39</u> : Da una cota para el error absoluto y otra para el error relativo cometidos al hacer las siguientes aproximaciones:

a) **La altura de un edificio es de 35 metros.**

b) **En una biblioteca hay 56 miles de libros.**

Solución:

El error absoluto es menor que media unidad del orden de la última cifra significativa: $|\text{Error absoluto}| < \varepsilon$

Una cota para el error relativo es: $|\text{Error relativo}| < \dfrac{\varepsilon}{\text{Valor aproximado}}$

tanto:

a) $|\text{Error absoluto}| < 0{,}5$ metros $\quad$ $\text{Error\_relativo} = \dfrac{0{,}5}{35} = 0{,}01428... < 1{,}43.10^{-2}$

b) $|\text{Error absoluto}| < 500$ libros $\quad$ $\text{Error\_relativo} = \dfrac{500}{56000} = 8{,}9285...10^{-3} < 8{,}93.10^{-3}$

<u>EJERCICIO 40</u>

a) Expresa con un número razonable de cifras significativas cada una de las siguientes cantidades:

I) 3 842 ejemplares vendidos de un libro. II) Hemos gastado 1 212,82 € en nuestras vacaciones.

b) ¿Qué error absoluto estamos cometiendo al considerar 29 miles de habitantes como aproximación de 29 238? ¿Y error relativo?

Solución:

a) I) 3 842 ejemplares ≈ 3 8 cientos de ejemplares

II) 1 212,82 € ≈ 1 2 cientos de €

b) Error absoluto = Valor real – Valor aproximado = 29 238 – 29 000 = 238 habitantes

$\text{Error\_relativo} = \dfrac{238}{29.238} = 8{,}14009...10^{-3} < 8{,}15.10^{-3}$

<u>EJERCICIO 41</u> : En una librería se han vendido 5 271 ejemplares de un determinado libro, a 32,45 € cada uno.

a) ¿Cuánto dinero se ha recaudado en la venta? Aproxima la cantidad obtenida dando dos cifras significativas.

b) Di cuál es el error absoluto y cuál el error relativo cometidos al hacer la aproximación.

Solución:

a) 5 271 · 32,45 = 171 043,95 € ≈ 17 decenas de miles de €

b) Error absoluto = Valor real – Valor aproximado = 171 043,95 – 170 000 = 1 043,95 €

$\text{Error\_relativo} = \dfrac{1043{,}95}{171043{,}95} = 6{,}1034...10^{-3} < 6{,}11.10^{-3}$

NOTACIÓN CIENTÍFICA

<u>EJERCICIO 42</u>

a) Escribe en forma decimal estos números: $\quad$ **$A = 3{,}42 \cdot 10^{12}$** $\quad$ **$B = 1{,}43 \cdot 10^{-8}$**

b) Expresa en notación científica las siguientes cantidades:

C = 3 410 000 000 000 $\quad$ **D = 0,00000002** $\quad$ **$E = 82\,300 \cdot 10^{18}$**

Solución:

a) A = 3 420 000 000 000 $\quad$ B = 0,0000000143

b) $C = 3{,}41 \cdot 10^{12}$ $\quad$ $D = 2 \cdot 10^{-8}$ $\quad$ $E = 8{,}23 \cdot 10^{22}$

<u>EJERCICIO 43</u>

a) Al realizar con la calculadora la operación 3^{30} hemos obtenido en la pantalla lo siguiente:

$\boxed{2.058911321^{14}}$

Expresa en notación científica el número anterior. ¿De cuántas cifras es dicho número?

b) Aproxima el resultado anterior dando tres cifras significativas. Da una cota para el error absoluto y otra para el error relativo cometidos al hacer la aproximación.

Solución:

a) $2{,}058911321 \cdot 10^{14} \rightarrow$ Tiene 15 cifras

Aproximación $\rightarrow 2{,}06 \cdot 10^{14}$

$|\text{Error absoluto}| < 5 \cdot 10^{11} = \varepsilon$

$$|\text{Error relativo}| < \frac{\varepsilon}{\text{Valor aproximado}} = \frac{5 \cdot 10^{11}}{2{,}06 \cdot 10^{14}} \approx 0{,}002\,427\ldots 10^{-3} < 2{,}43.10^{-3}$$

EJERCICIO 44

a) Si calculamos 2^{-20} con la calculadora, obtenemos en pantalla:

$\boxed{9.536743164^{-07}}$

Expresa el número anterior en notación científica y en forma decimal.

b) Aproxima el resultado anterior dando dos cifras significativas. Da una cota para el error absoluto y otra para el error relativo cometidos al hacer la aproximación.

