

EJERCICIOS resueltos

1. Escribe los siguientes radicales como potencia de exponente fraccionario:

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt[5]{3} &= 3^{\frac{1}{5}} \\ \text{b) } \sqrt[5]{x^3} &= x^{\frac{3}{5}} \end{aligned}$$

2. Escribe las siguientes potencias como radicales:

$$\begin{aligned} \text{a) } 7^{\frac{1}{2}} &= \sqrt{7} \\ \text{b) } 5^{\frac{2}{3}} &= \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{25} \end{aligned}$$

3. Escribe un radical equivalente, amplificando el dado:

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt[3]{5} &= \sqrt[3 \cdot 2]{5^{1 \cdot 2}} = \sqrt[6]{5^2} = \sqrt[6]{25} \\ \text{b) } \sqrt[5]{x^4} &= \sqrt[5 \cdot 3]{x^{4 \cdot 3}} = \sqrt[15]{x^{12}} \end{aligned}$$

4. Escribe un radical equivalente, simplificando el dado.

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt[6]{49} &= \sqrt[6 \cdot 2]{7^{2 \cdot 2}} = \sqrt[12]{7^4} = \sqrt[3]{7} \\ \text{b) } \sqrt[35]{x^{28}} &= \sqrt[35 \cdot 7]{x^{28 \cdot 7}} = \sqrt[245]{x^{196}} = \sqrt[7]{x^4} \end{aligned}$$

5. Introduce los factores dentro del radical:

$$\begin{aligned} \text{a) } 2 \cdot \sqrt[4]{3} &= \sqrt[4]{2^4 \cdot 3} = \sqrt[4]{16 \cdot 3} = \sqrt[4]{48} \\ \text{b) } x^2 \sqrt[7]{x^3} &= \sqrt[7]{(x^2)^7 \cdot x^3} = \sqrt[7]{x^{14} \cdot x^3} = \sqrt[7]{x^{17}} \end{aligned}$$

6. Extrae los factores del radical:

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt[4]{128} &= \sqrt[4]{2^7} = 2 \sqrt[4]{2^3} = 2 \sqrt[4]{8} \\ \text{b) } \sqrt[7]{x^{30}} &= \sqrt[7]{x^{28+2}} = \sqrt[7]{x^{28} \cdot x^2} = x^4 \sqrt[7]{x^2} \end{aligned}$$

7. Calcular las siguientes raíces:

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt[5]{1024} &= \sqrt[5]{2^{10}} = 2^2 = 4 \\ \text{b) } \sqrt[7]{x^{84}} &= \sqrt[7]{x^{12 \cdot 7}} = \sqrt[7]{(x^{12})^7} = x^{12} \end{aligned}$$

8. Reduce a índice común

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{3}; \sqrt[3]{5} &= \sqrt[6]{2^3} = \sqrt[6]{8} \quad ; \quad \sqrt[3]{5} = \sqrt[6]{5^2} = \sqrt[6]{25} \\ \text{b) } \sqrt[4]{x^3}; \sqrt[6]{x^5} &= \sqrt[12]{x^9} \quad ; \quad \sqrt[6]{x^5} = \sqrt[12]{x^{10}} \end{aligned}$$

9. Indica que radicales son semejantes

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt[4]{3}; 5\sqrt[4]{3} &\quad \sqrt[4]{3} \quad \text{y} \quad 5\sqrt[4]{3} \quad \text{Son semejantes} \\ \text{b) } \sqrt[4]{x}; \sqrt[3]{x} &\quad \sqrt[4]{x} \quad \text{y} \quad \sqrt[3]{x} \quad \text{No son semejantes, tienen distinto índice} \end{aligned}$$

EJERCICIOS resueltos

10. Escribe con una sólo raíz:

a) $\sqrt[5]{\sqrt{3}}$ $\sqrt[5]{\sqrt{3}} = \sqrt[10]{3}$

b) $\sqrt[7]{x^4 \sqrt{x}}$ $\sqrt[7]{x^4 \sqrt{x}} = \sqrt[7]{x^8 \cdot x} = \sqrt[14]{x^9}$

