

Ejercicios y problemas

Consolida lo aprendido utilizando tus competencias

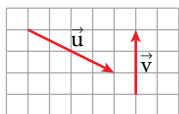
Practica

Vectores y puntos

1 ▽ ▽ ▽ Dados los puntos $A(-2, 0)$, $B(0, 4)$, $C(5, 2)$ y $D(3, -4)$ halla las coordenadas de los vectores \vec{AB} , \vec{BC} , \vec{CD} , \vec{DA} , \vec{AC} y \vec{BD} .

2 ▽ ▽ ▽ Con origen en el punto $A(3, -3)$, dibuja los vectores $\vec{AB}(-3, 2)$, $\vec{AC}(5, 1)$ y $\vec{AD}(1/2, -4)$. ¿Cuáles serán las coordenadas de los puntos B , C y D ?

3 ▽ ▽ ▽ a) Di cuáles son las coordenadas de los vectores \vec{u} y \vec{v} .



b) Dibuja los vectores $\vec{u} + \vec{v}$ y $\vec{u} - \vec{v}$ y di cuáles son sus coordenadas.

4 ▽ ▽ ▽ Dados los vectores $\vec{u}(4, -2)$ y $\vec{v}(-2, -1)$:

a) Representa los vectores $\vec{u} + \vec{v}$; $\vec{u} - \vec{v}$; $\frac{1}{2}\vec{u}$ y $-3\vec{v}$ y halla sus coordenadas.

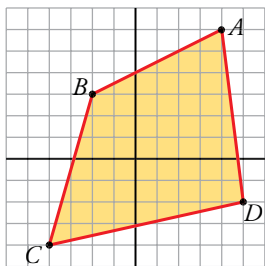
b) Calcula las coordenadas de este vector:

$$\vec{w} = 2\vec{u} + 3\vec{v}$$

5 ▽ ▽ ▽ a) Representa los puntos $A(-3, 0)$, $B(0, 4)$, $C(4, 4)$ y $D(1, 0)$ y halla el punto medio de AC y de BD .

b) Halla las coordenadas de \vec{AB} y \vec{DC} y comprueba que son las mismas.

6 ▽ ▽ ▽ Calcula las coordenadas de los puntos medios de los lados y de las diagonales del cuadrilátero $ABCD$.



7 ▽ ▽ ▽ Si $M(-3, 5)$ es el punto medio del segmento AB , halla el punto B en cada uno de los siguientes casos:

a) $A(-1, 5)$ b) $A(6, -4)$ c) $A(-4, -7)$

8 ▽ ▽ ▽ Halla, en cada caso, el punto simétrico de $A(-3, -5)$ respecto de:

a) $P(-2, 0)$ b) $Q(2, -3)$ c) $O(0, 0)$

Rectas

9 ▽ ▽ ▽ Escribe la ecuación de las siguientes rectas:

a) Pasa por $(-4, 2)$ y su pendiente es $\frac{1}{2}$.

b) Pasa por $(1, 3)$ y su pendiente es -2 .

c) Pasa por $(5, -1)$ y su pendiente es 0 .

10 ▽ ▽ ▽ Da, en cada caso, un vector dirección, la pendiente y la ecuación de la recta que pasa por A y B :

a) $A(-1, 0)$, $B(0, 3)$

b) $A(0, -2)$, $B(5, -2)$

c) $A(-2, 3)$, $B(4, -1)$

11 ▽ ▽ ▽ Halla, en cada caso, la ecuación de la recta que pasa por $P(-4, 3)$ y tiene por vector dirección \vec{d} :

a) $\vec{d}(2, -1)$ b) $\vec{d}(-1, -3)$ c) $\vec{d}(2, 0)$

12 ▽ ▽ ▽ Halla la ecuación de las siguientes rectas:

a) Paralela a $y = -2x + 3$ y pasa por $(4, 5)$.

b) Paralela a $2x - 4y + 3 = 0$ y pasa por $(4, 0)$.

c) Paralela a $3x + 2y - 6 = 0$ y pasa por $(0, -3)$.

13 ▽ ▽ ▽ Escribe, en cada caso, la ecuación de la recta que pasa por $P(3, -2)$ y es perpendicular al vector \vec{v} :

a) $\vec{v}(2, 1)$ b) $\vec{v}(-5, 4)$ c) $\vec{v}(-1, 0)$

14 ▽ ▽ ▽ Escribe la ecuación de la recta perpendicular a r y que pasa por el punto P en los siguientes casos:

a) $r: y = -2x + 3$; $P(-3, 2)$

b) $r: 3x - 2y + 1 = 0$; $P(4, -1)$

c) $r: x = 3$; $P(0, 4)$

15 ▽ ▽ ▽ Halla el punto de intersección de las rectas r y s en los casos siguientes:

a) $\begin{cases} r: 3x - 5y + 17 = 0 \\ s: 7x + 3y - 63 = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} r: 3x - 2y + 9 = 0 \\ s: x - 2y + 5 = 0 \end{cases}$

16 ▽ ▽ ▽ Representa las rectas $3x + 6 = 0$ y $2y - 5 = 0$ y halla su punto de intersección.