Solución:

a) $9{,}536743164 \cdot 10^{-7} \rightarrow$ Notación científica

$0{,}0000009536743164 \rightarrow$ Notación decimal

b) Aproximación $\rightarrow 9{,}5 \cdot 10^{-7}$

$|\text{Error absoluto}| < 5 \cdot 10^{-9} = \varepsilon$

$$|\text{Error relativo}| < \frac{\varepsilon}{\text{Valor aproximado}} = \frac{5 \cdot 10^{-9}}{9{,}5 \cdot 10^{-7}} \approx 0{,}005\,2631\ldots. < 5{,}27.10^{-3}$$

EJERCICIO 45 : Calcula, expresando el resultado en notación científica con tres cifras significativas:

a) I) $\dfrac{(4{,}58 \cdot 10^{8}) \cdot (3{,}21 \cdot 10^{9})}{2 \cdot 10^{-3}}$ II) $4{,}53 \cdot 10^{7} + 5{,}84 \cdot 10^{5} - 3{,}4 \cdot 10^{8}$

b) I) $\dfrac{(3{,}42 \cdot 10^{-5}) \cdot (2{,}81 \cdot 10^{-6})}{2 \cdot 10^{-4}}$ II) $3{,}45 \cdot 10^{9} + 4{,}3 \cdot 10^{8} - 3{,}25 \cdot 10^{10}$

c) I) $\dfrac{(2{,}53 \cdot 10^{10}) \cdot (3{,}41 \cdot 10^{-2})}{2 \cdot 10^{4}}$ II) $5{,}23 \cdot 10^{8} + 3{,}03 \cdot 10^{9} - 2{,}51 \cdot 10^{7}$

Solución:

a) I) $\dfrac{(4{,}58 \cdot 10^{8}) \cdot (3{,}21 \cdot 10^{9})}{2 \cdot 10^{-3}} = \dfrac{(4{,}58 \cdot 3{,}21) \cdot 10^{17}}{2 \cdot 10^{-3}} = \dfrac{14{,}7018 \cdot 10^{17}}{2 \cdot 10^{-3}} = 7{,}3509 \cdot 10^{20} \approx 7{,}35 \cdot 10^{20}$

II) $4{,}53 \cdot 10^{7} + 5{,}84 \cdot 10^{5} - 3{,}4 \cdot 10^{8} = 453 \cdot 10^{5} + 5{,}84 \cdot 10^{5} - 3\,400 \cdot 10^{5} =$

$= (453 + 5{,}84 - 3.\,400) \cdot 10^{5} = -\,2\,941{,}16 \cdot 10^{5} = -2{,}94116 \cdot 10^{8} \approx -\,2{,}94 \cdot 10^{8}$

a) I) $\dfrac{(3{,}42 \cdot 10^{-5}) \cdot (2{,}81 \cdot 10^{-6})}{2 \cdot 10^{-4}} = \dfrac{(3{,}42 \cdot 2{,}81) \cdot 10^{-11}}{2 \cdot 10^{-4}} = \dfrac{9{,}6102 \cdot 10^{-11}}{2 \cdot 10^{-4}} = 4{,}8051 \cdot 10^{-7} \approx 4{,}8 \cdot 10^{-7}$

II) $3{,}45 \cdot 10^{9} + 4{,}3 \cdot 10^{8} - 3{,}25 \cdot 10^{10} = 34{,}5 \cdot 10^{8} + 4{,}3 \cdot 10^{8} - 325 \cdot 10^{8} =$

$= (34{,}5 + 4{,}3 - 325) \cdot 10^{8} = -\,286{,}2 \cdot 10^{8} = -2{,}862 \cdot 10^{10} \approx -2{,}9 \cdot 10^{10}$

a) I) $\dfrac{(2{,}53 \cdot 10^{10}) \cdot (3{,}41 \cdot 10^{-2})}{2 \cdot 10^{4}} = \dfrac{(2{,}53 \cdot 3{,}41) \cdot 10^{8}}{2 \cdot 10^{4}} = \dfrac{8{,}6273 \cdot 10^{8}}{2 \cdot 10^{4}} = 4{,}31365 \cdot 10^{4} \approx 4{,}31 \cdot 10^{4}$