11. Escribe con una sólo raíz:

a) $\sqrt[4]{3 \cdot \sqrt[4]{27}}$ $\sqrt[4]{3 \cdot \sqrt[4]{27}} = \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$

b) $\sqrt[5]{x \cdot \sqrt[5]{x^2}}$ $\sqrt[5]{x \cdot \sqrt[5]{x^2}} = \sqrt[5]{x^3}$

12. Escribe con una sólo raíz:

a) $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}$ $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{16}{2}} = \sqrt[3]{8} = 2$

b) $\frac{\sqrt[5]{x^4}}{\sqrt[5]{x^3}}$ $\frac{\sqrt[5]{x^4}}{\sqrt[5]{x^3}} = \sqrt[5]{\frac{x^4}{x^3}} = \sqrt[5]{x}$

13. Racionaliza.

a) $\frac{1}{\sqrt[5]{9}}$ $\frac{1}{\sqrt[5]{9}} = \frac{1}{\sqrt[5]{3^2}} = \frac{1 \cdot \sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^2 \cdot \sqrt[5]{3^3}}} = \frac{\sqrt[5]{3^2}}{\sqrt[5]{3^5}} = \frac{\sqrt[5]{9}}{3}$

b) $\frac{2}{5 \sqrt[3]{4}}$ $\frac{2}{5 \sqrt[3]{4}} = \frac{2}{5 \sqrt[3]{2^2}} = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{2}}{5 \sqrt[3]{2^2 \cdot \sqrt[3]{2}}} = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{2}}{5 \sqrt[3]{2^3}} = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{2}}{5 \cdot 2} = \frac{\sqrt[3]{2}}{5}$

14. Racionaliza:

a) $\frac{1}{\sqrt[7]{x^4}}$ $\frac{1}{\sqrt[7]{x^4}} = \frac{1 \cdot \sqrt[7]{x^3}}{\sqrt[7]{x^4 \cdot \sqrt[7]{x^3}}} = \frac{\sqrt[7]{x^3}}{\sqrt[7]{x^7}} = \frac{\sqrt[7]{x^3}}{x}$

b) $\frac{1}{x^2 \sqrt[7]{x^3}}$ $\frac{1}{x^2 \sqrt[7]{x^3}} = \frac{1 \cdot \sqrt[7]{x^4}}{x^2 \sqrt[7]{x^3 \cdot \sqrt[7]{x^4}}} = \frac{\sqrt[7]{x^4}}{x^2 \sqrt[7]{x^7}} = \frac{\sqrt[7]{x^4}}{x^2 \cdot x} = \frac{\sqrt[7]{x^4}}{x^3}$

15. Racionaliza:

a) $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{1 \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{3 - 2} = (\sqrt{3} + \sqrt{2})$

b) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} + 2}$ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} + 2} = \frac{\sqrt{2} \cdot (\sqrt{5} - 2)}{(\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2)} = \frac{\sqrt{10} - 2\sqrt{2}}{5 - 4} = \sqrt{10} - 2\sqrt{2}$

c) $\frac{1}{3 - \sqrt{x}}$ $\frac{1}{3 - \sqrt{x}} = \frac{1 \cdot (3 + \sqrt{x})}{(3 - \sqrt{x})(3 + \sqrt{x})} = \frac{3 + \sqrt{x}}{9 - x}$

EJERCICIOS resueltos

16. Calcular la suma:

a) $\sqrt{40} + \sqrt{90}$	$\sqrt{40} + \sqrt{90} = \sqrt{4 \cdot 10} + \sqrt{9 \cdot 10} = 2\sqrt{10} + 3\sqrt{10} = 5\sqrt{10}$
b) $2\sqrt{32} - \sqrt{8}$	$2\sqrt{32} - \sqrt{8} = 2\sqrt{2^5} - \sqrt{2^3} = 2 \cdot 2^2 \sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$
c) $\sqrt[3]{4} + \sqrt[6]{16}$	$\sqrt[3]{4} + \sqrt[6]{16} = \sqrt[3]{4} + \sqrt[6]{4^2} = \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{4} = 2\sqrt[3]{4}$
d) $2\sqrt{\frac{1}{2}} + 5\sqrt{8}$	$2\sqrt{\frac{1}{2}} + 5\sqrt{8} = \sqrt{\frac{4}{2}} + 5\sqrt{2^3} = \sqrt{2} + 10\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$

