

Ejercicios y problemas

Consolida lo aprendido utilizando tus competencias

Practica

Operaciones con polinomios

1 $\nabla\nabla\nabla$ Opera y simplifica las siguientes expresiones:

a) $3x(2x - 1) - (x - 3)(x + 3) + (x - 2)^2$

b) $(2x - 1)^2 + (x - 1)(3 - x) - 3(x + 5)^2$

c) $\frac{4}{3}(x - 3)^2 - \frac{1}{3}(3x - 1)(3x + 1) - \frac{1}{3}(4x^3 + 35)$

2 $\nabla\nabla\nabla$ Efectúa las siguientes operaciones y simplifica el resultado:

a) $(2y + x)(2y - x) + (x + y)^2 - x(y + 3)$

b) $3x(x + y) - (x - y)^2 + (3x + y)y$

c) $(2y + x + 1)(x - 2y) - (x + 2y)(x - 2y)$

3 $\nabla\nabla\nabla$ Halla el cociente y el resto de cada una de estas divisiones:

a) $(7x^2 - 5x + 3) : (x^2 - 2x + 1)$

b) $(2x^3 - 7x^2 + 5x - 3) : (x^2 - 2x)$

c) $(x^3 - 5x^2 + 2x + 4) : (x^2 - x + 1)$

4 $\nabla\nabla\nabla$ Calcula el cociente y el resto de las divisiones siguientes:

a) $(3x^5 - 2x^3 + 4x - 1) : (x^3 - 2x + 1)$

b) $(x^4 - 5x^3 + 3x - 2) : (x^2 + 1)$

c) $(4x^5 + 3x^3 - 2x) : (x^2 - x + 1)$

Factor común e identidades notables

5 $\nabla\nabla\nabla$ Expresa como cuadrado de un binomio.

a) $16x^2 + 1 - 8x$ b) $36x^2 + 25y^2 + 60xy$

c) $9x^4 + y^2 + 6x^2y$ d) $y^4 - 2y^2 + 1$

6 $\nabla\nabla\nabla$ Expresa como producto de dos binomios.

a) $49x^2 - 16$ b) $9x^4 - y^2$ c) $81x^4 - 64x^2$

d) $25x^2 - 3$ e) $2x^2 - 100$ f) $5x^2 - 2$

7 $\nabla\nabla\nabla$ Saca factor común e identifica los productos notables como en el ejemplo.

• $2x^4 + 12x^3 + 18x^2 = 2x^2(x^2 + 6x + 9) = 2x^2(x + 3)^2$

a) $20x^3 - 60x^2 + 45x$ b) $27x^3 - 3xy^2$

c) $3x^3 + 6x^2y + 3y^2x$ d) $4x^4 - 81x^2y^2$

Regla de Ruffini. Aplicaciones

8 $\nabla\nabla\nabla$ Aplica la regla de Ruffini para hallar el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

a) $(5x^3 - 3x^2 + x - 2) : (x - 2)$

b) $(x^4 - 5x^3 + 7x + 3) : (x + 1)$

c) $(-x^3 + 4x) : (x - 3)$

d) $(x^4 - 3x^3 + 5) : (x + 2)$

9 $\nabla\nabla\nabla$ Comprueba si los polinomios siguientes son divisibles por $x - 3$ o $x + 1$.

a) $P_1(x) = x^3 - 3x^2 + x - 3$

b) $P_2(x) = x^3 + 4x^2 - 11x - 30$

c) $P_3(x) = x^4 - 7x^3 + 5x^2 - 13$

\Rightarrow Recuerda, para que sea divisible, el resto debe ser 0.

Factorización de polinomios

10 $\nabla\nabla\nabla$ Factoriza los siguientes polinomios:

a) $x^2 + 4x - 5$

b) $x^2 + 8x + 15$

c) $7x^2 - 21x - 280$

d) $3x^2 + 9x - 210$

11 $\nabla\nabla\nabla$ Busca, en cada caso, una raíz entera y factoriza, después, el polinomio:

a) $2x^2 - 9x - 5$

b) $3x^2 - 2x - 5$

c) $4x^2 + 17x + 15$

d) $-x^2 + 17x - 72$

12 $\nabla\nabla\nabla$ Saca factor común y utiliza las identidades notables para factorizar los siguientes polinomios:

a) $3x^3 - 12x$

b) $4x^3 - 24x^2 + 36x$

c) $45x^2 - 5x^4$

d) $x^4 + x^2 + 2x^3$

e) $x^6 - 16x^2$

f) $16x^4 - 9$

13 $\nabla\nabla\nabla$ Descompón en factores y di cuáles son las raíces de los siguientes polinomios:

a) $x^3 + 2x^2 - x - 2$

b) $3x^3 - 15x^2 + 12x$

c) $x^3 - 9x^2 + 15x - 7$

d) $x^4 - 13x^2 + 36$

14 $\nabla\nabla\nabla$ Factoriza los siguientes polinomios y di cuáles son sus raíces:

a) $x^3 - 2x^2 - 2x - 3$

b) $2x^3 - 7x^2 - 19x + 60$

c) $x^3 - x - 6$

d) $4x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 4x - 1$

Ejercicios y problemas

Consolida lo aprendido utilizando tus competencias

Fracciones algebraicas

15 Simplifica estas fracciones algebraicas:

a) $\frac{9x}{12x^2}$ b) $\frac{x(x+1)}{5(x+1)}$ c) $\frac{x^2(x+2)}{2x^3}$

16 Simplifica las siguientes fracciones algebraicas. Para ello, saca factor común:

a) $\frac{x^2 - 4x}{x^2}$ b) $\frac{3x}{x^2 + 2x}$ c) $\frac{3x + 3}{(x + 1)^2}$
d) $\frac{2x^2 + 4x}{x^3 + 2x^2}$ e) $\frac{8x^3 - 4x^2}{(2x - 1)^2}$ f) $\frac{5x^3 + 5x}{x^4 + x^2}$

17 Efectúa.

a) $\frac{1}{6x} + \frac{1}{3x^2} - \frac{1}{2x^3}$ b) $\frac{2}{x} + \frac{x-1}{x-7}$
c) $\frac{2}{x} - \frac{3}{x-4} + \frac{x+1}{x-4}$ d) $\frac{2x}{x-3} - \frac{x-1}{x+3}$
e) $\frac{3}{x-1} + \frac{1}{2} + \frac{x}{4}$ f) $\frac{3}{x} - \frac{1}{x^2 + x} + 2$

18 Simplifica. Para ello, transforma en producto el numerador y el denominador.

a) $\frac{2x + 4}{3x^2 + 6x}$ b) $\frac{x + 1}{x^2 - 1}$ c) $\frac{x - 2}{x^2 + 4 - 4x}$
d) $\frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9}$ e) $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 4x + 4}$ f) $\frac{x^3 + 2x^2 + x}{3x + 3}$

19 Opera, y simplifica si es posible.

a) $\frac{x}{x+1} \cdot \frac{3}{x^2}$ b) $\frac{3x+2}{x-1} : \frac{x+1}{x}$
c) $\frac{3}{(x-1)^2} : \frac{2}{x-1}$ d) $(x+1) : \frac{x^2-1}{2}$

Traducción al lenguaje algebraico

20 Expresa mediante un polinomio cada uno de estos enunciados:

- La suma de los cuadrados de dos números consecutivos.
- El área total de un ortoedro de dimensiones x , $2x$ y 5 cm.
- La cantidad de leche envasada en “ x ” botellas de $1,5$ l y en “ y ” botellas de 1 l.

d) El área de un triángulo rectángulo en el que un cateto mide 3 cm más que el otro.

21 Expresa algebraicamente y simplifica cada expresión obtenida:

- La edad de Alberto dentro de 22 años.
- La cantidad que se obtiene al invertir x euros y ganar el 11% .
- Por un ordenador y un equipo de música se pagan $2\,500$ €. Si el ordenador cuesta x euros, ¿cuánto cuesta el equipo de música?
- Comprar un artículo por x euros y perder el 15% de su valor. ¿Cuánto costaría ahora?
- El perímetro de un triángulo rectángulo en el cual uno de los catetos mide los $\frac{3}{5}$ de la hipotenusa, y el otro cateto, 5 cm menos que esta.
- Los lados de un triángulo rectángulo isósceles de 24 cm de perímetro.