II) $5{,}23 \cdot 10^{8} + 3{,}03 \cdot 10^{9} - 2{,}51 \cdot 10^{7} = 52{,}3 \cdot 10^{7} + 303 \cdot 10^{7} - 2{,}51 \cdot 10^{7} =$

$= (52{,}3 + 303 - 2{,}51) \cdot 10^{7} = 352{,}79 \cdot 10^{7} = 3{,}5279 \cdot 10^{9} \approx 3{,}53 \cdot 10^{9}$

EJERCICIO 46 : Dados los números: **$A = 5{,}23 \cdot 10^{8}$** **$B = 3{,}02 \cdot 10^{7}$** **$C = 2 \cdot 10^{9}$**

Efectúa las siguientes operaciones, dando el resultado en notación científica con dos cifras significativas:

I) $\dfrac{A \cdot B}{C}$ **II)** $A + B - C$

Solución:

a) I) $\dfrac{(5,23 \cdot 10^8)\cdot(3,02 \cdot 10^7)}{2 \cdot 10^9} = \dfrac{(5,23 \cdot 3,02)\cdot 10^{15}}{2 \cdot 10^9} = \dfrac{(15,7946)\cdot 10^{15}}{2 \cdot 10^9} = 7,8973 \cdot 10^6 \approx 7,9 \cdot 10^6$

II) $5,23 \cdot 10^8 + 3,02 \cdot 10^7 - 2 \cdot 10^9 = 52,3 \cdot 10^7 + 3,02 \cdot 10^7 - 200 \cdot 10^7 =$

$= (52,3 + 3,02 - 200) \cdot 10^7 = -144,68 \cdot 10^7 = -1,4468 \cdot 10^9 \approx -1,4 \cdot 10^9$

EJERCICIO 47

a) Halla, con ayuda de la calculadora, el resultado de estas operaciones en notación científica con tres cifras significativas: $\dfrac{5,47 \cdot 10^8 + 3,42 \cdot 10^5}{3,5 \cdot 10^4 - 2,53 \cdot 10^3}$

b) Da una cota para el error absoluto y otra para el error relativo cometidos al dar el resultado aproximado.

Solución:

a) $\boxed{(}$ 5.47 $\boxed{\text{EXP}}$ 8 $\boxed{+}$ 3.42 $\boxed{\text{EXP}}$ 5 $\boxed{)}$ $\boxed{\div}$ $\boxed{(}$ 3.5 $\boxed{\text{EXP}}$ 4 $\boxed{-}$ 2.53 $\boxed{\text{EXP}}$ 3 $\boxed{)}$ $\boxed{=}$

$\boxed{16856.85248}$

Por tanto: $\dfrac{5,47 \cdot 10^8 + 3,42 \cdot 10^5}{3,5 \cdot 10^4 - 2,53 \cdot 10^3} \approx 1,69 \cdot 10^4$

b) $|\text{Error absoluto}| < 5 \cdot 10^1 = \varepsilon$

$|\text{Error relativo}| < \dfrac{\varepsilon}{\text{Valor real}} \approx \dfrac{\varepsilon}{\text{Valor aproximado}}$ $|\text{Error relativo}| < 0,003$

EJERCICIO 48

a) Halla, con ayuda de la calculadora, dando el resultado en notación científica con tres cifras significativas: $\dfrac{2,428 \cdot 10^9 - 3,54 \cdot 10^8}{4,25 \cdot 10^{-2} + 3,4 \cdot 10^{-3}}$

b) Da una cota para el error absoluto y otra para el error relativo cometidos al dar el resultado aproximado.