17. Calcular y simplificar:

a) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[5]{27}$	$\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[5]{27} = \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$
b) $\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[5]{x^2}$	$\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[5]{x^2} = \sqrt[15]{x^3}$
c) $\sqrt[5]{x^3} \sqrt{x} \cdot \sqrt{x}$	$\sqrt[5]{x^3} \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = \sqrt[5]{x^3 \cdot x^2} = \sqrt[5]{x^5} = x$
d) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{8}$	$\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{8} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2^3} = \sqrt[12]{2^4 \cdot 2^6 \cdot 2^9} = \sqrt[12]{2^{19}} = 2\sqrt[12]{2^7}$

18. Calcular y simplificar:

a) $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[5]{2}}$	$\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[5]{2}} = \frac{\sqrt[3]{2^4}}{\sqrt[5]{2}} = \frac{\sqrt[15]{2^{20}}}{\sqrt[15]{2^3}} = \sqrt[15]{2^{17}} = 2^{15\sqrt[15]{2^2}} = 2^{15\sqrt[15]{4}}$
b) $\frac{\sqrt[7]{x^4}}{\sqrt[14]{x^3}}$	$\frac{\sqrt[7]{x^4}}{\sqrt[14]{x^3}} = \frac{\sqrt[14]{x^8}}{\sqrt[14]{x^3}} = \sqrt[14]{x^5}$
a) $\frac{\sqrt[6]{8^4}}{\sqrt[8]{4^3}}$	$\frac{\sqrt[6]{8^4}}{\sqrt[8]{4^3}} = \frac{\sqrt[6]{(2^3)^4}}{\sqrt[8]{(2^2)^3}} = \frac{\sqrt[6]{2^{12}}}{\sqrt[8]{2^6}} = \frac{\sqrt[24]{(2^{12})^4}}{\sqrt[24]{(2^6)^3}} = \frac{\sqrt[24]{2^{48}}}{\sqrt[24]{2^{18}}} = \sqrt[24]{2^{30}} = \sqrt[2]{2^5} = 2\sqrt{2}$
b) $\frac{\sqrt[3]{x^4} \sqrt{x}}{\sqrt[4]{x}}$	$\frac{\sqrt[3]{x^4} \sqrt{x}}{\sqrt[4]{x}} = \frac{\sqrt[3]{x^4 \cdot x^2}}{\sqrt[4]{x}} = \frac{\sqrt[3]{x^6}}{\sqrt[4]{x}} = \frac{\sqrt[12]{x^9}}{\sqrt[12]{x^3}} = \sqrt[12]{x^6} = x\sqrt[12]{x^3}$

19. Calcular y simplificar

a) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{4}}{\sqrt[4]{8}}$	$\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{4}}{\sqrt[4]{8}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[4]{2^3}} = \frac{\sqrt[12]{2^6 \cdot 2^8}}{\sqrt[12]{2^9}} = \frac{\sqrt[12]{2^{14}}}{\sqrt[12]{2^9}} = \sqrt[12]{2^5} = \sqrt[4]{2^5} = 2\sqrt[4]{2}$
b) $\frac{\sqrt[5]{2\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{4}}}{\sqrt{8}}$	$\frac{\sqrt[5]{2\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{4}}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt[5]{2 \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{2}{3}}}}{\sqrt{2^3}} = \frac{\sqrt[10]{2^3 \cdot 2^2}}{\sqrt{2^3}} = \frac{\sqrt[30]{2^9 \cdot 2^20}}{\sqrt[30]{2^{45}}} = \frac{\sqrt[30]{2^{29}}}{\sqrt[30]{2^{45}}} =$ $= \frac{1}{\sqrt[30]{2^{16}}} = \frac{\sqrt[30]{2^{14}}}{\sqrt[30]{2^{16} \cdot 2^{14}}} = \frac{\sqrt[30]{2^{14}}}{\sqrt[30]{2^{30}}} = \frac{\sqrt[30]{2^{14}}}{2} = \frac{15\sqrt[7]{2}}{2}$