Distancias

17 ▽▽▽ Calcula la distancia entre P y Q :

- a) $P(3, 5)$, $Q(3, -7)$ b) $P(-8, 3)$, $Q(-6, 1)$
 c) $P(0, -3)$, $Q(-5, 1)$ d) $P(-3, 0)$, $Q(15, 0)$

18 ▽▽▽ a) Halla el punto medio del segmento de extremos $A(-2, 0)$, $B(6, 4)$.

b) Comprueba que la distancia del punto medio a cada uno de los extremos es la misma.

19 ▽▽▽ Comprueba que el triángulo de vértices $A(-1, 0)$, $B(3, 2)$, $C(7, 4)$ es isósceles. ¿Cuáles son los lados iguales?

20 ▽▽▽ Comprueba, mediante el teorema de Pitágoras, que el triángulo de vértices $A(-2, -1)$, $B(3, 1)$, $C(1, 6)$ es rectángulo.

■ Aplica lo aprendido

21 ▽▽▽ Averigua el valor de k para que se cumpla:

$$\left(\frac{6}{5}, -2\right) = k(-3, 5)$$

22 ▽▽▽ Dados los vectores $\vec{u}(3, 2)$, $\vec{v}(x, 5)$ y $\vec{w}(8, y)$, calcula x e y para que se verifique: $2\vec{u} - \vec{v} = \vec{w}$

23 ▽▽▽ Dados los vectores $\vec{u}(5, -3)$, $\vec{v}(1, 3)$ y $\vec{w}(2, 0)$, calcula el valor de m y n para que se verifique:
 $\vec{u} = m\vec{v} + n\vec{w}$

24 ▽▽▽ Comprueba, en cada caso, que los puntos dados están alineados:

- a) $A(1, 2)$, $B(4, 3)$, $C(19, 8)$
 b) $P(-2, -3)$, $Q(2, 0)$, $R(-26, -21)$

25 ▽▽▽ Calcula m para que los puntos $R(5, -2)$, $S(-1, 1)$ y $T(2, m)$ estén alineados.

26 ▽▽▽ Comprueba si los puntos $A(18, 15)$ y $B(-43, -5)$ pertenecen a la recta $x - 3y + 27 = 0$.

27 ▽▽▽ Escribe la ecuación de una recta perpendicular a r y que pase por $(4, -3)$ en los siguientes casos:

- a) $r: 2x + 7 = 0$ b) $r: -y + 4 = 0$

28 ▽▽▽ Estudia si las rectas r y s son paralelas o perpendiculares:

$r: 3x - 5y + 15 = 0$ $s: \text{pasa por } (-2, -3) \text{ y } (8, 3).$

29 ▽▽▽ Estudia la posición relativa de los siguientes pares de rectas:

a) $\begin{cases} r: 2x - 5y + 3 = 0 \\ s: P(3, 1), Q(-2, 3) \end{cases}$ b) $\begin{cases} r: 5x - 4y + 8 = 0 \\ s: A(4, 7), B(0, 2) \end{cases}$

30 ▽▽▽ Halla la ecuación de la recta perpendicular a AB en su punto medio, siendo $A(-5, 3)$ y $B(2, 7)$.

31 ▽▽▽ Comprueba que el cuadrilátero de vértices $A(1, 5)$, $B(5, 1)$, $C(-4, -3)$ y $D(-8, 1)$ es un paralelogramo. Para ello, prueba que los puntos medios de sus diagonales coinciden.

Autoevaluación

¿Sabes hallar el punto medio de un segmento y el simétrico de un punto respecto de otro? ¿Y comprobar si tres puntos están alineados?

- Representa los puntos $A(-5, 0)$, $B(0, 2)$, $C(3, 7)$ y $D(-2, 5)$ y comprueba analíticamente que el punto medio de AC coincide con el punto medio de BD .
- Halla el simétrico de $P(-7, -15)$ respecto de $M(2, 0)$.
- Comprueba si los puntos $A(1, -5)$, $B(3, 0)$ y $C(6, 6)$ están alineados.

¿Sabes calcular la distancia entre dos puntos?

- Calcula la longitud de los lados del triángulo de vértices $A(-4, 1)$, $B(6, 3)$ y $C(-2, -3)$.

¿Obtienes con soltura la ecuación de una recta dada de diferentes formas?

- Obtén la ecuación de las rectas r y s tales que:
 r pasa por $(-3, 2)$ y es perpendicular a $8x - 3y + 6 = 0$.
 s pasa por $(9, -5/2)$ y es paralela a $2x + y - 7 = 0$.

¿Reconoces, sin representarlas, si dos rectas son paralelas o perpendiculares?

- Estudia la posición relativa de estas rectas:
 $r: 2x + y - 2 = 0$ $s: x + \frac{1}{2}y = 1$

¿Obtienes con agilidad el punto de corte de dos rectas?

- Halla el punto de intersección de las siguientes rectas:
 $3x + 8y - 7 = 0$ y $4x + 2y - 31 = 0$