Solución:

a) $\boxed{(}$ 2.428 $\boxed{\text{EXP}}$ 9 $\boxed{-}$ 3.54 $\boxed{\text{EXP}}$ 8 $\boxed{)}$ $\boxed{\div}$ $\boxed{(}$ 4.25 $\boxed{\text{EXP}}$ 2 $\boxed{+/-}$ $\boxed{+}$ 3.4 $\boxed{\text{EXP}}$ 3 $\boxed{+/-}$ $\boxed{)}$

$\boxed{=}$ $\boxed{4.518518519^{\;10}}$

Por tanto: $\dfrac{2,428 \cdot 10^9 - 3,54 \cdot 10^8}{4,25 \cdot 10^{-2} + 3,4 \cdot 10^{-3}} \approx 4,52 \cdot 10^{10}$

b) $|\text{Error absoluto}| < 5 \cdot 10^7 = \varepsilon$

$|\text{Error relativo}| < \dfrac{\varepsilon}{\text{Valor real}} \approx \dfrac{\varepsilon}{\text{Valor aproximado}}$ $|\text{Error relativo}| < 0,0011061\ldots < 1,11\ 10^{-3}$

EJERCICIO 49 : La velocidad de la luz, en el vacío, es 300.000 km/s. ¿Cuántos metros recorre la luz en un día?. Expresa el resultado en notación científica.

Solución:

1 día $= 24 \cdot 60 \cdot 60 = 86.400$ s $\Rightarrow e = 3 \cdot 10^8 \cdot 8,64 \cdot 10^4 = 2,592 \cdot 10^{13}$ m.

EJERCICIO 50 :Una determinada bacteria mide 2.10^{-6} m. ¿Cuántas bacterias colocadas en línea recta serían necesarias para cubrir 1 metro de longitud?

Solución:

$x = \left(2 \cdot 10^{-6}\right)^{-1} = 0,5 \cdot 10^{6} = 500.000$ bacterias.

EJERCICIO 51 : El diámetro de la luna es de 3500 Km., aproximadamente, ¿cuánto tiempo tardaría en dar una vuelta completa un satélite cuya órbita se encuentra a 200 Km. de la superficie lunar, si su velocidad media es de 800.000 m./h?

Solución:

$L_{LUNA} = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 1950 = 1,2252 \cdot 10^4$ Km $= 1,2252 \cdot 10^7$ m.

$t = \dfrac{e}{v} = \dfrac{1,2252 \cdot 10^7}{8 \cdot 10^5} = 0,15315 \cdot 10^2$ horas = 15 horas , 18 minutos y 3 segundos aproximadamente.

EJERCICIO 52 : Un virus se duplica cada 2 minutos. ¿Podrías decir cuántos virus habrá al cabo de una hora?, ¿y de un día?

Solución:

Inicio: 1 virus

A los 2 min. : $2^1 = 2$ virus

A los 4 min.: $2^2 = 4$ virus

....

A los 60 min. $2^{30} = 1,074 \cdot 10^9$ virus

EJERCICIO 53 : Sabemos que un año luz equivale a $9,4.10^{12}$ Km. Si la distancia de la Tierra a Andrómeda son $2,11.10^6$ años luz. ¿Cuántos kilómetros son la distancia que nos separa de Andrómeda?

Solución:

$9,4 \cdot 10^{12} \cdot 2,11 \cdot 10^6 = 1,98 \cdot 10^{19}$ Km.

CALCULADORA

EJERCICIO 54 : Halla, con ayuda de la calculadora:

a) $\dfrac{3,5 \cdot 10^8 - 2,34 \cdot 10^7}{4,5 \cdot 10^{-2}}$ **b)** $\sqrt[4]{7^3}$

Solución:

a) $\boxed{(}$ 3,5 $\boxed{\text{EXP}}$ 8 $\boxed{-}$ 2,34 $\boxed{\text{EXP}}$ 7 $\boxed{)}$ $\boxed{\div}$ 4,5 $\boxed{\text{EXP}}$ 2 $\boxed{+/-}$

$\boxed{=}$ $\boxed{7257777778}$

Por tanto: $\dfrac{3,5 \cdot 10^8 - 2,34 \cdot 10^7}{4,5 \cdot 10^{-2}} \approx 7,26 \cdot 10^9$

b) 7 $\boxed{x^y}$ $\boxed{(}$ 3 $\boxed{\div}$ 4 $\boxed{)}$ $\boxed{=}$ $\boxed{4.303517071}$ Por tanto: $\sqrt[4]{7^3} \approx 4,30$