Para practicar

1. Escribe como potencia de exponente fraccionario:

- a) $\sqrt{5}$ b) $\sqrt[3]{x^2}$
 c) $\sqrt{a^3}$ d) $\sqrt[5]{a^3}$

2. Escribe como un radical:

- a) $3^{\frac{1}{2}}$ b) $5^{\frac{3}{2}}$
 c) $x^{\frac{1}{5}}$ d) $x^{\frac{5}{3}}$

3. Simplifica los siguientes radicales:

- a) $\sqrt[4]{25}$ b) $\sqrt[8]{8^2}$
 c) $\sqrt[14]{x^6}$ d) $\sqrt[30]{16 \cdot x^8}$

4. Extraer todos los factores posibles de los siguientes radicales

- a) $\sqrt{18}$ b) $\sqrt[3]{16}$
 c) $\sqrt{9a^3}$ d) $\sqrt{98a^3b^5c^7}$

5. Introducir dentro del radical todos los factores posibles que se encuentren fuera de él.

- a) $3\sqrt{5}$ b) $2\sqrt{a}$
 c) $3a\sqrt{2a^2}$ d) $ab^2\sqrt[3]{a^2b}$

6. Reduce al mínimo común índice los siguientes radicales.

- a) $\sqrt{5}; \sqrt[4]{3}$ b) $\sqrt[3]{4}; \sqrt[4]{3}; \sqrt{2}$
 c) $\sqrt[4]{3}; \sqrt[8]{7}; \sqrt{2}$ d) $\sqrt{3}; \sqrt[6]{32}; \sqrt[3]{5}$

7. Suma los siguientes radicales indicados.

- a) $\sqrt{45} - \sqrt{125} - \sqrt{20}$
 b) $\sqrt{75} - \sqrt{147} + \sqrt{675} - \sqrt{12}$
 c) $\sqrt{175} + \sqrt{63} - 2\sqrt{28}$
 d) $\sqrt{20} + \frac{1}{3}\sqrt{45} + 2\sqrt{125}$

8. Multiplica los siguientes radicales

- a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{6}$ b) $5 \cdot \sqrt{2} \cdot 3 \cdot \sqrt{5}$
 c) $\sqrt[3]{12} \cdot \sqrt[3]{9}$ d) $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{2x^2}$
 e) $\sqrt{2ab} \cdot \sqrt[4]{8a^3}$ f) $\sqrt[4]{2x^2y^3} \cdot \sqrt[6]{5x^2}$

9. Multiplica los siguientes radicales

- a) $(\sqrt{2} - \sqrt{3}) \cdot \sqrt{2}$
 b) $(7\sqrt{5} + 5\sqrt{3}) \cdot 2\sqrt{3}$
 c) $(2\sqrt{3} + \sqrt{5} - 5\sqrt{2}) \cdot 4\sqrt{2}$
 d) $(\sqrt{5} + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{3})$

10. Divide los siguientes radicales

- a) $\frac{\sqrt{6x}}{\sqrt{3x}}$ b) $\frac{\sqrt{75x^2y^3}}{5\sqrt{3xy}}$
 c) $\frac{\sqrt{9x}}{\sqrt[3]{3x}}$ d) $\frac{\sqrt[3]{8a^3b}}{\sqrt[4]{4a^2}}$
 e) $\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[2]{3}}$ f) $\frac{\sqrt[6]{x^5}}{\sqrt[8]{x^3}}$

11. Calcula:

- a) $\sqrt[5]{2^4 \sqrt{2}}$ b) $\sqrt[5]{x^2 \sqrt[4]{x^3}}$
 c) $\sqrt[4]{x^3 \sqrt[3]{x^2 \sqrt{x}}}$ d) $\sqrt[6]{2 \sqrt[3]{2 \sqrt{2}}}$

12. Racionaliza.

- a) $\frac{2}{\sqrt{7}}$ b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
 c) $\frac{2a}{\sqrt{2ax}}$ d) $\frac{1}{\sqrt[5]{x^3}}$

13. Racionaliza.

- a) $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$ b) $\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}$
 c) $\frac{5}{4-\sqrt{11}}$ d) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$