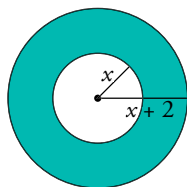
22 Expresa algebraicamente y simplifica cada expresión obtenida:

- El área de una lámina de bronce cuya base mide $\frac{5}{3}$ de su altura.
- El cuadrado de la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden $16 - x$ y $9 - x$.
- El área de un cuadrado de lado $x + 3$.
- La diferencia de áreas de dos cuadrados de lados x y $x + 3$, respectivamente.
- La superficie de un jardín rectangular de base x y perímetro 70 m.
- El cuadrado de la hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles de 24 cm de perímetro.
- El área de un rombo sabiendo que la longitud de una diagonal es el triple de la otra.

23 Expresa algebraicamente cada enunciado.

- El cuadrado de la diferencia de dos números.
- La suma de los cuadrados de dos números.
- La diagonal de un rectángulo de dimensiones x e y .
- El coste de la mezcla de dos tipos de café, cuyos precios son 8 €/kg y 10 €/kg.

- 24** ▽ ▽ ▽ Expresa algebraicamente el área de esta corona circular.



■ Aplica lo aprendido

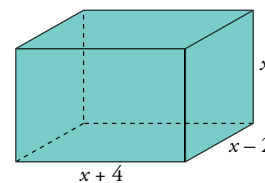
- 25** ▽ ▽ ▽ Escribe, en cada caso, un polinomio de segundo grado que tenga por raíces:

- a) 7 y -7 b) 0 y 5
c) -2 y -3 d) 4 (doble)

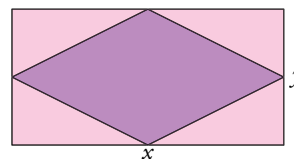
- 26** ▽ ▽ ▽ Escribe, en cada caso, un polinomio que tenga las siguientes raíces:

- a) $x_1 = 1$; $x_2 = -1$; $x_3 = 2$
b) $x_1 = 0$; $x_2 = 2$; $x_3 = -1$

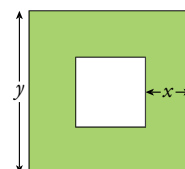
- 27** ▽ ▽ ▽ Expresa mediante polinomios el área y el volumen de este ortoedro:



- 28** ▽ ▽ ▽ En un rectángulo de lados x e y inscribimos un rombo. Escribe el perímetro del rombo en función de los lados del rectángulo.



- 29** ▽ ▽ ▽ Expresa algebraicamente el área de la parte coloreada utilizando x e y .



Autoevaluación

¿Sabes operar con polinomios?

- 1** Opera y simplifica:

- a) $(2x + 3) \cdot (x^2 - 3x) - x(x + 8)$
b) $(x^3 - 2x + 3)(x^2 + 4x - 1)$

- 2** Halla el cociente y el resto:

- a) $(2x^3 + 3x^2 - 7) : (x + 1)$
b) $(2x^3 - 11x^2 + 5x) : (2x - 1)$

¿Factorizas un polinomio con agilidad?

- 3** Completa en tu cuaderno estas expresiones:

- a) $(x + 5)^2 = x^2 + \square + 25$
b) $(2x - \square)^2 = 4x^2 - 12x + 9$
c) $(7x + \square)^2 = \square x^2 + \square x + 16$

- 4** Factoriza:

- a) $x^4 - 16x^2$ b) $x^3 - 25x$
c) $x^3 - 6x^2 + 9x$ d) $x^3 - 2x^5 - 5x + 6$

¿Manejas los procedimientos para simplificar distintas expresiones algebraicas?

- 5** Reduce:

- a) $6 \cdot \left(\frac{x^2 + 1}{3} - \frac{x^2 - 4}{6} - x + 1 \right)$
b) $\frac{3 - x}{x^2} + \frac{1}{x} - \frac{x + 5}{2x}$

- 6** Sustituye x por $1 + 2y$ en $x^2 - y - 8$ y simplifica.

¿Sabes traducir un enunciado al lenguaje algebraico?

- 7** Expresa algebraicamente y simplifica.

- a) La diferencia de los cuadrados de dos números que suman 7 unidades.
b) Precio final de un producto que costaba x euros después de una subida del 8%.
c) La hipotenusa de un triángulo rectángulo en el que un cateto mide la mitad del otro.
d) Lo que pago por tres bocadillos y cinco refrescos.