EJERCICIO 55 : Utiliza la calculadora para hallar el resultado de estas operaciones:

a) $(2,54 \cdot 10^{-3} + 3,45 \cdot 10^{-4}) \cdot (3,5 \cdot 10^{20})$ **b)** $\dfrac{3 + \sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

Solución:

a) (2,54 EXP 3 +/– + 3,45 EXP 4 +/–) x 3,5 EXP 20 = 1.00975¹⁸

Por tanto: $(2{,}54 \cdot 10^{-3} + 3{,}45 \cdot 10^{-4}) \cdot (3{,}5 \cdot 10^{20}) \approx 1{,}01 \cdot 10^{18}$

b) (3 + √ 2) ÷ √ 3 = 2.548547389 Por tanto: $\dfrac{3+\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \approx 2{,}55$

<u>EJERCICIO 56</u> : Halla, con ayuda de la calculadora:

a) $\dfrac{2{,}96 \cdot 10^{9} + 3{,}5 \cdot 10^{10}}{2{,}3 \cdot 10^{-5}}$ **b)** $\sqrt[5]{425}$

Solución:

a) (2,96 EXP 9 + 3,5 EXP 10) ÷ 2,3 EXP 5 +/– = 1.650434783¹⁵

Por tanto: $\dfrac{2{,}96 \cdot 10^{9} + 3{,}5 \cdot 10^{10}}{2{,}3 \cdot 10^{-5}} \approx 1{,}65 \cdot 10^{15}$

b) 425 $x^{1/y}$ 5 = 3.354886144 Por tanto: $\sqrt[5]{425} \approx 3{,}35$

<u>EJERCICIO 57</u> : Utiliza la calculadora para obtener el resultado de estas operaciones:

a) $\dfrac{4{,}06 \cdot 10^{-5} - 3{,}2 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^{8}}$ **b)** $\dfrac{2\sqrt{3}+1}{\sqrt{5}}$

Solución:

a) (4,06 EXP 5 +/– – 3,2 EXP 7 +/–) ÷ 2 EXP 8 = 2.014⁻¹³

Por tanto: $\dfrac{4{,}06 \cdot 10^{-5} - 3{,}2 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^{8}} \approx 2{,}014 \cdot 10^{-13}$

b) (2 X √ 3 + 1) ÷ √ 5 = 1.996406934

Por tanto: $\dfrac{2\sqrt{3}+1}{\sqrt{5}} \approx 1{,}996$

<u>EJERCICIO 58</u> : Halla con ayuda de la calculadora:

a) $\dfrac{5{,}8 \cdot 10^{14} + 3{,}5 \cdot 10^{16}}{2{,}5 \cdot 10^{-5}}$ **b)** $\sqrt[5]{3^2}$

Solución:

a) (5,8 EXP 14 + 3,5 EXP 16) ÷ 2,5 EXP 5 +/– = 1.4232²¹

Por tanto: $\dfrac{5{,}8 \cdot 10^{14} + 3{,}5 \cdot 10^{16}}{2{,}5 \cdot 10^{-5}} = 1{,}4232 \cdot 10^{21}$

b) 3 x^y (2 ÷ 5) = 1.551845574

Por tanto: $\sqrt[5]{3^2} \approx 1{,}55$

CUESTIONES

<u>EJERCICIO 59</u> : Razona si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas:

a) $a^2 + a^3 = a^5$ b) $a^3 \cdot a^{-3} = 1$ c) $a^2 + a^2 = 2a^2$ d) $a^2 : a^{-2} = 0$

Solución:

a) Falso, la expresión $a^2 + a^3$ no puede ser reducida a un único sumando. b) Verdadero, $a^3 \cdot a^{-3} = a^0 = 1$.

c) Verdadero. d) Falso, $a^2 : a^{-2} = a^{2-(-2)} = a^4$.

<u>EJERCICIO 60</u> : Razona si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas:

a) $2^a \cdot 2^b = 2^{a \cdot b}$ b) $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ c) $a^2 \cdot b^2 = (a \cdot b)^2$ d) $4^a \cdot 2^b = 2^{2a+b}$

Solución:

a) Falso, $2^a \cdot 2^b = 2^{a+b}$. b) Falso. c) Verdadero.

d) Verdadero, $4^a \cdot 2^b = \left(2^2\right)^a \cdot 2^b = 2^{2a+b}$.